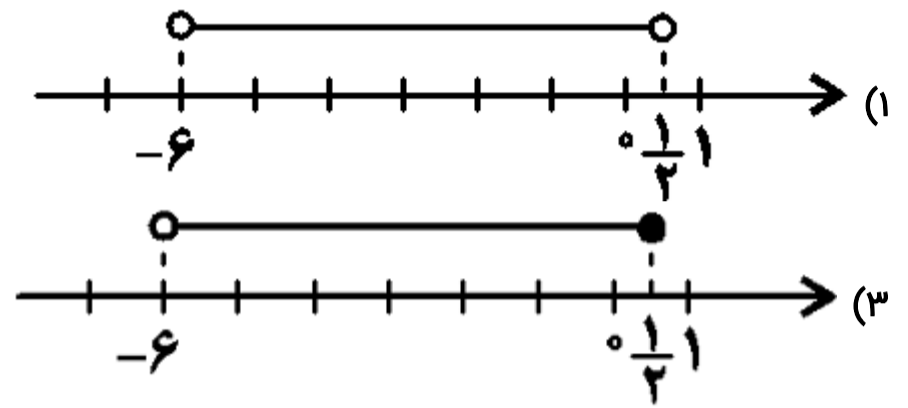
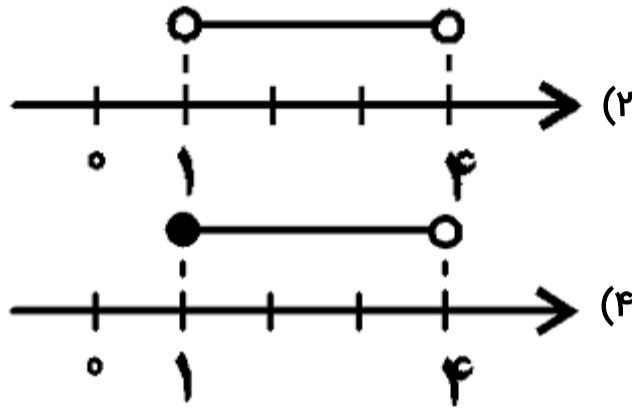




۱) اگر $x \in [3x - 6, 2x - 1]$ و نمایش مجموعه‌ای محدوده x به صورت $\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$ باشد، نمایش هندسی $(-\infty, a] - [\frac{a}{2}, a + b)$ بر روی محور اعداد حقیقی، کدام است؟



پاسخ: گزینه ۱

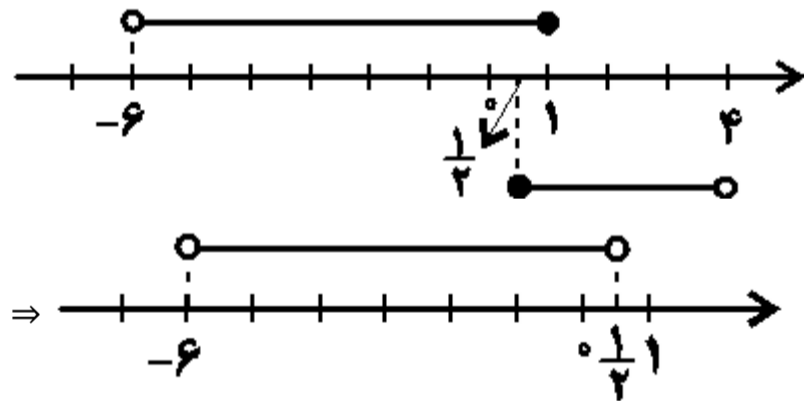
گزینه «۱»

ابتدا بازه مربوط به x را می‌یابیم:

$$x \in [3x - 6, 2x - 1] \Rightarrow 3x - 6 \leq x < 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 < x \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$(-\infty, a] - [\frac{a}{2}, a + b) = (-\infty, 1] - [\frac{1}{2}, 4) = (-\infty, 1] - [\frac{1}{2}, 4)$$



۲) اگر $[-2, x+1) \cap (x-1, 6] = \emptyset$ ، حدود x کدام است؟

$\frac{2}{3} \leq x$ (۴)

$\frac{2}{3} \leq x < \frac{7}{4}$ (۳)

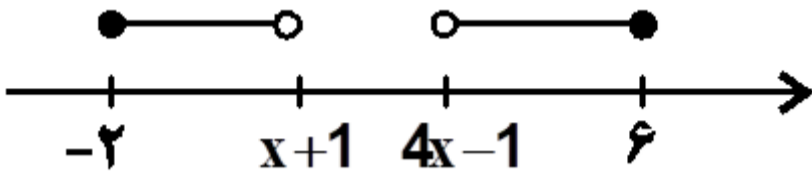
$\frac{2}{3} < x < \frac{7}{4}$ (۲)

$1 < x \leq \frac{7}{4}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

بازه‌های داده شده را روی محور اعداد حقیقی مشخص می‌کنیم:



اشتراک ۲ بازه، \emptyset است، بنابراین:

$$\begin{cases} x+1 \leq 4x-1 \Rightarrow 3x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3} \\ 4x-1 < 6 \Rightarrow 4x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک بازه}} \frac{2}{3} \leq x < \frac{7}{4}$$

$x+1 > -2 \Rightarrow x > -3$

۳) اگر $n(A-B) = 20$ و $n(A) \times n(B) = 45n(A \cap B)$ و تعداد عضوهای مجموعه A ، دو برابر تعداد عضوهای مجموعه B باشد، $n(B)$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۳۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= \frac{n(A) \times n(B)}{45} \\ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = n(A) - \frac{n(A) \times n(B)}{45} = 20 \\ \frac{n(A) \times n(B)}{45} &\rightarrow 2n(B) - \frac{2n^2(B)}{45} = 20 \\ \Rightarrow n^2(B) - 45n(B) + 450 &= 0 \\ \Rightarrow (n(B) - 15)(n(B) - 30) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} n(B) = 15 \Rightarrow n(A) = 30 \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \\ \text{یا} \\ n(B) = 30 \Rightarrow n(A) = 60 \Rightarrow n(A \cap B) = 40 \end{cases} \end{aligned}$$

۴) اگر بازه‌های ناتهی $A = (-x^2, 3)$ ، $B = (-x^2 + 2, x - 1)$ و $A \cap B = (-2, y)$ باشند، حاصل $x + y$ کدام است؟

۲) صفر

۳) ۴

۱) ۳

۳) -۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم: $-x^2 + 2 > -x^2$

در نتیجه ابتدای بازه اشتراک A و B برابر با $-x^2 + 2$ است:

$$-x^2 + 2 = -2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

اگر $x = -2$ باشد، $B = (-2, -3)$ و $B = \emptyset$ می‌شود، در نتیجه $x = 2$ قابل قبول است:

$$A = (-4, 3), B = (-2, 1) \Rightarrow A \cap B = (-2, 1) = (-2, y)$$

$$\Rightarrow y = 1 \Rightarrow x + y = 3$$

۵) اگر $n(A) = 2x + 4$ ، $n(B) = x$ و $n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 20$ باشد، مقدار $n(B - A)$ کدام است؟

۲) ۸

۴) ۴

۱) x

۳) $x + 12$

پاسخ: گزینه ۲

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A \cup B) + n(A \cap B) = 3x + 4 \\ n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 20 \end{cases}$$

دو طرف تساوی را از

$$\xrightarrow{\text{هم‌کمکنیم}} 2n(A \cap B) = 2x - 16 \Rightarrow n(A \cap B) = x - 8$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = x - x + 8 = 8$$

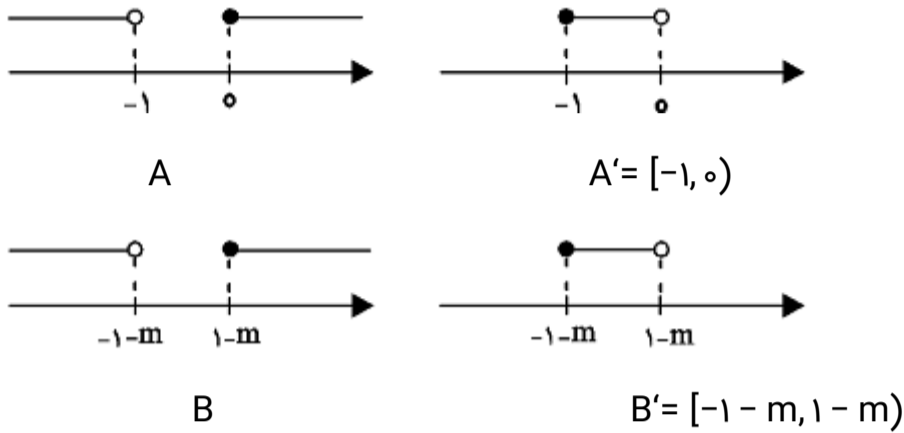
۶ اگر $A = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ و $B = \mathbb{R} - [-1 - m, 1 - m)$ و $A' \cap B' = [-1, 0)$ باشد، آن گاه مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $[-1, 0]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) $\{-1, 0, 1\}$

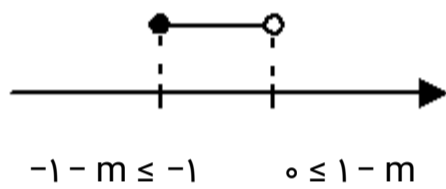
پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا به کمک نمایش هندسی مجموعه‌های A و B ، متمم این دو مجموعه را به دست می‌آوریم:



از آن جایی که $A' \cap B' = [-1, 0)$ ، بازه A' زیرمجموعه بازه B' است. یعنی:

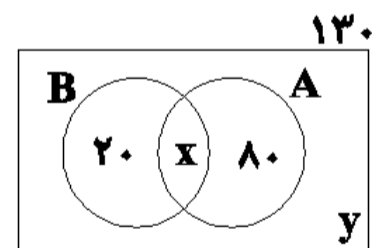


$$\begin{cases} -1 - m \leq -1 \\ 1 - m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m \\ m \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq m \leq 1$$

۷ اگر $n(B' \cap A) = 80$ و $n(A' \cap B) = 20$ به طوری که $n(A) = 3n(B)$ و $n(U) = 130$ باشد، آن گاه $n(A) - n(A' \cap B')$ کدام است؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۲



$$n(B' \cap A) = n(A - B) = 80$$

$$n(A' \cap B) = n(B - A) = 20$$

$$n(A) = 3n(B) \Rightarrow 80 + x = 3(x + 20)$$

$$\Rightarrow 80 + x = 3x + 60 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

$$80 + x + 20 + y = 130 \xrightarrow{x=10} y = 20$$

$$\Rightarrow n(A) - n(A' \cap B') = 80 + x - y = 80 + 10 - 20 = 70$$

توجه کنید که:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = y = 20$$

۸) اگر مجموعه A، اعداد طبیعی مضرب ۳ و کوچکتر از ۱۰۰ و مجموعه B اعداد طبیعی مضرب ۷ و کوچکتر از ۱۰۰ باشند، آنگاه تعداد اعضای که به مجموعه A یا B تعلق دارند کدام است؟

۴۷ (۴)

۴۳ (۳)

۴۰ (۲)

۴۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 99\} \Rightarrow n(A) = \frac{99}{3} = 33$$

$$B = \{7, 14, 21, \dots, 98\} \Rightarrow n(B) = \frac{98}{7} = 14$$

$A \cap B = 21 =$ مضرب ۳ و هم مضرب ۷

$$\Rightarrow A \cap B = \{21, 42, 63, 84\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$n(A \cup B)$: تعداد اعضای که به A یا B تعلق دارند

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 33 + 14 - 4 = 43$$

۹) اگر $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{11-n})$ ($1 \leq n \leq 10$) و $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (a, b)$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

$\frac{1}{10}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{11}{10}$ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$A_1 = (-1, \frac{1}{10}) \quad A_2 = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{9}) \quad \dots \quad A_{10} = (-\frac{1}{10}, 1)$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}) = (a, b)$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{10} - (-\frac{1}{10}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

۱۰) اگر $A = [2, a+b]$ ، $B = [2b-a, 3]$ و $A \cup B = [-1, 4]$ باشد، چند عدد طبیعی در بازه $(\frac{-a-b}{2}, \frac{a+b}{2})$ قرار می‌گیرد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$A \cup B = [2, a+b] \cup [2b-a, 3] = [-1, 4]$$

$$\Rightarrow a+b = 4, 2b-a = -1$$

$$\begin{cases} a+b = 4 \\ 2b-a = -1 \end{cases} \Rightarrow 3b = 3 \Rightarrow b = 1, a = 3$$

$$(\frac{-a-b}{2}, \frac{a+b}{2}) = (-2, 2)$$

اعداد طبیعی موجود در بازه $(-2, 2)$: $\{1\}$

۱۱) اگر $A = [\frac{2m-1}{3}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{2-m}{6}]$ باشند، به ازای کدام محدوده برای m ، مجموعه $A \cap B$ متناهی است؟

$$m \geq \frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$m \leq \frac{4}{5} \quad (۴)$$

$$m \geq \frac{4}{5} \quad (۱)$$

$$-\frac{4}{5} \leq m \leq \frac{2}{5} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون گفته شده $A \cap B$ متناهی باشد، پس این مجموعه با توجه به بی‌شمار بودن اعداد حقیقی نمی‌تواند شامل هیچ بازه‌ای باشد بنابراین باید یا تک نقطه باشد یا تهی باشد. به عبارت دیگر انتهای بازه B باید کوچک‌تر یا مساوی ابتدای بازه A باشد. داریم:

$$\frac{2-m}{6} \leq \frac{2m-1}{3} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در عدد ۱۸}} ۳(2m-1) \leq ۶(2m-1)$$

$$\Rightarrow ۶ - ۳m \leq ۱۲m - ۶ \Rightarrow ۶ + ۶ \leq ۱۲m + ۳m \Rightarrow ۱۲ \leq ۱۵m$$

$$\Rightarrow m \geq \frac{۱۲}{۱۵} \Rightarrow m \geq \frac{۴}{۵}$$

۱۲) اگر $A \subset B \subset C$ و U مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $C' \cap [B' \cap C' \cap A'] \cap [(A-B) - A]$ همواره کدام است؟

B' (۴)

U (۳)

\emptyset (۲)

C' (۱)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\underbrace{C'}_{(۱)} \cap \underbrace{[B' \cap C' \cap A']}_{(۲)} \cap \underbrace{[(A-B) - A]}_{(۳)}$$

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow (B' \cap A') = B'$$

$$B \subset C \Rightarrow C' \subset B' \Rightarrow (C' \cap B') = C'$$

$$\xrightarrow{(۲)} (B' \cap C' \cap A') = C'$$

$$A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset \xrightarrow{(۳)} [(A - B) - A] = \emptyset - A = \emptyset$$

$$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow C' \cap C' \cap \emptyset = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} \emptyset' = U$$

۱۳) اگر $n(B - A) = 4 + n(A - B)$ ، $n(A' \cap B') = 24 - 2n(A - B)$ و $n(U) = 38$ باشد حاصل $n(A \cap B)$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

۱۱ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طبق نتیجه کاردرکلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

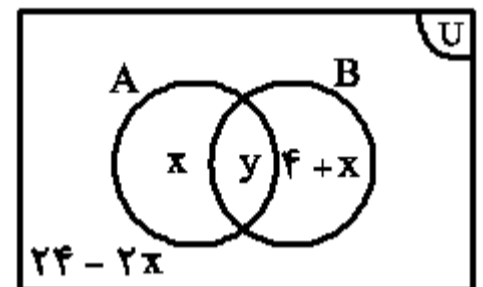
$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)')$$

$$n(A \cup B) + n((A \cup B)') = n(U)$$

$n(A \cup B)$ را می‌توان به صورت $n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$ نوشت:

$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + n((A \cup B)') = n(U)$$

اگر $n(A - B)$ را برابر x فرض کنیم، $n(B - A) = 4 + x$ و $n((A \cup B)') = 24 - 2x$ می‌شود. با فرض $n(A \cap B) = y$ داریم:



$$x + y + 4 + x + 24 - 2x = 38$$

$$\Rightarrow 28 + y = 38$$

$$\Rightarrow y = 10$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

۱۴) تعداد اعضای چه تعداد از مجموعه‌های زیر یک عدد حسابی است؟

(ب) مجموعه مستطیل‌های به قطر ۵

(الف) اعداد حقیقی موجود در بازه $(-1, \frac{1}{4})$

(د) مجموعه زبان‌های انسانی موجود در کره زمین

(ج) مجموعه اعداد گویا بین ۱ و $\frac{3}{4}$

(و) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۲۵۰

(ه) مجموعه سیارات موجود در کهکشان ما

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

موارد «ه» و «د» مجموعه‌های متناهی هستند و در نتیجه تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است.

۱۵) در یک مهمانی، ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

۱۹ (۴)

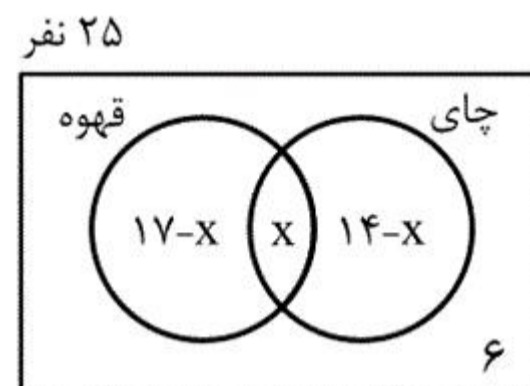
۱۳ (۳)

۷ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر x تعداد نفراتی باشد که هم چای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به نمودار ون زیر، خواهیم داشت:



$$25 = 17 - x + x + 14 - x + 6 \Rightarrow 25 = 37 - x \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow n(\text{حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند}) = n(U) - n(\text{هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند})$$

$$= 25 - x = 25 - 12 = 13$$

۱۶) در یک کلاس $2x$ نفری، $x - 7$ نفر فقط در درس ریاضی و $\frac{2}{3}x$ نفر فقط در درس علوم نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر تعداد کسانی که یا در هر دو درس نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند یا در هیچ‌کدام نمره بالای ۱۵ نگرفته‌اند، برابر با ۱۲ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟

۴۸ (۴)

۲۴ (۳)

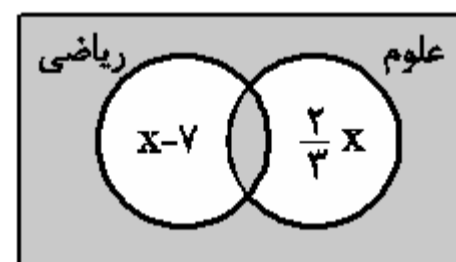
۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

در نمودار ون زیر، کسانی که یا در هر دو درس نمره بالای ۱۵ نگرفته‌اند یا در هیچ‌کدام نمره بالای ۱۵ نگرفته‌اند، در ناحیه سایه زده قرار دارند و تعداد آن‌ها برابر با ۱۲ است، بنابراین:

$$\begin{aligned} x - 7 + \frac{2}{3}x + 12 &= 2x \\ \Rightarrow \frac{x}{3} &= 5 \\ \Rightarrow x &= 15 \Rightarrow 2x = 30 \end{aligned}$$



۱۷) $\frac{4}{5}$ دانش‌آموزان یک کلاس در درس ریاضی، $\frac{3}{5}$ دانش‌آموزان در درس فیزیک و نصف دانش‌آموزان در هر دو درس تجدید شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو درس تجدید شده‌اند برابر ۳۶ باشد، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

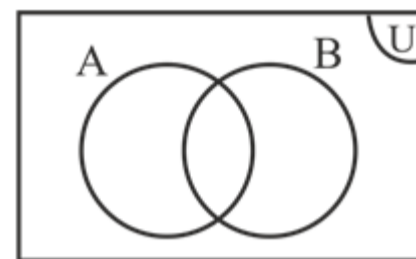
۴) ۹

۳) ۶

۲) ۵

۱) ۴

پاسخ: گزینه ۱



A: دانش‌آموزانی که در درس ریاضی تجدید شده‌اند.
B: دانش‌آموزانی که در درس فیزیک تجدید شده‌اند.
اگر تعداد کل دانش‌آموزان کلاس را x در نظر بگیریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$36 = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}x = \frac{9}{10}x \Rightarrow x = 40$$

تعداد کل تجدیدی‌ها - تعداد کل = تعداد قبولی‌ها در هر دو درس

$$= n(U) - n(A \cup B) = 40 - 36 = 4$$

۱۸) اگر U مجموعه مرجع نامتناهی و A و B دو زیر مجموعه نامتناهی از آن باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

(۲) $(A \cap B)'$ نامتناهی است.

(۱) $(A \cup B)'$ نامتناهی است.

(۴) $(A \cup B)'$ متناهی است.

(۳) $(A - B)'$ نامتناهی است.

پاسخ: گزینه ۳

مجموعه $A - B$ هیچ عضو B را شامل نمی‌شود. بنابراین، تمامی اعضای B در $(A - B)'$ هستند و چون B نامتناهی است، پس $(A - B)'$ نیز نامتناهی است.

مثال نقض برای گزینه‌های دیگر:

۱) $U = \mathbb{N}$, $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$, $B = \{4, 6, 8, \dots\}$
 $\Rightarrow (A \cup B)' = \{2\}$

۲) $U = \mathbb{N}$, $A = B = \{2, 3, 4, 5, \dots\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{1\}$

۴) $U = \mathbb{N}$, $A = \underbrace{\{2, 4, 6, 8, \dots\}}_{\text{زوج‌ها}}$, $B = \underbrace{\{4, 8, 12, \dots\}}_{\text{مضارب ۴}}$

$\Rightarrow (A \cup B)' = \{1, 3, 5, \dots\}$

۱۹) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \subseteq B$ ، آن گاه متمم مجموعه $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ همواره کدام است؟ ($U, A, B \subseteq U$ مجموعه مرجع است.)

$A' \cup B$ (۴)

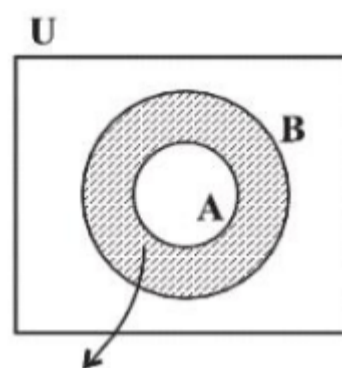
$A' - B'$ (۳)

$B' \cap A$ (۲)

$A \cup B'$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار ون داریم:



$$\begin{aligned} A \cap B &= A \\ A \cap B' &= A - B = \emptyset \\ B \cap A' &= B - A \end{aligned}$$

(B-A)

$$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset \cup (B - A) = B - A$$

$$B - A \text{ متمم} = (B - A)' = (B \cap A')' = B' \cup A = A \cup B'$$

۲۰) می‌دانیم اعضای مجموعه A ، دو برابر تعداد اعضای متمم مجموعه A است. اگر تعداد اعضای مجموعه A را ۴ کنیم عضو به اعضای مجموعه A' اضافه می‌شود. تعداد اعضای مجموعه مرجع کدام است؟

۹ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر $n(A)$ را تعداد اعضای مجموعه A فرض کنیم، داریم:

$$n(A) = 2n(A') \quad (I)$$

$$n(A) + n(A') = n(U) \quad (II)$$

طبق فرض سوال می‌توان گفت:

$$\frac{n(A)}{3} + n(A') + 4 = n(U) \xrightarrow{(II)} \frac{n(A)}{3} + n(A') + 4$$

$$= n(A) + n(A') \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\xrightarrow{(I)} n(A') = 3$$

$$n(A) + n(A') = n(U) \Rightarrow n(U) = 6 + 3 = 9$$

(۲۱) متمم مجموعه ی $(A' \cup B') \cup [B - (B - A)]$ کدام است؟ (U مجموعه ی مرجع و A و B ناتهی است.)

$A \cap B$ (۴)

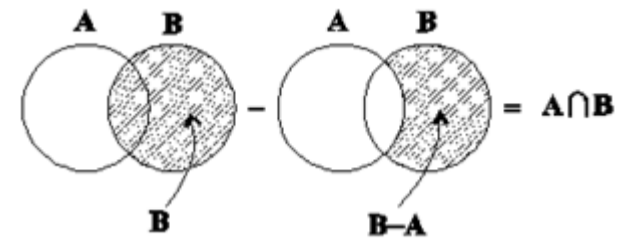
$A \cup B$ (۳)

U (۲)

\emptyset (۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار ون داریم:



$$\begin{aligned} (A' \cup B') \cup [B - (B - A)] &= (A' \cup B') \cup (A \cap B) \\ &= (A \cap B)' \cup (A \cap B) \stackrel{A \cap B = X}{=} X' \cup X = U \end{aligned}$$

$U' = \emptyset$ = متمم مجموعه U

(۲۲) در یک انجمن تعداد افرادی که مهارت A را دارند، دو برابر افرادی است که مهارت B را دارند. اگر $\frac{1}{8}$ افراد این انجمن هر دو مهارت را داشته باشند و $\frac{3}{10}$ آن‌ها هیچ‌کدام از مهارت‌ها را نداشته باشند؛ چند درصد افراد مهارت A را ندارند؟

۶۵ (۴)

۳۰ (۳)

۷۰ (۲)

۳۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$n(U)$ تعداد افراد انجمن است.

$$n(A) = 2n(B) \quad (۱)$$

$$n(A \cap B) = \frac{1}{8}n(U) \quad (۲)$$

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = \frac{3}{10}n(U)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = \frac{17}{10}n(U) \quad (۳)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} n(A \cup B) = 2n(B) + n(B) - \frac{1}{8}n(U)$$

$$\xrightarrow{(۳)} \frac{17}{10}n(U) = 3n(B) - \frac{1}{8}n(U) \Rightarrow 3n(B) = \frac{21}{10}n(U)$$

$$\Rightarrow n(B) = \frac{7}{10}n(U)$$

تعداد کسانی که مهارت A را ندارند برابر $n(A')$ است:

$$\Rightarrow n(A) = 2n(B) = \frac{14}{10}n(U) \Rightarrow$$

$$n(A') = n(U) - n(A) = n(U) - \frac{14}{10}n(U) = \frac{6}{10}n(U)$$

بنابراین ۳۰% افراد مهارت A را ندارد.

۲۳ در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ نفر در آزمون درس فیزیک و ۹ نفر در آزمون درس ریاضی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده باشند، چند نفر حداکثر در یکی از این دو آزمون شرکت کرده‌اند؟

۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

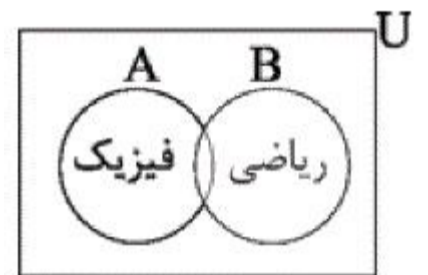
اگر مجموعه‌ی A شرکت‌کنندگان در آزمون فیزیک و مجموعه‌ی B شرکت‌کنندگان در آزمون ریاضی باشند، داریم:

$$n(U) = 30, \quad n(A) = 14, \quad n(B) = 9, \quad n(A \cap B) = 5$$

حداکثر در یکی از دو آزمون شرکت کرده باشند، یعنی حداقل در یکی از دو آزمون شرکت نکرده باشند یعنی $A' \cup B'$.

$$n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B)$$

$$= 30 - 5 = 25$$



۲۴ $\frac{1}{3}$ از تعداد اعضای مجموعه‌ی A با مجموعه‌ی B و $\frac{2}{5}$ از تعداد اعضای B با A مشترک هستند. اگر $n(A \cup B) = 45$ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ کدام است؟

۱۰ (۲)

۲۰ (۴)

۵ (۱)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

طبق صورت سؤال داریم:

$$n(A \cap B) = \frac{1}{3}n(A) = \frac{2}{5}n(B)$$

$$\Rightarrow n(A) = 3n(A \cap B) \quad (1), \quad n(B) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \quad (2)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 45 = 3n(A \cap B) + \frac{5}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 45 = \frac{9}{2}n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 45 \times \frac{2}{9} = 10$$

۲۵) کدام مجموعه، زیرمجموعه‌ی سایر مجموعه‌ها است؟

(۴) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

(۳) $\emptyset \cap \{\emptyset\}$

(۲) $\emptyset \cup \{\emptyset\}$

(۱) $\{\{\emptyset\}\}$

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم تهی زیرمجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست، پس بین گزینه‌های سؤال، گزینه‌ای را بایستی انتخاب کنیم که حاصلش تهی است.

$$\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$$

دقت شود که مجموعه‌ی تهی فقط به صورت \emptyset یا $\{\}$ نمایش داده می‌شود و مجموعه‌ی $\{\emptyset\}$ مجموعه‌ای یک عضوی است.