



۱) نمودار تابع  $y = \cos(x - \frac{\pi}{4}) + 1$  در بازه  $[0, k]$ ، دو بار خط  $y = 2$  را قطع می‌کند. حداقل مقدار طبیعی  $k$  کدام است؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۲) عبارت  $\sin x^2$  وقتی  $x$  روی بازه  $[0, \pi]$  تغییر می‌کند، چند بار بیش‌ترین مقدار ممکن را اختیار می‌کند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۳ (۴)      صفر

۳) نمودار تابع  $f(x) = \frac{\pi}{4} \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  به حداکثر مقدار و حداقل مقدار خود می‌رسد. طول پاره‌خط  $AB$  چند برابر  $\pi$  است؟

- ۱ (۱)       $\sqrt{2}$  (۲)      ۲ (۳)      ۴ (۴)

۴) کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \sin(x - \frac{3\pi}{4}) - 2 \cos(\frac{3\pi}{4} + x)$  با دامنه  $[-\frac{\pi}{4}, 2\pi]$ ، نادرست است؟

- ۱) نمودار، ۳ بار محور  $x$ ها را قطع می‌کند.      ۲) اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار  $f$  برابر با ۶ است.  
۳) نمودار  $f$  در بازه  $(\pi, \frac{3\pi}{4})$  بالای محور  $x$ ها قرار دارد.      ۴) خط  $y = -1$  در دو نقطه نمودار را قطع می‌کند.

۵) نمودار دو تابع  $y = 1 - \sin(\frac{\pi}{4} + x)$  و  $y = -\cos(\frac{3\pi}{4} - x)$  در بازه  $(0, 2\pi)$  همدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۳ (۴)      صفر

۶) تابع  $y = 2 \cos(\pi + x) - 1$  در بازه  $[0, 3\pi]$ ، خط  $y = k$  را در سه نقطه قطع می‌کند.  $k$  چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۷) اگر  $a + \beta = \frac{3\pi}{4}$ ، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار عبارت مثلثاتی  $A = 7 \sin a + 2 \cos \beta - 2$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۷ (۲)      ۵ (۳)      ۳ (۴)      ۹

۸) نمودار تابع  $y = 1 - \cos(x - \frac{\pi}{6})$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند بار به محور  $x$ ها برخورد می‌کند؟

- ۲ (۱)      ۱ (۲)      ۳ (۳)      ۳ (۴)      صفر

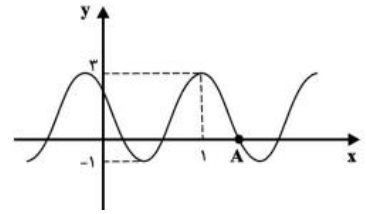
۹) در تابع با ضابطه  $f(x) = a \cos x + b$ ، اختلاف حداکثر و حداقل تابع ۶ است و مقدار تابع  $f$  در بازه  $(0, \frac{\pi}{4})$  افزایش می‌یابد. اگر  $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$  باشد،  $b$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰) مجموع جواب‌های معادله  $\sin \pi x \sqrt{\lambda \cos^2 \pi x} = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

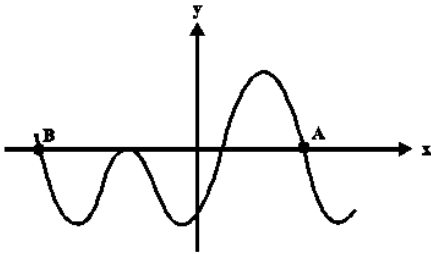
- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۴ (۴)      ۲ (۳)

۱۱) قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin c\pi x$  در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه A کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{5}{4}$

۱۲) قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \sin x - \cos 2x$  در شکل زیر رسم شده است. طول پاره خط AB چند  $\pi$  است؟



- (۱) ۲
- (۲)  $\frac{5}{4}$
- (۳) ۴
- (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۳) مجموع جوابهای معادله  $\frac{\sin 2x + \tan 2x}{\cos x} = 0$  در بازه  $[0, 3\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $4\pi$
- (۲)  $6\pi$
- (۳)  $\frac{5\pi}{2}$
- (۴)  $\frac{7\pi}{2}$

۱۴) معادله  $\tan x(2 \sin x - 1) = \frac{1}{\cos x}$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۵) در تابع  $f(x) = -4 \sin^2 2x + \cos 4x + 2a + 3$  حدود a کدام باشد تا نمودار آن همواره زیر خط  $y = 7$  قرار گیرد؟

- (۱)  $-\frac{5}{4} < a < \frac{3}{4}$
- (۲)  $-\frac{3}{4} < a < \frac{5}{4}$
- (۳)  $-\frac{3}{4} < a < -\frac{1}{4}$
- (۴)  $-\frac{1}{4} < a < \frac{5}{4}$

۱۶) اگر  $\cos^2 a - \sin^2 a = \frac{1}{4}$  مقدار  $\sin a$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$
- (۲)  $\frac{3}{16}$
- (۳)  $\frac{1}{4}$
- (۴)  $\frac{5}{16}$

۱۷) صورت کلی جواب معادله  $\frac{1}{\tan^2 x} + \cos 2x = 1$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

(۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

(۱)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۱۸) برد تابع  $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{4})$  با دامنه  $\{\frac{3\pi}{4}\} - [0, \frac{11\pi}{12}]$  کدام است؟

(۲)  $[-1, +\infty)$

(۱)  $R$

(۴)  $R - (-\sqrt{3}, -1)$

(۳)  $[-\sqrt{3}, +\infty)$

۱۹) طول نقاط برخورد نمودار تابع  $f(x) = \sin ax$  با محورهایها،  $\frac{1}{4}$  برابر طول نقاط برخورد نمودار تابع  $g(x) = \sin x$  با محورهایهاست. در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$ ، نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  در چند نقطه مشترک اند؟

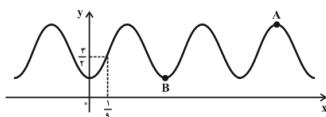
(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۷

۲۰) اگر نمودار تابع  $f(x) = 1 + a \sin^2(\frac{3\pi}{4}x)$  به صورت زیر باشد، شیب خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $B$  کدام است؟



(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳) ۲

(۴)  $\frac{5}{4}$

۲۱) کامل ترین جواب کلی معادله  $\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{4}$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

(۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

(۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

(۴)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$

(۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۲۲) دوره تناوب اصلی تابع  $y = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$  کدام است؟

(۴) ندارد.

(۳)  $\pi$

(۲)  $\frac{\pi}{2}$

(۱)  $\frac{\pi}{4}$

۲۳) معادله  $6 \cos^2 x - 4 \sin^2 x = k$  در بازه  $[0, 2\pi]$ ، چهار جواب دارد.  $k$  چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟

(۲) ۹

(۱) ۸

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

۲۴) برای  $x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) - \{\frac{\pi}{2}\}$ ، اگر  $\tan(2x) = \frac{2}{m-3}$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

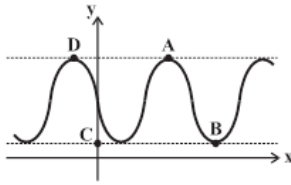
(۴)  $R - [1, 5]$

(۳)  $(5, +\infty)$

(۲)  $(3, 5)$

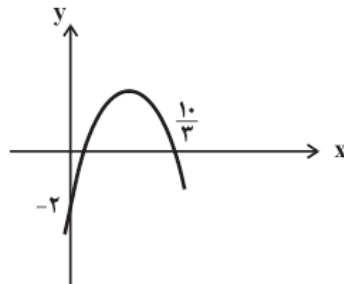
(۱)  $(1, 5) - \{3\}$

۲۵) نمودار تابع  $f(x) = -3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 4$  به صورت شکل زیر است. مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟



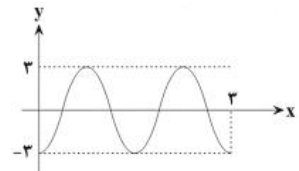
- ۳۵ (۱)
- ۴۵ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۲۷ (۴)

۲۶) قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 4 \sin\left(\frac{\pi x}{k}\right) + a$  به صورت شکل زیر است. دوره تناوب این تابع کدام است؟



- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

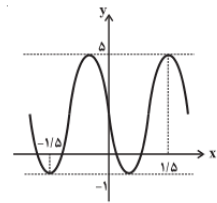
۲۷) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin\left(\pi\left(\frac{x}{4} + bx\right)\right)$  را نشان می‌دهد. کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟



- $\frac{3}{4}$  (۲)
- $\frac{1}{4}$  (۴)

- $\frac{1}{4}$  (۱)
- $\frac{3}{4}$  (۳)

۲۸) اگر نمودار زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx)$  باشد، حاصل  $\frac{ac}{b}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2\pi}{3}$   
 (۳)  $\frac{\pi}{6}$  (۴)  $-\frac{\pi}{6}$

۲۹) تابع متناوب  $f$  با دامنه  $R$  و دوره تناوب  $2$ ، در بازه  $[0, 2]$  به صورت

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{2-x}; & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

است؟

- (۱)  $0/9$  (۲)  $0/81$   
 (۳)  $0/09$  (۴)  $0/3$

۳۰) خط  $L: 2x - y = 1$  نمودار تابع  $y = \tan(-x + 1)$  را در کدام ناحیه قطع می‌کند؟  $(-\frac{\pi}{4} < x - 1 < \frac{\pi}{4})$

- (۱) اول (۲) دوم  
 (۳) سوم (۴) چهارم

۳۱) خط  $y = -\frac{1}{4}$ ، نمودار تابع  $f(x) = 2 \cos(\frac{3\pi x}{4}) - 1$  را در بازه  $(0, \frac{6}{\pi})$  چند بار قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲  
 (۳) ۳ (۴) ۴

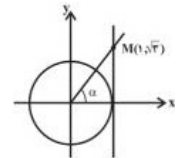
۳۲) مجموع جوابهای معادله  $\sin^2 x = \cos x(1 + \cos^2 x)$  در بازه  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{4\pi}{3}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

۳۳) معادله  $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$  در بازه  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۴) با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مجموع جوابهای معادله  $4 \cos \alpha \sin x - 2 \sin \alpha = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟



- (۱)  $\pi$  (۲)  $\frac{5\pi}{3}$   
 (۳)  $2\pi$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

۳۵) معادله  $\sin 2x = \cos 3x$  در بازه  $[0, a]$ ،  $5$  جواب دارد. حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17\pi}{10}$  (۲)  $\frac{2\pi}{10}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{5\pi}{2}$

۳۶) از معادله  $\cos^2 x - \cos^2 \frac{\pi}{3} = \frac{1}{4}$  چند جواب برای  $x$  در فاصله  $(0, 2\pi)$  بدست می‌آید؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۷) اگر تابع  $f(x) = 5 \sin^3(\frac{\pi}{3}x - c)$  به ازای  $x = \frac{1}{3}$  ماکزیمم شود، طول نقطه مینیمم آن، کدام می‌تواند باشد؟ (c، عدد ثابت است.)

- (۱)  $-\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{7}{6}$  (۳)  $\frac{11}{6}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۳۸) جواب کلی معادله  $\frac{1+\cos x + \cos 2x}{\sin x + \sin 2x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$   
(۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$

۳۹) معادله  $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos \frac{x}{3}$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند جواب متمایز دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲  
(۳) ۳ (۴) ۴

۴۰) مجموع ریشه‌های معادله  $(3 \sin x - 2)(4 \cos x + 3) = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\pi}{2}$  (۲)  $\frac{7\pi}{12}$   
(۳)  $3\pi$  (۴)  $4\pi$

۴۱) جواب کلی معادله  $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

- (۱)  $x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2}$  (۲)  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$   
(۳)  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۴)  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

۴۲) تابع  $y = a \cos(bx) + c$  در سه نقطه از بازه  $(0, 2\pi)$  بر محور xها مماس است. حداکثر مقدار b کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۴۳) جواب کلی معادله  $\frac{1+\cos x}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin x}{1-\cos x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{3k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{4k\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$

۴۴) مجموع ریشه‌های معادله  $\sin x - \cos x + \sin x \cos x - 1 = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\pi$  (۲)  $\frac{3\pi}{2}$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $\frac{5\pi}{2}$

۴۵) اگر  $a \in Z - \{0\}$  باشد، نمودار  $y = 4 \sin ax$  در بازه  $(0, 2\pi)$ ، حداکثر چند نقطه برخورد با  $y = a$  دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۴۶) اگر  $f(x) = 2 \cos x + 3f(\frac{\pi}{3})$ ، آنگاه مینیمم تابع  $y = f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{7}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{4}{2}$

۴۷) جواب کلی معادله  $2 \cos^2 x + \sin 2x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{8}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۴۸) معادله  $\frac{\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}}{\cos x \cos 2x} = 8$  چند جواب در فاصله  $[0, \pi]$  دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۹) تعداد جواب‌های معادله‌ی  $\cos 2x - \cos x = \frac{1}{|x|+|-x|}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جز صحیح است.)

- ۶ (۱) ۵ (۲)  
۴ (۳) ۳ (۴)

۵۰) تعداد جواب‌های معادله‌ی  $\sin(\frac{\pi}{4}\sin^2 x) + \cos(\frac{\pi}{4}\cos^2 x) = \sqrt{2}$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۱) معادله‌ی  $\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \frac{\tan 2x}{1+\tan^2 2x}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- صفر (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

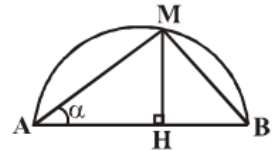
۵۲) نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی  $\frac{\tan x}{1-\cos x} = 2 + 2\cos x$  بر روی دایره‌ی مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

- ۱) مربع  
۲) مستطیل  
۳) مثلث قائم‌الزاویه  
۴) مثلث متساوی‌الاضلاع

۵۳) معادله‌ی  $x - \sin 2x = 0$  چند جواب دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲)  
هیچ (۴) بی‌شمار (۳)

۵۴) در نیم‌دایره‌ای به قطر  $AB = 2R$ ، زاویه‌ی بین قطر  $AB$  و وتر  $AM$  برابر  $\alpha$  است. اگر  $2AH + BM = 4R$  باشد، حاصل  $\sin \alpha$  کدام است؟



- ۱)  $\frac{1}{2}$   
۲)  $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$   
۳)  $\frac{1}{6}$   
۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۵۵) کدام کمان در معادله‌ی مثلثاتی  $\sqrt{3}\cos x - \cos 3x = \frac{\sqrt{3}-2}{4}$  صدق می‌کند؟

- ۱)  $\frac{\pi}{24}$   
۲)  $\frac{\pi}{12}$   
۳)  $\frac{\pi}{18}$   
۴)  $\frac{\pi}{6}$

۵۶) معادله‌ی  $\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{4} + \cos 2x$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲)  
۳ (۳) ۴ (۴)