



۱) چه تعداد از جملات زیر نا درست است؟

الف) اولین قدم در استفاده از علم آمار جمع‌آوری داده‌هاست.

ب) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

ج) به تعداد اعضای جامعه، اندازه نمونه می‌گویند.

د) اندازه نمونه کمتر از اندازه جامعه نیست.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

ج و د غلط است.

ج: به تعداد اعضای جامعه، اندازه جامعه می‌گویند..

د: اندازه نمونه کمتر از اندازه جامعه یا مساوی آن است.

۲) کدام یک از گزینه‌های زیر، شامل متغیرهای کمی پیوسته، کیفی اسمی و کیفی ترتیبی است؟

۱) رنگ چشم افراد- فصل‌های سال- وضعیت اشتغال جوانان

۲) مدرک تحصیلی کارمندان یک شرکت- گروه خونی دانش‌آموزان- تعداد ماشین‌های موجود در پارکینگ

۳) وضعیت مسکن افراد- طول قد افراد جامعه- مراحل بلوغ یک انسان

۴) تعداد مکالمات تلفنی- مساحت یک قطعه زمین- نوع درختان موجود در باغ

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

وضعیت مسکن افراد: کیفی اسمی

طول قد افراد جامعه: کمی پیوسته

مراحل بلوغ یک انسان: کیفی ترتیبی

۳) تعداد متغیرهای کیفی در کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

- ۱) مقطع تحصیلی - معدل کارشناسی - رنگ چشم - رتبه یک دونده در یک مسابقه دو
- ۲) رنگ پوست - نژاد یک فرد - تعداد شهرهایی که راه آهن دارند - گروه خونی
- ۳) انواع کیفیت هوا - میزان علاقه به فوتبال (کم، متوسط، زیاد) - شدت بارندگی (کم، متوسط، زیاد) - مدت زمان انتظار در مطب پزشک
- ۴) وضعیت آب و هوا - کیفیت کار یک بنا - مراحل زندگی - میزان رضایت مشتریان از خدمات فروشگاه (کم، متوسط، زیاد)

پاسخ: گزینه ۴

در گزینه‌های «۱» تا «۳» یکی از متغیرها کمی و بقیه کیفی هستند. ولی در گزینه «۴» تمام متغیرها کیفی هستند.

در گزینه «۱» معدل کارشناسی: کمی

در گزینه «۲»: تعداد شهرهایی که راه آهن دارند: کمی

در گزینه «۳»: مدت زمان انتظار در مطب پزشک: کمی

۴) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) متغیر، ویژگی از اعضای یک جامعه است.
- ۲) حجم نمونه نمی‌تواند بیش‌تر از حجم جامعه باشد.
- ۳) اولین قدم در علم آمار سازماندهی و نمایش داده‌هاست.
- ۴) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

مراحل علم آمار:

۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام

۲) سازماندهی و نمایش داده‌ها

۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها

۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی

۵) در کدام گزینه هر چهار نوع متغیر کمی پیوسته، کمی گسسته، کیفی اسمی و کیفی ترتیبی وجود دارد؟

- ۱) تعداد فرزندان خانواده، قد افراد، گروه خونی، میزان لذت بردن از آشپزی
- ۲) تعداد مسافران یک قطار، اقوام ایرانی، قد افراد، جنسیت افراد
- ۳) انواع هواپیما، مدت زمان رسیدن از خانه به مدرسه، رنگ چشم، میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر
- ۴) مراحل رشد یک انسان، نوع بارندگی، میزان دمای هوا، شدت بارندگی

پاسخ: گزینه ۱

در گزینه «۱»: تعداد فرزندان متغیر کمی گسسته، قد افراد متغیر کمی پیوسته، گروه خونی متغیر کیفی اسمی و میزان لذت بردن از آشپزی متغیر کیفی ترتیبی است.

در گزینه «۲»: اقوام ایرانی و جنسیت افراد هر دو متغیر کیفی اسمی هستند.

در گزینه «۳»: انواع هواپیما و رنگ چشم هر دو متغیر کیفی اسمی و مدت زمان رسیدن از خانه به مدرسه و میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر هر دو متغیر کمی پیوسته هستند.

در گزینه «۴»: مراحل رشد یک انسان و شدت بارندگی هر دو متغیر کیفی ترتیبی هستند.

۶) کدام دسته از متغیرهای تصادفی زیر، هم‌نوع (یکی از انواع کمی پیوسته - کمی گسسته - کیفی اسمی - کیفی ترتیبی) هستند؟

- ۱) تعداد نامه‌های یک صندوق - وزن نامه‌های یک صندوق
- ۲) میزان بارندگی در یک شهر - تعداد روزهای بارش باران در یک شهر
- ۳) گنجایش آب یک تانکر - طول اضلاع یک مثلث
- ۴) میزان تحصیلات افراد یک اداره - نوع گوشی همراه افراد یک اداره

پاسخ: گزینه ۳

متغیر گنجایش آب یک تانکر و طول اضلاع یک مثلث هر دو کمی پیوسته است.

۷) اگر داده آماری را ۸ برابر کرده و سپس از هر یک ۱۶ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. مجموع داده‌های جدید کدام است؟

۳۲۰۰ (۴)

۱۶۰۰ (۳)

۱۴۴۰ (۲)

۴۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

میانگین و انحراف معیار جدید بر حسب میانگین و انحراف معیار قدیم به صورت زیر به دست می‌آیند: $\bar{x}' = 8\bar{x} - 16$

$$\sigma' = 8\sigma$$

ضریب تغییرات ۲۰ درصد افزایش داشته، پس $1/2$ برابر شده است:

$$\frac{CV'}{CV} = 1/2 \Rightarrow \frac{\frac{\sigma'}{\bar{x}'}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = 1/2 \Rightarrow \frac{8\sigma}{8\bar{x} - 16} = 1/2$$

$$\Rightarrow \frac{8\bar{x}}{8\bar{x} - 16} = 1/2 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{\bar{x} - 2} = 1/2 \Rightarrow \bar{x} = 1/2\bar{x} - 2/4$$

$$\Rightarrow 0/2\bar{x} = 2/4 \Rightarrow \bar{x} = 12 \Rightarrow \bar{x}' = 8(12) - 16 = 80$$

$$\text{مجموع داده‌های جدید} = 80 \times 40 = 3200$$

۸) در آزمون مهارت‌سنجی یک شغل، نمرات دو شخص A و B به صورت زیر است. کدام یک برای این شغل مناسب‌تر است؟

$$\begin{cases} A: 19, 20, 20, 10, 11 \\ B: 16, 15, 17, 12, 20 \end{cases}$$

(۱) A (۲) B (۳) هر دو یکسان (۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای مقایسه، ابتدا میانگین نمره‌ها را حساب می‌کنیم. در صورتی‌که نمره‌ها برابر باشند شخصی مناسب‌تر است که نمراتش واریانس کمتری داشته باشد.

$$\begin{aligned} \bar{x}_A &= \frac{19 + 20 + 20 + 10 + 11}{5} = 16, \\ \Rightarrow \sigma_A^2 &= \frac{3^2 + 4^2 + 4^2 + (-6)^2 + (-5)^2}{5} = \frac{102}{5} \\ \bar{x}_B &= \frac{16 + 15 + 17 + 12 + 20}{5} = 16 \\ \Rightarrow \sigma_B^2 &= \frac{0^2 + (-1)^2 + 1^2 + (-4)^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} \end{aligned}$$

۹) انحراف معیار داده‌های $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, 3x_3 - 2, \dots$ برابر ۶ است، واریانس داده‌های $\sqrt{2} - \frac{x_1}{2}, \sqrt{2} - \frac{x_2}{2}, \sqrt{2} - \frac{x_3}{2}, \dots$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر به همه داده‌ها a واحد اضافه شود، واریانس و انحراف معیار آن‌ها تغییر نمی‌کند اما اگر همه داده‌ها a برابر شوند، انحراف معیار $|a|$ و واریانس a^2 برابر می‌شود. بنابراین:

	داده‌ها	واریانس
$+2 \downarrow$	$3x_1 - 2, 3x_2 - 2, 3x_3 - 2, \dots$	$6^2 = 36$
$\times \frac{1}{3} \downarrow$	$3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots$	۳۶
$\times (-\frac{1}{2}) \downarrow$	x_1, x_2, x_3, \dots	$36 \times (\frac{1}{3})^2 = 4$
$+\sqrt{2} \downarrow$	$-\frac{x_1}{2}, -\frac{x_2}{2}, -\frac{x_3}{2}, \dots$	$4 \times (-\frac{1}{2})^2 = 1$
	$\sqrt{2} - \frac{x_1}{2}, \sqrt{2} - \frac{x_2}{2}, \sqrt{2} - \frac{x_3}{2}, \dots$	۱

واریانس داده‌های موردنظر برابر یک است.

۱۰) اگر داده‌های ۱۰۸، ۱۰۸، ۱۰۸، ۱۰۲، ۱۰۲، ۱۰۰ را چهار برابر کنیم، ضریب تغییرات چند برابر می‌شود؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر همه داده‌های آماری را در عددی مثبت ضرب کنیم، ضریب تغییرات هیچ تغییری نمی‌کند.

۱۱) در ۱۳ داده آماری، میانگین و واریانس، به ترتیب ۱۲ و ۲۰ هستند. با حذف داده‌های ۱۰، ۹ و ۱۷، واریانس ۱۰ داده باقیمانده کدام است؟

۲۲/۸ (۴)

۲۳/۸ (۳)

۲۲/۲ (۲)

۲۳/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\bar{x} = \frac{17 + 9 + 10}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

میانگین اعداد ۱۰، ۹، ۱۷ نیز برابر ۱۲ است. پس با حذف آن‌ها، میانگین ۱۰ داده باقیمانده، ۱۲ خواهد بود.

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2}{13} = 20$$

پس حاصل جمع $(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2$ برابر است با:

$$13 \times 20 = 260$$

واریانس جدید پس از حذف ۳ داده، به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{10} - 12)^2}{10} \\ &= \frac{260 - (17 - 12)^2 - (9 - 12)^2 - (10 - 12)^2}{10} = \frac{260 - 25 - 9 - 4}{10} \\ &= \frac{222}{10} = 22/2 \end{aligned}$$

۱۲) میانگین ۳ داده صحیح یک رقمی برابر میانه آنها و انحراف معیار آنها برابر $\sqrt{\frac{2}{3}}$ است. اگر مجموع داده‌ها برابر ۹ باشد، دامنه تغییرات کدام است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر سه داده را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و به صورت a, b, c نشان دهیم، b میانه است.

$$\bar{x} = \frac{a+b+c}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{میانگین} = \text{میانه} = 3 \Rightarrow \bar{x} = b = 3$$

$$a+b+c=9 \xrightarrow{b=3} a+c=6 \quad (*)$$

انحراف معیار برابر $\sqrt{\frac{2}{3}}$ است، در نتیجه واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \left(2 \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{(a-\bar{x})^2 + (b-\bar{x})^2 + (c-\bar{x})^2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{(a-3)^2 + 0 + (c-3)^2}{3} \Rightarrow (a-3)^2 + (c-3)^2 = 8 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*)} a+c=6 \Rightarrow c=6-a$$

$$\xrightarrow{(**)} (a-3)^2 + (-a+3)^2 = 8 \Rightarrow 2a^2 - 12a + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

اما با توجه به اینکه a از b کوچکتر است، در نتیجه $a=1$ قابل قبول است.

$$\xrightarrow{(*)} a+c=6 \xrightarrow{a=1} c=5$$

پس داده‌ها به صورت ۱، ۳، ۵ هستند که دامنه تغییرات برابر است با:

$$R = 5 - 1 = 4$$

۱۳) در ۵۰ داده آماری، میانگین، ۱۰ و انحراف معیار، ۱/۴ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر است؟

۰/۲ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۱ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

$$\bar{X}_{\text{قدیم}} = 10 \Rightarrow \bar{X}_{\text{جدید}} = 4 + \bar{X}_{\text{قدیم}}$$

اگر به تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه شود، انحراف معیار عوض نمی‌شود، پس:

$$\sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}} = \frac{1/4}{14} = 0/1$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{X}_{\text{جدید}}} = \frac{1/4}{14} = 0/1$$

۱۴) ضریب تغییرات داده‌های بین چارک اول و چارک سوم در داده‌های آماری زیر کدام است؟

داده‌ها : ۱۰ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۶ , ۱۸ , ۱۸

$\frac{\sqrt{10}}{35}$ (۴)

$\frac{4}{35}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{14}$ (۲)

$\frac{1}{7}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

چارک اول برابر ۱۱ و چارک سوم برابر با ۱۷ است. اعداد بین این دو چارک عبارتند از:

۱۲ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۶

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{12+14+14+14+16}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 3(14-14)^2 + (16-14)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 3(14-14)^2 + (16-14)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4+0+4}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\frac{2\sqrt{10}}{5}}{14} = \frac{\sqrt{10}}{35}$$

۱۵) قدرمطلق اختلاف از میانگین یک سری داده آماری برابر با ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳ است. اگر مجموع این داده‌ها ۱۸ باشد، ضریب تغییرات آن‌ها کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 (۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$|x_i - \bar{x}| = 1, 2, 2, 3, 3, 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_6 - \bar{x})^2}{6}$$

$$= \frac{(1)^2 + (2)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (3)^2 + (3)^2}{6} = \frac{36}{6} = 6 \Rightarrow \sigma = \sqrt{6}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۱۶) ضریب تغییرات ۳۰ داده آماری برابر با ۳/۶ است. اگر سه برابر میانگین این داده‌ها را به همه آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر خواهد شد؟

(۲) ۱۰/۸
 (۴) ۰/۹

(۱) ۱/۲
 (۳) ۱۴/۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ضریب تغییرات، حاصل تقسیم انحراف معیار بر میانگین است. یعنی:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = 3/6$$

نکته: می‌دانیم اگر همه داده‌ها را با عدد ثابت a جمع کنیم، میانگین نیز با a جمع خواهد شد، اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

طبق نکته بالا، ۳ برابر میانگین به میانگین اضافه می‌شود اما انحراف معیار ثابت می‌ماند.

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_1 + 3\bar{x}_1 = 4\bar{x}_1 \quad \sigma_2 = \sigma_1$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{\sigma_1}{4\bar{x}_1} = \frac{1}{4} \times \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{1}{4} \times 3/6 = 0/9$$

۱۷) در داده آماری مجموع اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است. اگر مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲ برابر ۱۸۰ باشد، ضریب تغییرات چند درصد است؟

- ۲۰ (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۳/۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$\bar{x} = 12 \Rightarrow$ مجموع اختلاف داده‌ها از ۱۲ صفر است.

$$\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2 = 180 = \text{مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از } 12$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2}{20} = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} =$$

۱۸) اگر میانگین داده‌های $\frac{1}{4}x_1 + 1, \frac{1}{4}x_2 + 1, \dots, \frac{1}{4}x_n + 1$ برابر ۴ باشد، میانگین داده‌های $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_n - 2$ کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

اگر هر یک از داده‌های آماری را در مقدار ثابتی ضرب کنیم و یا با مقدار ثابتی جمع کنیم، میانگین آن‌ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب و یا با همان مقدار ثابت جمع می‌شود، بنابراین:

$$4 = \text{میانگین} \Rightarrow \frac{1}{4}x_1 + 1, \frac{1}{4}x_2 + 1, \dots, \frac{1}{4}x_n + 1$$

$$24 = 6 \times (4) = \text{میانگین} \Rightarrow 3x_1 + 6, 3x_2 + 6, \dots, 3x_n + 6$$

$$16 = 24 - 8 = \text{میانگین} \Rightarrow 3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_n - 2$$

۱۹) میانگین مربعات تعدادی داده غیرصفر، ۵ برابر مربع میانگین آن‌ها است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- $\sqrt{5}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} = 5\bar{x}^2 = \text{طبق فرض مسئله}$$

از طرفی داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = 5\bar{x}^2 - \bar{x}^2 = 4\bar{x}^2$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 4\bar{x}^2 \Rightarrow \sigma = 2\bar{x} \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = 2 \Rightarrow CV = 2$$

۲۰) میانگین تعدادی داده آماری برابر ۷ است. اگر تمامی این داده‌ها را سه برابر کنیم، انحراف معیار آن‌ها تغییر نمی‌کند. حاصل $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$ در داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۲۱ (۳) ۱ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

تنها حالتی که با سه برابر کردن داده‌ها، انحراف معیار ثابت می‌ماند، این است که انحراف معیار برابر صفر باشد. یعنی تمام داده‌ها با هم برابرند. پس تمامی داده‌های جدید برابر ۲۱ هستند. در نتیجه $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 21$ است.

پس حاصل عبارت $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$ برابر صفر خواهد شد.

۲۱) اگر برای ۱۰ داده آماری $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{10}$ بدانیم که میانگین x_1, x_2, x_3 با میانگین x_8 و x_{10} برابر است. انحراف معیار داده‌ها چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

چون داده‌ها صعودی مرتب شده‌اند، تنها زمانی میانگین x_1, x_2, x_3 با میانگین x_8 و x_{10} برابر است که تمامی داده‌ها با هم برابر باشند و بنابراین واریانس و انحراف معیار آن‌ها صفر است.

۲۲) قدرمطلق اختلاف از میانگین داده‌هایی برابر ۲, ۲, ۲, ۳, ۳ است. اگر مجموع این داده‌ها ۱۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

پاسخ: گزینه ۴

$$|x_i - \bar{x}| = 2, 2, 2, 3, 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5}$$

$$= \frac{(2)^2 + (2)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (3)^2}{5} = \frac{30}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 6 \Rightarrow \sigma = \sqrt{6}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۲۳) انحراف معیار ۱۱ داده آماری برابر با ۳ است. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده کدام است؟

۱۰ (۴)

۹/۹ (۳)

۹/۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

واریانس داده‌ها برابر با $s^2 = 9$ است. با توجه به آن که یکی از داده‌ها برابر میانگین (\bar{x}) است، پس ۱۱ داده به صورت $\bar{x}, x_1, x_2, \dots, x_{10}$ هستند. اگر داده برابر با میانگین را حذف کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند. اگر واریانس ۱۱ داده اولیه را حساب کنیم، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{11} = 9$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2 = 9 \times 11 = 99$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 = 99$$

حال واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2}{10} = \frac{99}{10} = 9.9$$

۲۴) در نمایش داده‌های ۱۱، ۱۴، ۱۲، ۱۹، ۱۶، ۱۷، ۱۲، ۱۵، ۱۳، ۱۹، ۱۶، ۱۷، ۱۰، ۱۴، ۱۵ با نمودار جعبه‌ای، دامنه تغییرات داده‌های بزرگ‌تر یا مساوی چارک اول و کوچک‌تر یا مساوی چارک سوم کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۹، ۱۹

اول داده‌ها را مرتب کردیم، حالا:

$$n = 15 \Rightarrow Q_2 = x_8 = 15$$

$$Q_1 = 12, Q_3 = 17$$

پس دامنه تغییرات میان چارکی برابر $Q_3 - Q_1 = 5$ است.

۲۵) فرض کنید ۲۳ داده آماری متمایز داریم. میانگین داده‌های کوچکتر از چارک اول $9/8$ و میانگین داده‌ها از خود چارک اول تا قبل از چارک سوم ۱۸ و میانگین باقی‌مانده داده‌ها نیز ۲۱ است. میانگین تمام این ۲۳ داده کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵/۵ (۲)

۱۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به تعداد داده‌ها، چارک اول و چارک سوم به ترتیب داده‌های ششم و هجدهم خواهند بود. بنابراین تعداد داده‌های قبل از چارک اول ۵ تا، تعداد داده‌ها از خود چارک اول تا قبل چارک سوم ۱۲ تا و تعداد داده‌ها از خود چارک سوم به بعد ۶ تا داده خواهد بود. بنابراین میانگین این سه دسته داده با هم به شکل زیر محاسبه خواهد شد:

$$\frac{5 \times 9/8 + 12 \times 18 + 6 \times 21}{23} = 17$$