



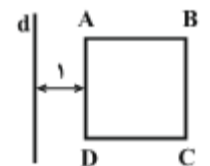
۱) از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول وتر ۵ حول وتر آن، شکلی با حجم $\frac{20\pi}{3}$ ایجاد شده است. مجموع طول اضلاع قائم در این مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۲) پاره‌خط $AA' = \sqrt{5}$ قطر بزرگ یک بیضی با فاصله کانونی ۲ است. خطوط مماس بر بیضی در دو سر قطر کوچک آن، دایره‌ای به مرکز بیضی و قطر AA' را در چهار نقطه قطع می‌کنند. مساحت چهارضلعی‌ای که این چهار نقطه رأس‌های آن هستند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) $\frac{5}{2}$

۳) در شکل زیر مربع ABCD را حول خط d دوران می‌دهیم. اگر سطح مقطع صفحه گذرا بر خط d با شکل حاصل برابر ۱۸ باشد، آن‌گاه سطح مقطع صفحه عمود بر خط d با شکل حاصل کدام است؟ (این صفحه از شکل حاصل می‌گذرد.)



- (۱) 8π (۲) 9π (۳) 15π (۴) 16π

۴) صفحه‌ای افقی، مخروط قائمی به ارتفاع ۱۵ cm و شعاع قاعده ۵ cm را قطع می‌کند و روی آن مقطعی به شعاع ۳ cm ایجاد می‌کند. حجم مخروط ناقص ایجاد شده کدام است؟

- (۱) 96π (۲) 46π (۳) 48π (۴) 98π

۵) مستطیلی به ابعاد $2\sqrt{6}$ و ۲ در یک بیضی محاط است. به گونه‌ای که کانون‌های بیضی روی محیط مستطیل قرار دارند و خط واصل بین کانون‌های بیضی موازی طول مستطیل است. خروج از مرکز بیضی برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{12}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۶) اگر $O = (1, 2)$ مرکز و $F = (5, 2)$ یکی از کانون‌های بیضی‌ای باشد که از نقطه‌ی $M = (4, 3)$ عبور می‌کند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۷) مجموع فواصل نقطه‌ی P روی بیضی از دو نقطه‌ی ثابت M و N به طول‌های ۳- و ۴ روی محور xها برابر ۹ است. کمترین فاصله‌ی نقطه‌ی P از نقطه‌ی M چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۸) در یک بیضی، فاصله‌ی یک رأس غیرکانونی از کانون برابر ۸ می‌باشد. اگر خروج از مرکز $\frac{1}{3}$ باشد، آن‌گاه طول وتر کانونی کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۹ خط $x+y+1=0$ دایره‌ای به مرکز $(-1, 2)$ و شعاع $\sqrt{10}$ را در نقاط A و B قطع می‌کند. مختصات نقطه وسط پاره‌خط AB کدام است؟

- (۱) $(0, -1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, -2)$

۱۰ دایره‌ای بر دو خط $y=x$ و $y=x+4$ مماس است و از نقطه $(3, 4)$ می‌گذرد. طول مرکز دایره کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{8-\sqrt{2}}{2}$

۱۱ بیشترین فاصله نقطه $A(3, 4)$ از نقاط دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۲ از نقطه $A(-2, -11)$ مماسی بر دایره به معادله $x^2 - 8x + y^2 + 6y = -21$ رسم می‌کنیم. طول خط مماس کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{6}$ (۲) $4\sqrt{6}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{2}$

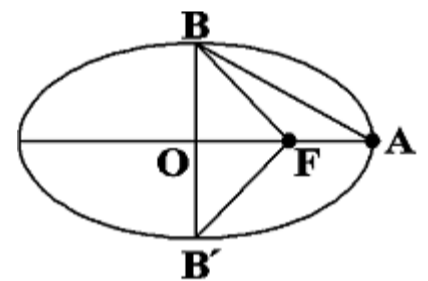
۱۳ اگر شعاع دایره $x^2 + y^2 + ax + by - 2 = 0$ برابر ۲ و خط $y = x - 2$ یکی از خطوط قائم بر این دایره باشد، آن‌گاه حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -8 (۴) صفر

۱۴ معادله‌ی تمام قائم‌های رسم شده بر دایره به صورت $y = m(x - y) + 1$ است. اگر دایره محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند، محور x ها را با چه طول‌هایی قطع می‌کند؟

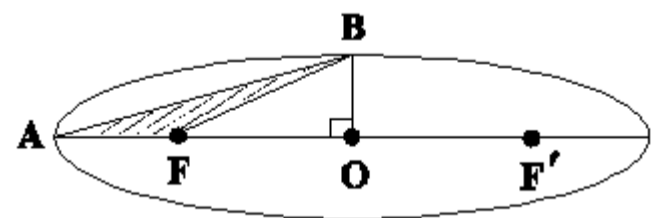
- (۱) $-3, 5$ (۲) $3, -1$ (۳) $-1 \pm 3\sqrt{2}$ (۴) $-1 \pm 2\sqrt{3}$

۱۵ در شکل زیر، B و B' دو سر قطر کوچک، A یک سر قطر بزرگ و F یک کانون بیضی هستند. اگر خروج از مرکز بیضی برابر با $\frac{3}{5}$ باشد، نسبت مساحت مثلث ABF به مساحت مثلث $BB'F$ کدام است؟



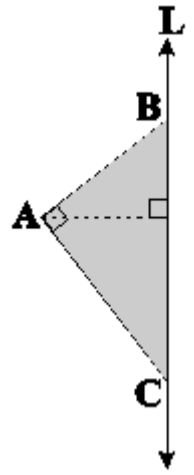
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۶ در بیضی زیر با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، اگر مساحت مثلث ABF برابر $4 - 2\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه طول قطر کوچک بیضی کدام است؟



- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۷) مثلث قائم‌الزاویه ABC را مطابق شکل زیر، حول محور L دوران می‌دهیم. اگر فاصله A از خط L و نقطه B به ترتیب برابر $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{21}}{3}$ باشد، آن‌گاه حجم شکل حاصل کدام است؟



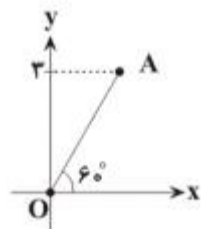
- (۱) $\frac{9\pi}{2}$
 (۲) $\frac{7\pi}{2}$
 (۳) 3π
 (۴) $\frac{5\pi}{2}$

۱۸) مطابق شکل، دایره‌ای بر چهار ضلع یک مربع به ضلع ۲ مماس است. حجم حاصل از دوران قسمت سایه زده شده حول AB کدام است؟



- (۱) π
 (۲) $\frac{2\pi}{3}$
 (۳) $\frac{4\pi}{3}$
 (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۹) حجم شکل حاصل از دوران پاره‌خط OA حول محور yها کدام است؟



- (۱) $9\sqrt{3}\pi$
 (۲) 3π
 (۳) $3\sqrt{3}\pi$
 (۴) 9π

۲۰) نقطه A روی یک بیضی و نقاط F و F' دو کانون آن بیضی، هر سه روی یک خط قرار دارند. اگر $AF - AF' = 8$ و $AF + AF' = 10$ ، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۹ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

۲۱) شعاع دایره گذرا بر سه نقطه $(0, 0)$ ، $(2, 1)$ و $(1, -2)$ ، برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

۲۲) شعاع دایره $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ با قطر کوچک یک بیضی افقی هم‌مرکز با این دایره برابر است. اگر این بیضی بر محور y ها مماس باشد، خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۳) دایره‌های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ متقاطع‌اند؛ معادله وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

- (۱) $x = y$ (۲) $x = 1 + y$ (۳) $x = -y$ (۴) $x = 1 - y$

۲۴) طول قسمتی از خط $2x + y + k = 0$ که در داخل دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ واقع است، برابر با ۴ می‌باشد. مجموع مقادیر ممکن برای k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۵) معادله دایره‌ای که نقاط اکستریم نسبی تابع با ضابطه $y = x^3 - 3x^2$ دو سر قطری از آن باشد، کدام است؟

- (۱) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$
 (۲) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
 (۳) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$
 (۴) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$