



① اگر $f(x) = \begin{cases} 2x^3; x < 1 \\ x^2 - 1; x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^3 - 1; x \leq 1 \\ 3x^2; x > 1 \end{cases}$ باشد، مقدار $(fg)'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) وجود ندارد.

② در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt[3]{x^2}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-1) - f(-1+h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

③ اگر $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ باشد، حاصل $f''(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

④ به ازای چند مقدار صحیح m ، خط $(m+2)y = (2m-3)x + n$ موازی یکی از خطوط مماس بر نمودار تابع $y = \sqrt{1+x^2}$ است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

⑤ اگر $f(x) = 2x - \sqrt{2x-3}$ و $g(x) = \frac{x^3-1}{|x-1|}$ باشد، $(gof)'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد

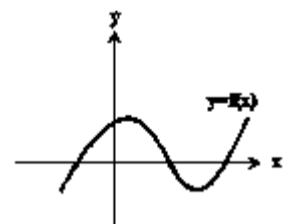
⑥ یکی از خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}(x-1)^3$ بیشترین شیب را دارد. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

- (۱) $-\frac{19}{12}$ (۲) $\frac{17}{12}$ (۳) $-\frac{17}{12}$ (۴) $\frac{19}{12}$

⑦ کدام تابع در $x = -1$ خط مماس دارد اما مشتق ندارد؟

- (۱) $y = \sqrt{x+1}$ (۲) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$
(۳) $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ (۴) $y = \sqrt[3]{x+1}$

⑧ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. روند تغییر مشتق آن کدام است؟



- (۱) کاهش-افزایش-کاهش
(۲) کاهش-افزایش
(۳) افزایش-کاهش-افزایش
(۴) افزایش-کاهش

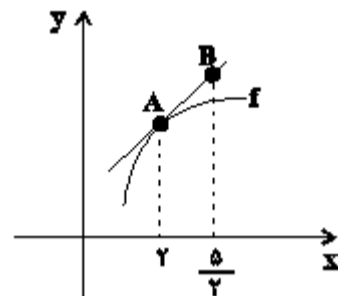
⑨ رابطه بین مشتق‌های چپ و راست تابع $f(x) = [x^2] |ax+1|$ در نقطه‌ای با طول صحیح $x=z$ به صورت $f'_+(z) - f'_-(z) = 1$ است. $f'_-(z)$ کدام می‌تواند باشد؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰) اگر $f(x) = \begin{cases} [-x]x^2 + 1; & x < 1 \\ x - 1; & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1 - \frac{h}{2})}{h}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

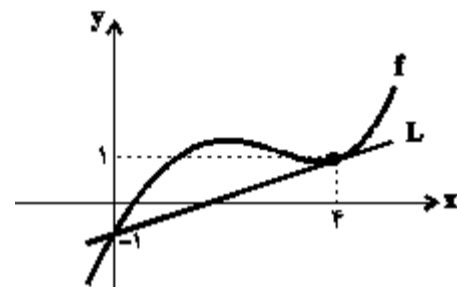
- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) صفر
 (۴) موجود نیست.

۱۱) برای تابع f در شکل زیر داریم: $f(2) = 6$ و $f'(2) = \frac{2}{3}$. عرض نقطه B کدام است؟



- (۱) $\frac{11}{6}$
 (۲) $\frac{19}{3}$
 (۳) $\frac{27}{4}$
 (۴) $\frac{19}{6}$

۱۲) مطابق شکل، خط L در نقطه $x = 4$ بر نمودار تابع f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4f(x)}{1 - (f(x))^2}$ کدام است؟



- (۱) ۱
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) -۱
 (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۳) مشتق راست تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - \sqrt{2x^2 - 1}}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$
 (۲) ۲
 (۳) -۲
 (۴) $\sqrt{2}$

۱۴) اگر $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = 2xf(x) + (x^2 - 1)f'(x)$ در $x = 4$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
 (۲) ۱۸
 (۳) ۲۴
 (۴) ۴۸

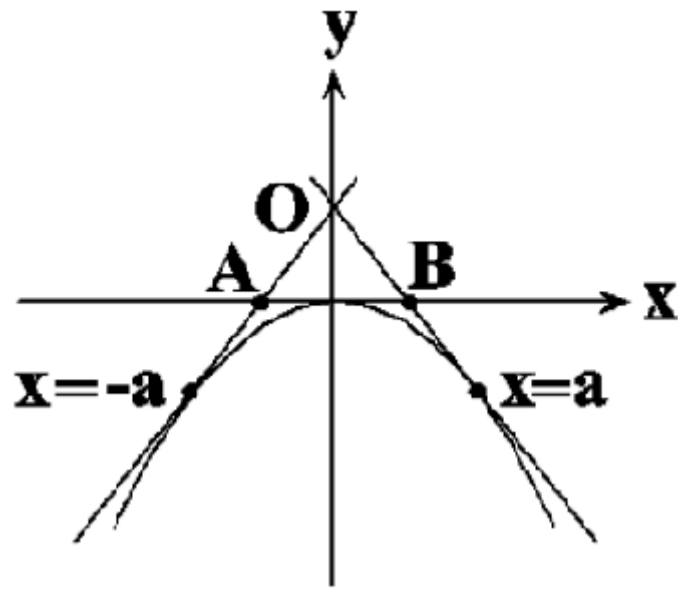
۱۵) نمودارهای توابع $f(x) = \frac{x}{x+k}$ و f' ، هیچ نقطه مشترکی ندارند. k چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۶) اگر تابع $f(x)$ در R مشتق دوم داشته باشد و بدانیم $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h+4) - 2}{h} = 4$ ، در این صورت مشتق دوم تابع $y = f(x^2)$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۶۴
 (۲) ۲۰
 (۳) ۶۸
 (۴) ۷۲

۱۷) مطابق شکل زیر، اگر خطوط مماس بر تابع $f(x) = -x^2$ در نقاط $x = -a$ و $x = a$ ترسیم شوند، مثلث OAB به وجود می‌آید. مساحت مثلث OAB کدام است؟

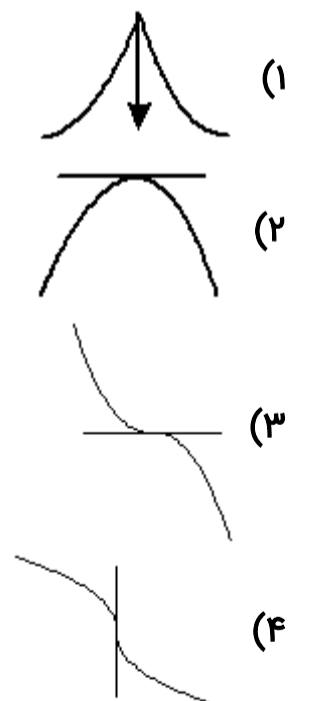


- (۱) $\frac{a^2}{2}$
- (۲) a^2
- (۳) a^3
- (۴) $\frac{a^3}{2}$

۱۸) در تابع $y = f(x)$ ، با افزایش x از ۲ به $2+h$ مقدار تابع به اندازه $3h - h^2$ زیاد می‌شود. شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) ۱

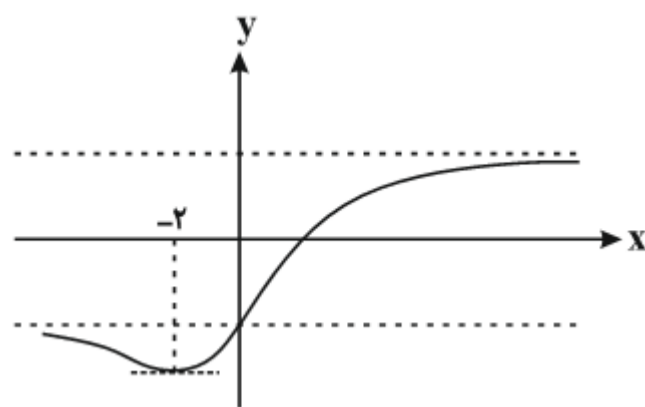
۱۹) نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x-1}$ در حوالی $x = 0$ چگونه است؟



۲۰) در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه $x = 1$ با نمو $0/44$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

- (۱) $\frac{1}{30}$
- (۲) $\frac{1}{24}$
- (۳) $\frac{1}{12}$
- (۴) $\frac{1}{6}$

۲۱) شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \frac{ax-2}{\sqrt{x^2+b}}$ را نمایش می‌دهد. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



- (۱) $(1, 4)$
- (۲) $(-1, 4)$
- (۳) $(2, 1)$
- (۴) $(-2, 1)$

۲۲) اگر $f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{9 - x^4}}$ باشد، مقدار $f'(0)$ کدام است

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

۲۳) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x \geq 0 \\ -3x + [x] & , x < 0 \end{cases}$ باشد، آن‌گاه حاصل $A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(3+h) - f^3(3-h)}{h^2 - h}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) 324
- (۲) -324
- (۳) 108
- (۴) -108

۲۴) دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = 5x - a|x-1|$ و $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$ مفروضند. تابع $f \circ g$ به‌ازای کدام مقدار a در نقطه‌ای به طول ۱ مشتق‌پذیر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $-\frac{3}{5}$
- (۳) 5
- (۴) هیچ مقدار a

۲۵) چند نقطه روی نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-4}$ وجود دارد به‌طوری که مماس‌های مرسوم در این نقاط بر خط D به معادله $4x - 5y + 1 = 0$ عمود باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳