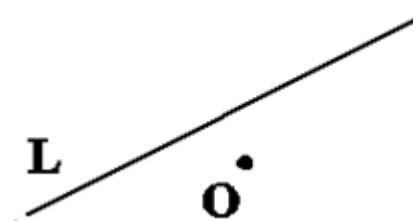




۱) مطابق شکل زیر در یک صفحه فاصله نقطه O از خط L برابر یک واحد است. چند نقطه وجود دارد که از نقطه O به فاصله ۳ واحد و از خط L به فاصله ۲ واحد باشند؟

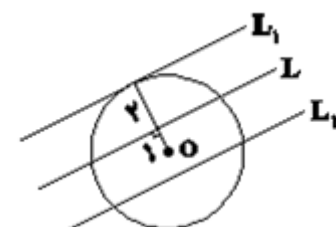


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

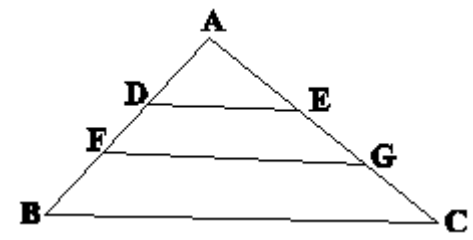
گزینه «۳»

تمام نقاطی که از نقطه O به فاصله ۳ واحد قرار دارند روی یک دایره به مرکز O و شعاع ۳ واحد است.



از طرفی تمام نقاطی که از خط L به فاصله ۲ واحد قرار دارند، روی دو خط موازی در دو طرف L به فاصله ۲ واحد است محل برخورد دایره با این دو خط (L_2, L_1) جوابهای مسئله است که مطابق شکل ۳ نقطه یافت می‌شود.

۲) مساحت ذوزنقه DEGF برابر ۷ می‌باشد. اگر $AD = ۳$ ، $FD = ۶$ و $FB = ۳$ باشد. مساحت مثلث ABC کدام است؟ (FG||BC)



- ۳۷ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

فرض کنید $FD = x$ پس $AD = ۳x$ و $FB = ۲x$ می‌باشد. مساحت $\triangle ADE$ را S و مساحت ذوزنقه FGCB را S' می‌نامیم. می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

$$\triangle ADE \text{ و } \triangle AFG \text{ متشابه‌اند} \Rightarrow \frac{S}{S+7} = \left(\frac{3x}{4x}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

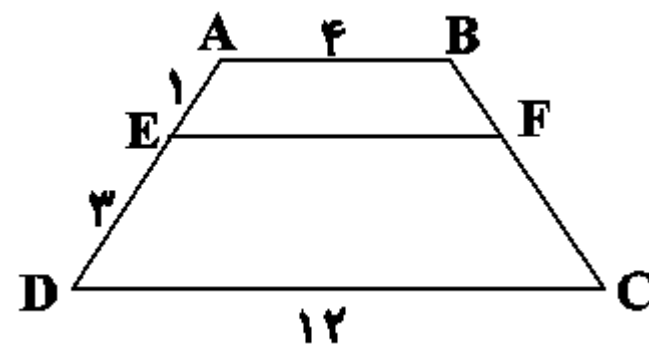
$$\Rightarrow 16S = 9S + 63 \Rightarrow S = 9$$

$$\triangle AFG \text{ با } \triangle ABC \text{ متشابه است} \Rightarrow \frac{9+7}{9+7+S'} = \left(\frac{4x}{6x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S' = 20$$

بنابراین مساحت مثلث ABC برابر ۳۶ است.

۳) ذوزنقه متساوی الساقین ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. طول پاره خط EF که موازی دو قاعده رسم شده، کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۷ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

قطر BD و EF یکدیگر را در نقطه G قطع می‌کنند. در نتیجه در مثلث ABD داریم:

$$\xrightarrow{\text{تکمیل قضیه تالس}} \frac{ED}{AD} = \frac{EG}{AB} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{EG}{4}$$

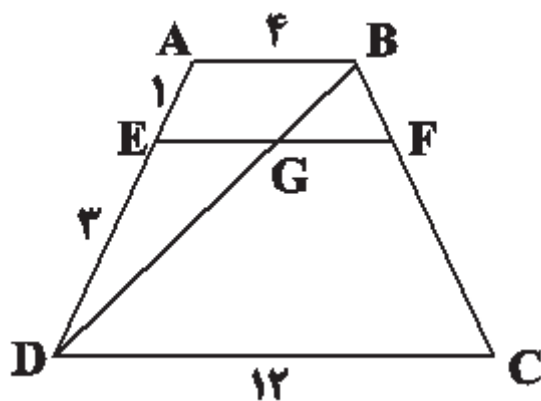
$$\Rightarrow EG = 3$$

در مثلث BDC داریم:

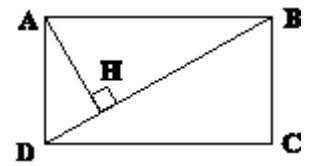
$$\xrightarrow{\text{تکمیل قضیه تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{GF}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{GF}{12} \Rightarrow GF = 3$$

$$\Rightarrow EF = 3 + 3 = 6$$



۴) مطابق شکل زیر در مستطیلی به طول ۱۴، از رأس A عمودی بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر $BH = ۱۰$ باشد، طول قطر AC کدام است؟



۲۰/۴ (۱)

۱۶/۲ (۲)

۱۹/۶ (۳)

۱۷/۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

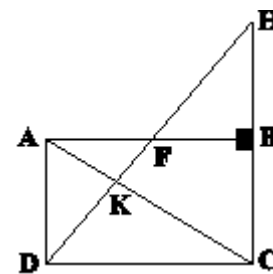
با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ADB داریم: $AB^2 = HB \times BD$

$$\Rightarrow ۱۴^2 = ۱۰ \times BD \Rightarrow BD = ۱۹/۶$$

BD و AC هر دو قطر مستطیل هستند، پس:

$$AC = BD = ۱۹/۶$$

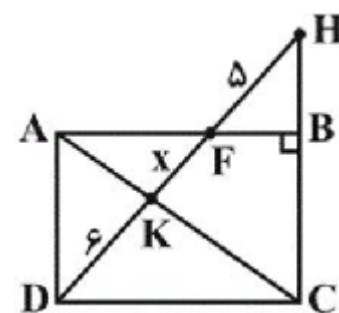
۵) چهارضلعی ABCD مستطیل بوده و $DK = ۶$ و $FH = ۵$ می‌باشد. طول پاره خط KF کدام است؟ (نقاط H، F، K و D در یک راستا هستند.)



- ۹ (۱)
- ۵ (۲)
- ۴ (۳)
- ۴/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»



$\triangle AD F$ و $\triangle FB H$ متشابه هستند. پس:

$$\frac{۵}{x+۶} = \frac{FB}{AF}$$

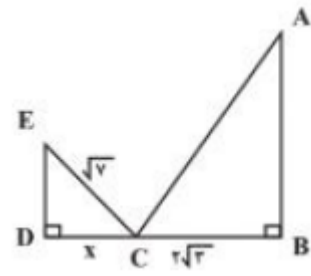
$\triangle AK F$ و $\triangle KD C$ متشابه هستند. پس:

$$\frac{x}{۶} = \frac{DC}{AF} \xrightarrow{DC=AB} \frac{x}{۶} = \frac{AB}{AF} = \frac{AF+FB}{AF} = 1 + \frac{۵}{x+۶}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۶} = \frac{x+۱۱}{x+۶} \Rightarrow x^2 + ۵x - ۳۶ = ۰$$

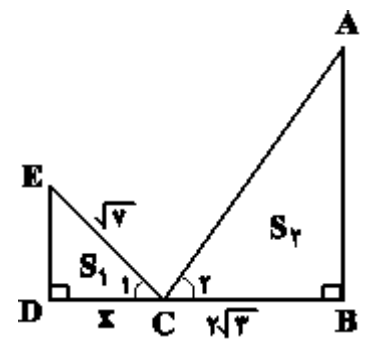
$$\Rightarrow (x+۹)(x-۴) = ۰ \xrightarrow{x>۰} x = ۴$$

۶) در دو مثلث متشابه زیر، اگر $\hat{A} + \hat{E} = 90^\circ$ و نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر برابر $\frac{1}{4}$ باشد، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۴
 (۲) ۲
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{نسبت تشابه اضلاع} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{E} + \hat{C}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_1$$

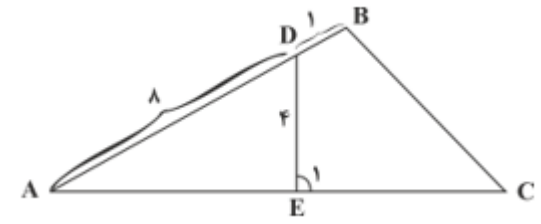
پس متناظر ضلع DE ضلع BC است:

$$\frac{DE}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = \sqrt{3}$$

: قضیه فیثاغورس در مثلث CDE

$$(\sqrt{4})^2 = (\sqrt{3})^2 + DC^2 \Rightarrow DC = 2 \Rightarrow x = 2$$

۷) در شکل زیر زوایای B و E_۱ مکمل‌اند و نقطه E وسط ضلع AC است. طول ضلع BC کدام است؟



۶ (۱)

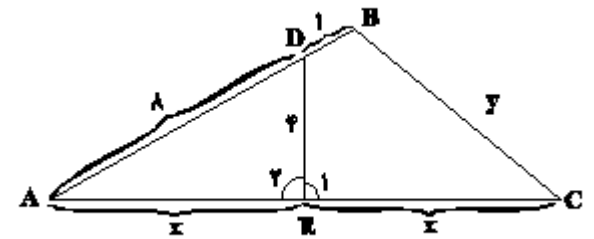
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

زوایای B و E_۱ مکمل‌اند. از طرفی E_۱ و E_۲ نیز مکمل‌اند. پس $\widehat{B} = \widehat{E}_2$ برابر است.



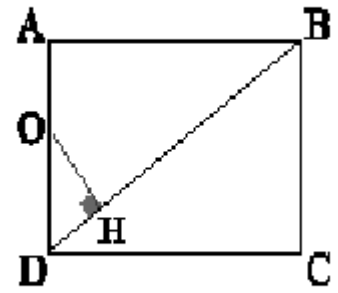
دو مثلث ADE و ACB دو زاویه برابر دارند (\widehat{A} مشترک و $\widehat{B} = \widehat{E}_2$)، پس با هم متشابه‌اند.

تناسب اضلاع متناظر بین دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{2x} = \frac{y}{y} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = y^2 \\ \lambda y = \lambda x \end{cases} \Rightarrow x = y = 6 = BC = 6$$

۸) در مستطیل شکل زیر $AB = ۸$ ، $BC = ۶$ و $OA = \frac{۹}{۴}$ است. فاصله نقطه O از قطر BD کدام است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \widehat{ODH} + \widehat{BDC} = 90^\circ \\ \widehat{CBD} + \widehat{BDC} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{ODH} = \widehat{CBD}$$

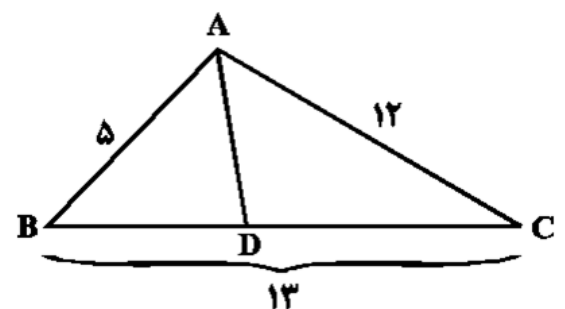
دو مثلث قائم‌الزاویه ODH و DBC زاویه حاده مساوی دارند، پس متشابه‌اند. در نتیجه: $\frac{OH}{CD} = \frac{OD}{BD}$

$$\Rightarrow BC = ۶ \text{ و } OD = AD - OA = ۶ - \frac{۹}{۴} = \frac{۱۵}{۴}$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = ۱۰$$

$$\frac{OH}{۸} = \frac{\frac{۱۵}{۴}}{۱۰} \Rightarrow OH = ۳$$

۹) در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است. فاصله نقطه D تا ضلع AC چند برابر AD است؟



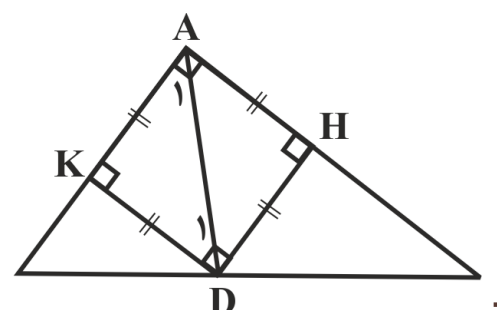
- $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۲)
- $\frac{۵}{۱۳}$ (۴)

- $\frac{۱}{۲}$ (۱)
- $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

داریم: $۱۳^2 = ۱۲^2 + ۵^2$ ، پس مثلث ABC در رأس A قائمه است. هر نقطه روی نیمساز AD تا دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس $DH = DK$. از طرفی $\hat{A}_1 = \hat{D}_1 = ۴۵^\circ$ و در نتیجه $AK = DK$ است. پس AKDH مربع است و $AD = \sqrt{۲}DH$ در نتیجه داریم:

$$DH = \frac{AD}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} AD$$



۱۰) نقطه M روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد، اگر فاصله A تا M برابر $3x+2$ ، فاصله B تا M برابر $6x-1$ و فاصله M تا پاره خط AB برابر $x+3$ باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

۳√۲ (۴)

۶ (۳)

۴/۵ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

چون M روی عمودمنصف AB قرار دارد، پس:

$$AM = BM \Rightarrow 3x + 2 = 6x - 1 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

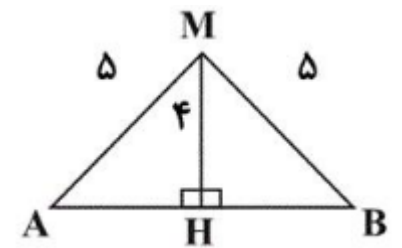
$$AB \text{ فاصله } M \text{ تا پاره خط } AB = x + 3 \xrightarrow{x=1} MH = 4$$

$$\text{رابطه فیثاغورس: } BH^2 = BM^2 - MH^2$$

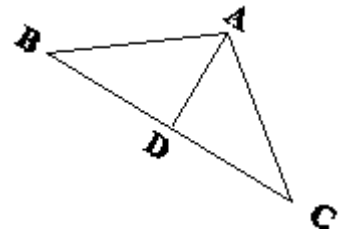
$$\Rightarrow BH^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow BH = 3$$

$$\Rightarrow AB = 6$$



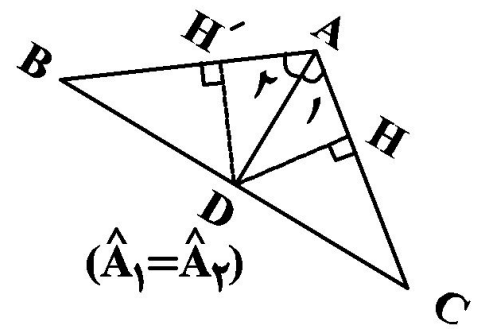
۱۱) در شکل زیر AD نیمساز زاویه A است. نسبت $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{DC}{BD}$
- (۲) $\frac{DB}{BC}$
- (۳) $\frac{AC}{AC+AB}$
- (۴) $\frac{AC}{BC}$

پاسخ: گزینه ۳

چون هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک اندازه است، داریم:



$$DH = DH'$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{DH \times AC}{2}$$

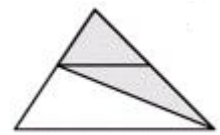
$$S_{\triangle ADB} = \frac{DH' \times AB}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{DH \times AC}{2} + \frac{DH' \times AB}{2}$$

$$= \frac{DH \times (AB + AC)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{DH \times (AC)}{2}}{\frac{DH \times (AB + AC)}{2}} = \frac{AC}{AB + AC}$$

۱۲) در شکل روبه‌رو، نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{3}{5}$ است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت دوزنقه است؟



$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{15}{16} \quad (4)$$

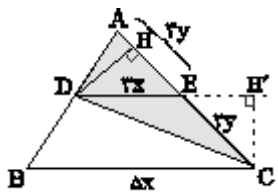
$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{14}{15} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

از آنجا که طبق فرض نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{3}{5}$ است (یعنی $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}$)، فرض می‌کنیم $DE = 3x$ و $BC = 5x$.

طبق تعمیم قضیه‌ی تالس داریم: $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$ یا به عبارت دیگر $AE = 3y$ و $EC = 2y$. مطابق شکل داریم:



$$\frac{S(\triangle ACD)}{S(\triangle CDE)} = \frac{\frac{1}{2}DH \times AC}{\frac{1}{2}DH \times CE} = \frac{AC}{CE} = \frac{5y}{2y} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S(\triangle ACD) = \frac{5}{2}S(\triangle CDE) \quad (1)$$

از طرفی:

$$\frac{S(\triangle CDE)}{S(BCED)} = \frac{\frac{1}{2}CH' \times DE}{\frac{1}{2}CH' \times (BC+DE)} = \frac{3x}{5x+3x} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow S(\triangle CDE) = \frac{3}{8}S(BCED) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow S(\triangle ACD) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{8}S(BCED) = \frac{15}{16}S(BCED)$$

۱۳) اندازه دو قاعده یک دوزنقه ۸ و ۱۲ و ارتفاع دوزنقه ۱۵ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرهای از قاعده بزرگ دوزنقه کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

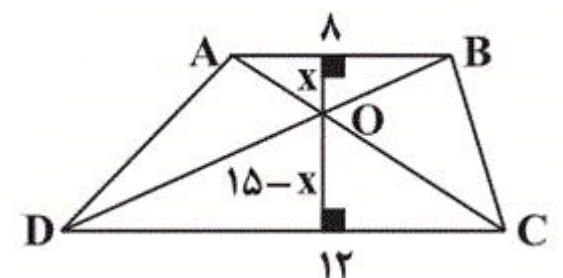
پاسخ: گزینه ۱

باتوجه به شکل زیر داریم:

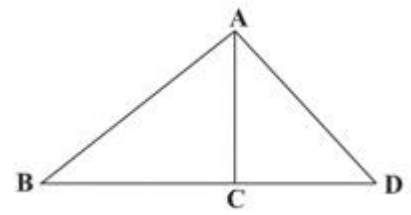
$$\triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15-x} = \frac{8}{12} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}} \frac{x}{15} = \frac{8}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 6 \xrightarrow{\text{فاصله تا قاعده بزرگ}} 15 - 6 = 9$$



۱۴) در شکل زیر اگر $CD = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{3}BC$ ، آن گاه، AC نسبت به AB کدام است؟



(۲) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

فرض‌های صورت سؤال را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$CD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow \frac{CD}{AD} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}AD = \frac{1}{3}BC \Rightarrow BC = \frac{2}{3}AD$$

$$\Rightarrow BD = BC + CD = \frac{2}{3}AD + \frac{1}{3}AD = AD$$

$$\Rightarrow BD = AD \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{1}{1}$$

بنابراین در دو مثلث $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ داریم:

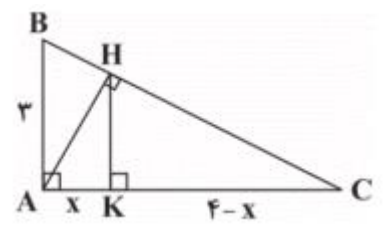
$$\left. \begin{array}{l} \frac{CD}{AD} = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{3} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق قضیه دوم حالت‌های} \\ \text{تشابه دو مثلث} \end{array}$$

$$\triangle ABD \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{CD}{AD} = \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

چون $\frac{AD}{BD} = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{3}$ بنابراین داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{3}$$

۱۵) در شکل روبرو، اندازه x کدام است؟



۲/۸۸ (۱)

۱/۴۴ (۲)

۱/۲ (۳)

۱/۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow BC = 5$$

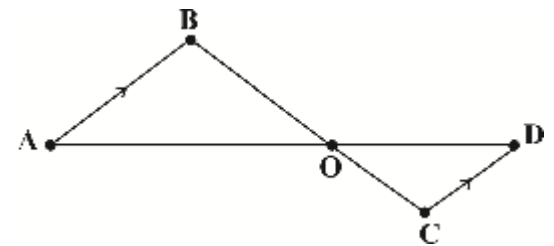
$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = 2/4$$

$$\triangle AHK \sim \triangle ABC : AH^2 = AK \cdot AC$$

$$(2/4)^2 = x(4) \Rightarrow x = 1/44$$

۱۶) نسبت مساحت مثلث AOB به COD، برابر $\frac{9}{4}$ است. اگر $AD = 15$ باشد، چه قدر است OD؟



۳ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

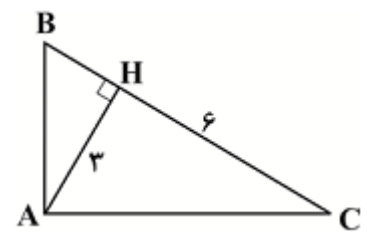
پاسخ: گزینه ۲

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OD} = \sqrt{\frac{S_{AOB}}{S_{COD}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{3}{2}$$

$$AO + OD = 15 \Rightarrow OD = 6$$

۱۷) در شکل زیر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC چقدر است؟



- (۱) ۱۲/۲۵
- (۲) ۱۱/۲۵
- (۳) ۱۱/۵
- (۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

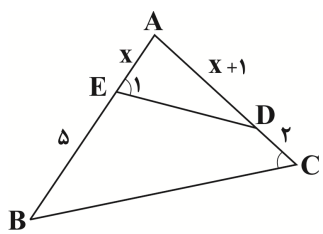
از تشابه دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle HCB$ و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 9 = 6 \times BH \Rightarrow BH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$BC = BH + CH = 1.5 + 6 = 7.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 7.5 = \frac{22.5}{2} = 11.25$$

۱۸) اگر در شکل زیر $\hat{E}_1 = \hat{C}$ باشد، مساحت چهارضلعی EDCB چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) 1/3
- (۲) 1/4
- (۳) 3/4
- (۴) 1/2

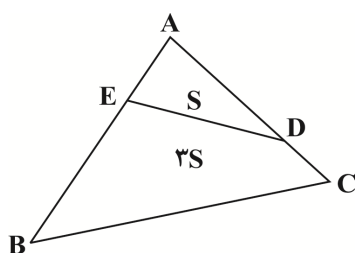
پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث ADE و ABC به حالت (ز ز) متشابهند. پس اضلاع روبرو به زاویه‌های برابر در دو مثلث با هم دیگر متناسبند:

$$\frac{x+1}{x+5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x = 3$$

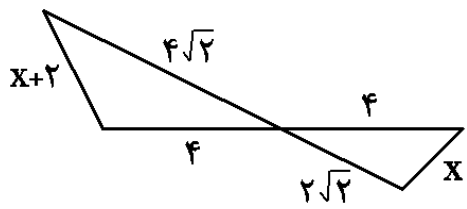
$$\frac{x+1}{x+5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x = 3$$

پس $k = \frac{1}{4}$ نسبت تشابه دو مثلث و $k^2 = \frac{1}{4}$ نسبت مساحت دو مثلث می‌باشد. بنابراین با فرض $S_{AED} = S$ داریم:



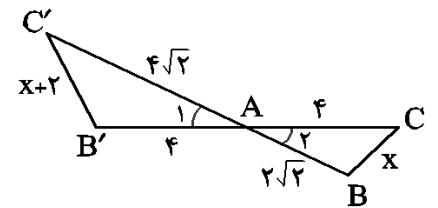
$$\frac{S_{EDCB}}{S_{ABC}} = \frac{3S}{3S+S} = \frac{3}{4}$$

۱۹) با توجه به شکل زیر، x کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $\sqrt{2}-1$
- (۴) $2(\sqrt{2}+1)$

پاسخ: گزینه ۴



دو مثلث ABC و $AB'C'$ بنا به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین آنها با هم متشابه‌اند، زیرا:

$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \\ \frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'} \text{ , } \left(\frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ زیرا:} \end{cases}$$

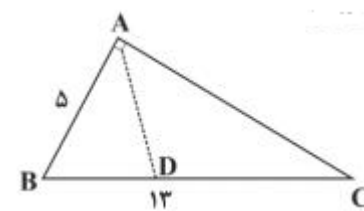
پس نسبت $\frac{BC}{B'C'}$ نیز برابر نسبت تشابه است و داریم:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x = x+2 \Rightarrow \sqrt{2}x - x = 2 \Rightarrow x(\sqrt{2}-1) = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 2(\sqrt{2}+1)$$

۲۰ در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، نیمساز زاویه قائمه، وتر را در نقطه D قطع می‌کند. مقدار $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}$ کدام است؟ ($BC = 13$)

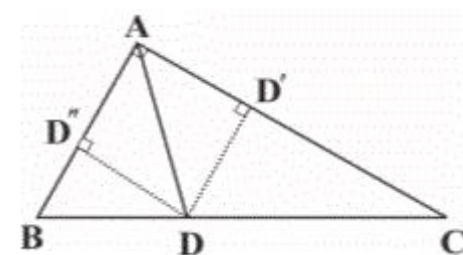


(۲) $\frac{7}{14}$
(۴) $\frac{5}{14}$

(۱) $\frac{5}{13}$
(۳) $\frac{7}{13}$

پاسخ: گزینه ۴

از آن‌جا که AD نیمساز زاویه A است، طول ارتفاع‌های DD' و DD'' برابر است.



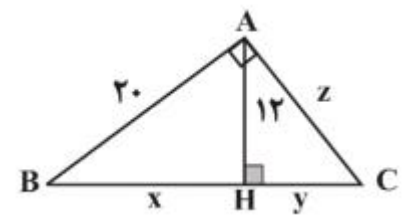
بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{1/2 \times DD'' \times AB}{1/2 \times DD' \times AC} = \frac{5}{AC}$$

طبق قضیه فیثاغورس $AC = 12$ بدست می‌آید، در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{5}{12}$$

۲۱) در شکل زیر، $\hat{A} = 90^\circ$ و $AH = 12$ ارتفاع است. در این صورت $x+y+z$ کدام است؟



۴۰ (۱)

۳۰ (۲)

۴۵ (۳)

۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

چون $\hat{A} = 90^\circ$ و AH ارتفاع است، طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه خواهیم داشت:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 144 = xy (*)$$

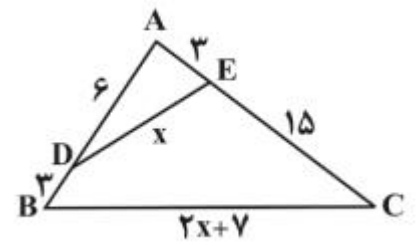
$$\text{در } \triangle ABH \text{ قضیه فیثاغورس: } x^2 + 144 = 400 \Rightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16$$

$$144 = xy \xrightarrow{x=16} y = 9$$

$$\begin{aligned} AC^2 &= CH \times BC \Rightarrow z^2 = y(x+y) = xy + y^2 \\ &= 144 + 81 = 225 \Rightarrow z = 15 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x+y+z = 16+9+15 = 40$$

۲۲) در شکل زیر طول ضلع BC کدام است؟



۹ (۱)

۱۴ (۲)

۱۸ (۳)

۲۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

در دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$ چون زاویه A مشترک است و $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ بنابراین:

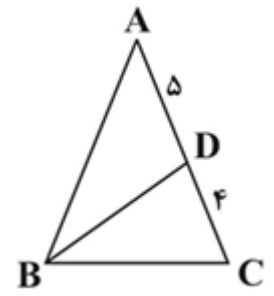
(دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2x+7} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = 2x+7 \Rightarrow x = 7$$

$$\Rightarrow BC = 2x+7 = 14+7 = 21$$

۲۳) در مثلث زیر $AB = AC$ و $BD = BC$ می‌باشد. محیط مثلث BDC کدام است؟



- ۱۰ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

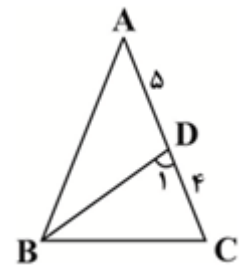
$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \\ BD = BC \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{D}_1 \\ \widehat{C} = \widehat{C} \text{ مشترک} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BCD$$

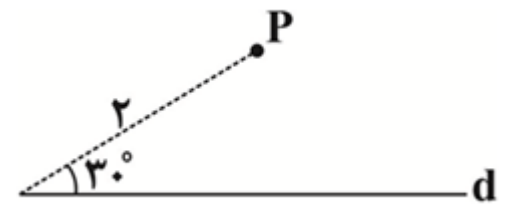
$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{BC} = \frac{BC}{3} \Rightarrow BC^2 = 3 \cdot 9 \Rightarrow BC = 6 \Rightarrow BD = 6$$

$$\Rightarrow \text{محیط } \triangle BCD = 16$$



۲۴) با توجه به شکل زیر، چند نقطه وجود دارد که از نقطه P به فاصله ۲ و از خط d به فاصله ۱ باشد؟

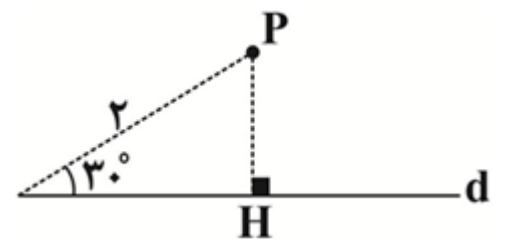


- ۱) صفر
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

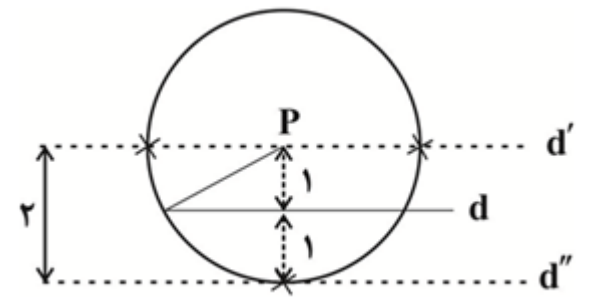
پاسخ: گزینه ۳

از آنجا که $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ نتیجه می‌گیریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{PH}{2} \Rightarrow PH = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

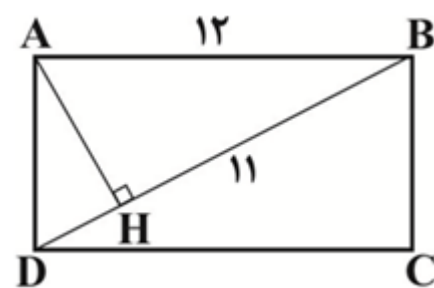


تمام نقاطی که از نقطه P به فاصله ۲ هستند، روی دایره‌ای به مرکز P و به شعاع ۲ قرار دارند. تمام نقاطی که از خط d به فاصله ۱ می‌باشند دو خط موازی خط d و به فاصله ۱ از آن هستند. پس:



مطابق شکل، سه نقطه وجود دارد.

۲۵) در شکل مقابل، مستطیل ABCD، مساحت مثلث ADH کدام است؟ (BH = ۱۱)



$$\frac{23\sqrt{23}}{11} \quad (2)$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{11} \quad (4)$$

$$\frac{23\sqrt{23}}{22} \quad (1)$$

$$\frac{12\sqrt{6}}{11} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 144 = 11(11 + DH)$$

$$\Rightarrow DH = \frac{144}{11} - 11 = \frac{23}{11}$$

$$AH^2 = BH \times DH \Rightarrow AH^2 = 11 \times \frac{23}{11} = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} DH \times AH = \frac{1}{2} \times \frac{23}{11} \times \sqrt{23} = \frac{23\sqrt{23}}{22}$$