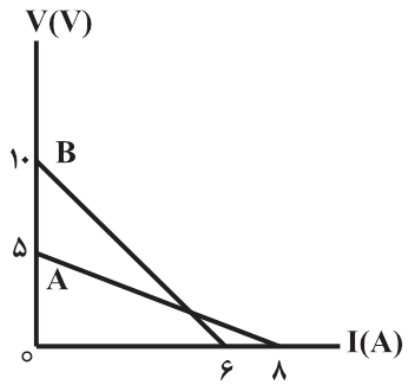
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **الکتریسیته - متوسط و دشوار**

مرکز مشاوره تحصیلی
راه روشن

۱) نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولدهای مجزای A و B بر حسب جریان عبوری از آن‌ها مطابق شکل زیر است. به‌ترتیب از راست به چپ، حاصل $\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}$ و $\frac{r_A}{r_B}$ کدام است؟ (ε، بیانگر نیروی محرکهٔ مولد و r بیانگر مقاومت درونی آن است.)



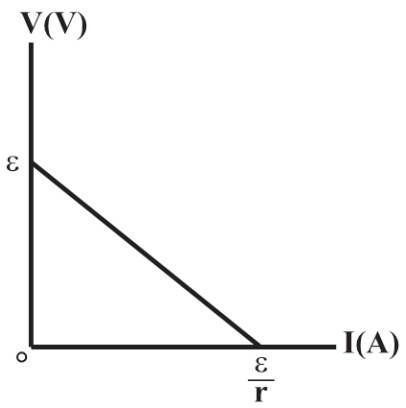
۱) $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۸}{۳}$
۲) ۲، $\frac{۳}{۸}$
۳) ۲، $\frac{۸}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۳}{۸}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

چون شیب نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب جریان عبوری از آن منفی است، پس مولدها به‌صورت محرکه در مدار قرار دارند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است با:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} I = ۰ \Rightarrow V = \varepsilon \\ V = ۰ \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$



با توجه به نمودار صورت سؤال، داریم:

$$\varepsilon_A = ۵V \ , \ \varepsilon_B = ۱۰V \Rightarrow \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} = \frac{۱}{۲}$$

از طرف دیگر داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} \times \frac{I_B}{I_A}$$

$$\Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{۵}{۱۰} \times \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۸}$$

۲) به دو سر مقاومت خطی $R = ۵۰\Omega$ اختلاف پتانسیل $V = ۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰\pi t)$ در SI را وصل می‌کنیم. شدت جریان در لحظه $t = \frac{T}{۱۲}$ چند آمپر است؟ (T دوره تناوب می‌باشد.)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۳

در ابتدا معادله شدت جریان را تعیین و پس از آن با قرار دادن زمان داده شده، مقدار جریان را در آن لحظه محاسبه می‌کنیم. قبل از هر چیز دوره گردش T را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} V = ۱۰۰\sqrt{۲}\sin ۱۰۰\pi t \\ V = V_m \sin \frac{۲\pi}{T} t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۰۲\ s \\ V_m = ۱۰۰\sqrt{۲}\ V \end{cases}$$

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow[R=۵۰\Omega]{V=۱۰۰\sqrt{۲}\sin\frac{۲\pi}{T}t} I = \frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۵۰}\sin ۱۰۰\pi t$$

$$\xrightarrow[T=۰/۰۲\ s]{t=\frac{T}{۱۲}} I = ۲\sqrt{۲}\sin(۱۰۰\pi \times \frac{۰/۰۲}{۱۲}) = \sqrt{۲}\ A$$

۳) سیم رسانایی به اختلاف پتانسیل V ۷ وصل است و از آن جریان الکتریکی می‌گذرد. اگر اختلاف پتانسیل دو سر سیم ۴ ولت تغییر کند و جریان عبوری از سیم نصف می‌شود، V چند ولت است؟ (دما ثابت است.)

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

مطابق قانون اُهم، چون جریان عبوری از سیم کاهش یافته است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر سیم نیز کاهش یافته است.

$$V = RI \xrightarrow{R_۱ = R_۲} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\xrightarrow[I_۲ = \frac{I_۱}{۲}]{V_۲ = (V_۱ - ۴)V} \frac{V_۱ - ۴}{V_۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow V_۱ = ۸V$$

۴) سطح مقطع سیمی $۰/۵mm^۲$ و مقاومت ویژه آن $۲\times۱۰^{-۷}\ \Omega.m$ است. چند متر از این سیم برای ساخت یک بخاری برقی با توان مصرفی ۱۴۴W که با ولتاژ ثابت ۲۴V .کار می‌کند، لازم است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با استفاده از رابطه $P = \frac{V^۲}{R}$، مقاومت سیم را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطه $R = \rho\frac{L}{A}$، طول آن‌را به‌دست می‌آوریم.

$$P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۱۴۴ = \frac{۲۴\times۲۴}{R} \Rightarrow R = ۴\Omega$$

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow ۴ = ۲\times۱۰^{-۷} \times \frac{L}{۰/۵\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow L = ۱۰m$$

⑤ پیچه‌ای از ۱۰۰ دور سیم از جنس نقره به شعاع مقطع ۲mm تشکیل شده و به دور استوانه‌ای به قطر ۴۰cm پیچیده شده است. مقاومت الکتریکی سیم پیچیده شده چند اهم است؟ $(\rho_{\text{نقره}} = ۱/۶ \times ۱۰^{-۸}\ \Omega.m)$

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۴ ۳) ۱/۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طول سیم برابر است با:

$$L = N \times ۲\pi r_{\text{استوانه}} = ۱۰۰ \times ۲\pi \times ۲۰ \times ۱۰^{-۲} = ۴۰\pi\ m$$

مساحت مقطع سیم برابر است با:

$$A = \pi r^{۲}_{\text{سیم}} = \pi \times (۲ \times ۱۰^{-۳})^{۲} = ۴\pi \times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}$$

بنابراین مقاومت الکتریکی سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} = ۱/۶ \times ۱۰^{-۸} \times \frac{۴۰\pi}{۴\pi \times ۱۰^{-۶}} = ۰/۱۶\Omega$$

⑥ سیمی به طول L و سطح مقطع A دارای مقاومت R است. اگر سیم را n بار از وسط تا کنیم، مقاومت آن چند R می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{n^{۲}}$ ۲) $\frac{۱}{۲^{n}}$ ۳) $\frac{۱}{۲^{۲n}}$ ۴) $\frac{۱}{n^{۲n}}$

پاسخ: گزینه ۳

اگر سیم را n بار از وسط تا کنیم طول آن بعد از n مرحله از رابطه $L_n = \frac{L}{۲^{n}}$ به دست می‌آید و چون حجم سیم ثابت می‌ماند، داریم:

$$A_۱ L_۱ = A_n L_n \Rightarrow \frac{A_n}{A_۱} = \frac{L_۱}{L_n}$$

$$\xrightarrow{L_n = \frac{L_۱}{۲^{n}}} \frac{A_n}{A_۱} = \frac{L_۱}{\frac{L_۱}{۲^{n}}} = ۲^{n} \Rightarrow A_n = ۲^{n} A_۱$$

حال طبق رابطه مقاومت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_n}{R_۱} = \frac{L_n}{L_۱} \times \frac{A_۱}{A_n} \Rightarrow \frac{R_n}{R} = \frac{۱}{۲^{n}} \times \frac{۱}{۲^{n}}$$

$$\Rightarrow R_n = \frac{۱}{۲^{۲n}} R$$

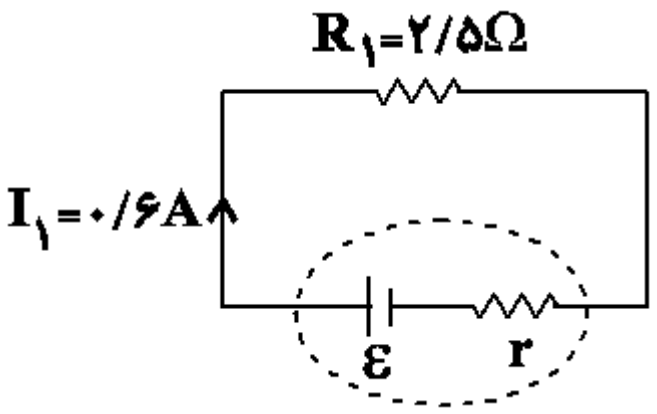
(۷) یک باتری قلمی با مقاومت درونی r را یکبار به مقاومت ۲/۵ اهمی می‌بندیم که جریان گذرنده از آن ۰/۶A می‌شود و بار دیگر به مقاومت ۱/۵ اهمی می‌بندیم که جریان گذرنده از آن ۰/۹A می‌شود. نیروی محرکه باتری و مقاومت درونی آن به ترتیب از راست به چپ برحسب واحدهای SI کدام است؟

۱) ۳/۶، ۰/۵ ۲) ۳/۶، ۱ ۳) ۱/۸، ۰/۵ ۴) ۱/۸، ۱

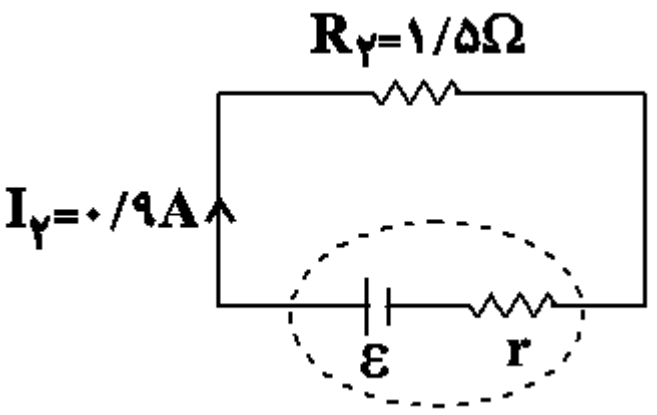
پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به حالت‌ها در صورت سؤال، مدارهای زیر را داریم:



$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1+r} \xrightarrow[R_1=2/5\Omega]{I_1=0/6A} 0/6 = \frac{\varepsilon}{2/5+r} \quad (1)$$



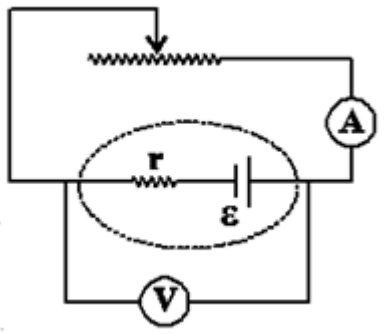
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2+r} \xrightarrow[R_2=1/5\Omega]{I_2=0/9A} 0/9 = \frac{\varepsilon}{1/5+r} \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{0/9}{0/6} = \frac{\frac{\varepsilon}{1/5+r}}{\frac{\varepsilon}{2/5+r}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{2/5+r}{1/5+r}$$

$$\Rightarrow 4/5 + 3r = 5 + 2r \Rightarrow r = 0/5\Omega \xrightarrow{(1)}$$

$$\varepsilon = 0/6 \times (2/5 + 0/5) = 1/8V$$

۸) در مدار زیر، اگر لغزنده رئوستا را به‌طرف راست حرکت دهیم، اعدادی که ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چه تغییری می‌کنند؟

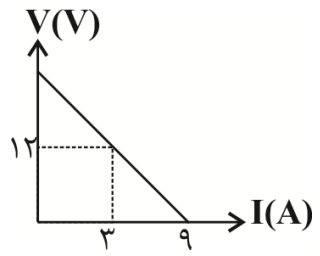


۱) کاهش می‌یابد- افزایش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد- کاهش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد- کاهش می‌یابد.
۴) افزایش می‌یابد- افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

با حرکت لغزنده رئوستا به‌طرف راست، مقاومت رئوستا کم می‌شود و چون رئوستا به‌صورت متوالی در مدار قرار دارد مقاومت خارجی مدار کاهش می‌یابد. در نتیجه جریان افزایش یافته و عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.
ولت‌سنج ایده‌آل به دو سر مولد مدار وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن را نشان می‌دهد. پس با توجه به رابطه $V = \varepsilon - Ir$، چون مقدار I افزایش یافته (و مقدار r و ε ثابت است)، در نتیجه مقدار Ir افزایش یافته و V کاهش می‌یابد.
پس ولت‌سنج ایده‌آل عددی کم‌تر و آمپرسنج ایده‌آل عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

(۹) نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر مقاومت ۴Ω را به این مولد وصل کنیم، جریان عبوری از آن چند آمپر می‌شود؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲

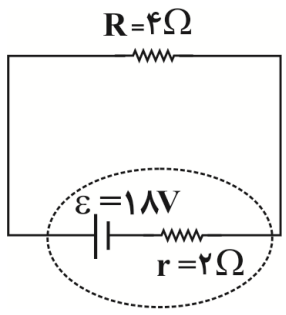
ابتدا با توجه به نمودار (V - I) نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را می‌یابیم. رابطه اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد بر حسب جریانی که از آن می‌گذرد، به صورت $V = \varepsilon - rI$ می‌باشد، لذا داریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[V=0]{I=9A} 0 = \varepsilon - 9I \quad (1) \\ \xrightarrow[V=12V]{I=3A} 12 = \varepsilon - 3I \quad (2) \end{cases}$$

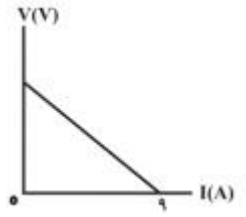
$$\xrightarrow{(2),(1)} r = 2\Omega \ , \varepsilon = 18V$$

حال اگر مقاومت ۴Ω را به مولد متصل کنیم، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{18}{4+2} = \frac{18}{6} = 3A$$



(۱۰) شکل زیر، نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری را بر حسب جریان گذرنده از آن نشان می‌دهد. اگر مقاومت درونی این باتری ۲ اهم و ظرفیت آن ۱۰۰۰ میلی‌آمپر ساعت باشد، با اتصال دو سر آن به یک مقاومت ۴ اهمی، چند دقیقه طول می‌کشد تا باتری خالی شود؟

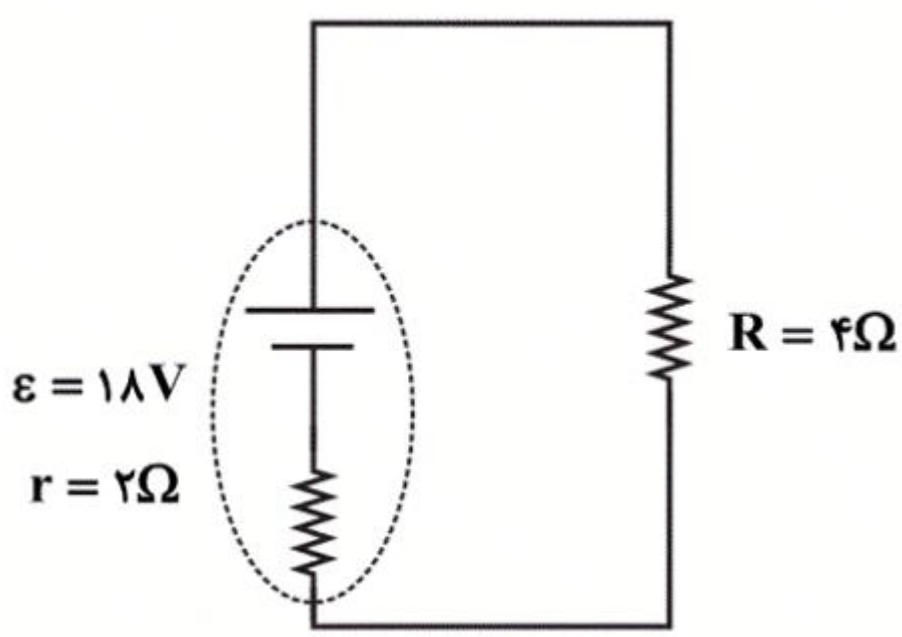


۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطه $V = \varepsilon - rI$ به‌دست می‌آید. با توجه به نمودار، زمانی که جریان برابر ۹A شده، اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۰ = \varepsilon - ۲ \times ۹ \Rightarrow \varepsilon = ۱۸V$$



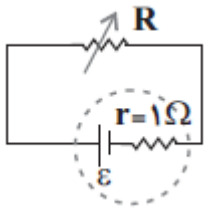
اگر این مولد را به مقاومت ۴ اهمی ببندیم، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{۱۸}{۴+۲} = ۳A$$

$$\Delta q = I\Delta t \xrightarrow[I=۳A]{\Delta q=۱۰۰۰mA.h=۱۰۰۰\times ۱۰^{-۳}A.h=۱A.h} ۱ = (۳)(\Delta t)$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۳}h = \frac{۶۰}{۳}\,min = ۲۰\,min$$

(۱۱) در مدار زیر، اگر مقاومت رئوستا از $R_۱ = ۲\Omega$ به $R_۲ = ۳\Omega$ افزایش یابد، توان خروجی مولد ۴۵ وات کاهش می‌یابد. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



۱) ۱۸ **۲)** ۳۲

۳) ۲۴ **۴)** ۳۶

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

توان خروجی مولد با توان مصرفی در مقاومت خارجی برابر است. در هر دو حالت توان خروجی مولد را می‌یابیم:

$$R_۱ = ۲\Omega \Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_۱+r} = \frac{\varepsilon}{۳} \Rightarrow P_۱ = R_۱ I_۱^۲ = ۲ \times \frac{\varepsilon^۲}{۹} = \frac{۲\varepsilon^۲}{۹}$$

$$R_۲ = ۳\Omega \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_۲+r} = \frac{\varepsilon}{۴} \Rightarrow P_۲ = R_۲ I_۲^۲ = ۳ \times \frac{\varepsilon^۲}{۱۶} = \frac{۳\varepsilon^۲}{۱۶}$$

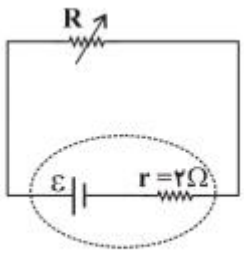
$$P_۲ - P_۱ = -۴۵ \Rightarrow \frac{۳\varepsilon^۲}{۱۶} - \frac{۲\varepsilon^۲}{۹} = -۴۵$$

$$\Rightarrow \frac{۲۷\varepsilon^۲ - ۳۲\varepsilon^۲}{۱۶ \times ۹} = -۴۵ \Rightarrow \frac{-۵\varepsilon^۲}{۱۶ \times ۹} = -۴۵$$

$$\Rightarrow \varepsilon^۲ = ۱۶ \times ۹ \times ۹$$

$$\Rightarrow \varepsilon = ۴ \times ۳ \times ۳ = ۳۶V$$

(۱۲) در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا برابر با R باشد، ولتاژ دو سر باتری برابر ۱۰V و اگر مقاومت رئوستا ۶۰ درصد کاهش یابد، ولتاژ دو سر باتری ۸ ولت می‌شود. مقدار R چند اهم است؟



۱) ۱/۲۵

۲) ۱۰

۳) $\frac{۳}{۱۰}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲

اختلاف پتانسیل دو سر باتری به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} V = \varepsilon - rI \\ I = \dfrac{\varepsilon}{r+R} \end{cases} \Rightarrow V = \varepsilon - r\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon(r+R)-r\varepsilon}{r+R} = \frac{R\varepsilon}{r+R}$$

حال دو حالت داده شده را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. در حالت دوم مقاومت با ۶۰ درصد کاهش به ۴۰ درصد مقدار اولیه خود می‌رسد.

$$V = \frac{R\varepsilon}{r+R} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{R_۲\varepsilon}{r+R_۲}}{\frac{R_۱\varepsilon}{r+R_۱}}$$

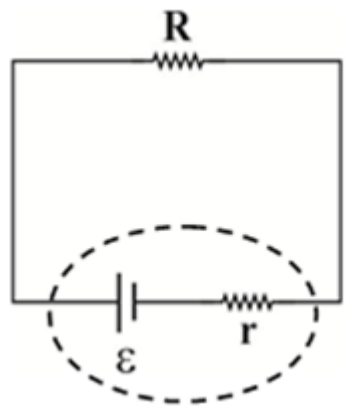
$$\xrightarrow{R_۲=۰/۴R_۱} \frac{۸}{۱۰} = \frac{\frac{۰/۴R_۱}{۲+۰/۴R_۱}}{\frac{R_۱}{۲+R_۱}}$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{۱۰} = \frac{۰/۴(۲+R_۱)}{۲+۰/۴R_۱} \Rightarrow ۲ = \frac{۲+R_۱}{۲+۰/۴R_۱}$$

$$\Rightarrow ۲(۲+۰/۴R_۱) = ۲+R_۱ \Rightarrow ۴+۰/۸R_۱ = ۲+R_۱$$

$$\Rightarrow ۲ = ۰/۲R_۱ \Rightarrow R_۱ = ۱۰\Omega$$

(۱۳) در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد، $\frac{۳}{۴}$ برابر نیروی محرکه مولد باشد، در این صورت $\frac{R}{r}$ کدام است؟



۱) ۳
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) ۲
۴) $\frac{۱}{۲}$

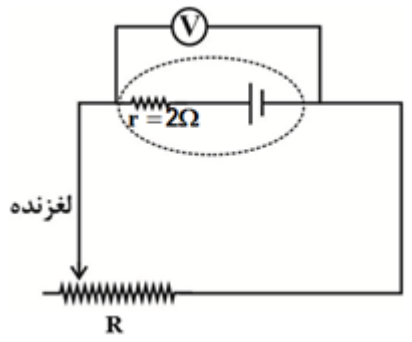
پاسخ: گزینه ۱

اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه $V = \varepsilon - rI$ و جریان مدار نیز از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow V = \varepsilon - r\frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon R}{R+r} \xrightarrow{V=\frac{۳}{۴}\varepsilon}$$

$$\frac{۳}{۴}\varepsilon = \frac{\varepsilon R}{R+r} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{R}{R+r} \Rightarrow ۴R = ۳R + ۳r \Rightarrow ۳r = R \Rightarrow \frac{R}{r} = ۳$$

(۱۴) در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا برابر با ۸ اهم باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر با ۷ است. مقاومت را تقریباً چند اهم تغییر و لغزنده رئوستا را به کدام سمت حرکت دهیم تا اختلاف پتانسیل دو سر مولد ۵۰ درصد کاهش یابد؟



۱) $\frac{۴}{۳}$، راست
۲) $\frac{۴}{۳}$، چپ
۳) $\frac{۲۰}{۳}$، راست
۴) $\frac{۲۰}{۳}$، چپ

پاسخ: گزینه ۳

جریان در مدار تک‌حلقه با یک مقاومت خارجی از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ و اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه $V = \varepsilon - rI = RI$ به‌دست می‌آید و می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - rI = RI = \frac{R\varepsilon}{R+r}$$

اختلاف پتانسیل ۵۰ درصد کاهش یافته پس $V' = \frac{V}{۲}$ خواهد بود.

برای مقایسه دو حالت داریم:

$$(۱)\quad V = \frac{۸\varepsilon}{۸+۲}$$

$$(۲)\quad V' = \frac{V}{۲} = \frac{R'\varepsilon}{R'+۲}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{۸\times\varepsilon}{۸+۲}}{\frac{R'\times\varepsilon}{R'+۲}} \Rightarrow ۲ = \frac{۸\times(R'+۲)}{R'\times(۸+۲)} \Rightarrow ۲۰R' = ۸R' + ۱۶$$

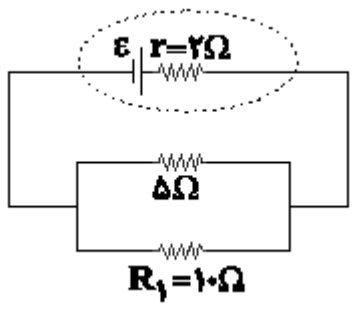
$$\Rightarrow R' = \frac{۴}{۳}\Omega$$

پس مقاومت جدید باید برابر با $\frac{۴}{۳}\Omega$ باشد و این یعنی:

$$\Delta R = R' - R = \frac{۴}{۳} - ۸ = -\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

پس مقاومت رئوستا باید $\frac{۲۰}{۳}\Omega$ کاهش یابد و بنابراین لازم است لغزنده رئوستا به سمت راست حرکت کند.

⑮ در مدار شکل زیر، مقاومت R_1 چند اهم تغییر کند تا افت پتانسیل درون مولد برابر نیروی محرکهٔ آن گردد؟



۱) ۱۰
۲) ۵
۳) ۲
۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

بنا به رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$، اگر افت پتانسیل درون مولد (یعنی rI) برابر با نیروی محرکهٔ آن شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر صفر می‌شود.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{rI=\varepsilon} V = \varepsilon - \varepsilon \Rightarrow V = ۰$$

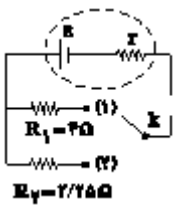
از طرف دیگر، چون اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی صفر می‌باشد. در این حالت، بنا به رابطهٔ $V = R_{eq}I$، مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 و ۵Ω نیز صفر خواهد بود.

$$V = R_{eq}I \xrightarrow{V=۰} ۰ = R_{eq}I \xrightarrow{I\neq ۰} R_{eq} = ۰$$

با صفر شدن مقاومت معادل، الزاماً باید یکی از این دو مقاومت صفر باشد. چون ۵Ω نمی‌تواند صفر باشد، لذا $R_1 = ۰$ است.

بنابراین مقاومت R_1 باید ۱۰Ω کاهش یابد.

⑯ در مدار شکل زیر، اگر کلید از حالت (۱) به حالت (۲) برود، توان خروجی مولد تغییری نمی‌کند. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



۱) ۱
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۲

در مدار داده شده توان خروجی مولد با توان مصرفی مقاومت R برابر است. بنابراین:

$$P_{R1\ \text{مصرفی}} = P_{R2\ \text{مصرفی}} \Rightarrow I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2$$

$$\Rightarrow I_1^2 \times ۴ = I_2^2 \times ۲/۲۵ \xrightarrow{\text{جذر}} ۲I_1 = ۱/۵ I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{۳}{۴} I_2 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{۳}{۴} \times \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{۴}{۴ + r} = \frac{۳}{۲/۲۵ + r}$$

$$\Rightarrow r = ۳\,\Omega$$

⑰ نیروی محرکه یک باتری ۲۰ ولت می‌باشد، وقتی دو سر باتری را به دو سر یک مقاومت ۳۶ اهمی متصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت ۱۸ ولت می‌شود، توان تلف شده در مقاومت درونی باتری در این حالت چند وات است؟

۱) ۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴

توان تلف شده در مقاومت درونی باتری برابر با $P = rI^2$ است. جریان الکتریکی عبوری از مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{۲۰}{۳۶+r} \qquad (I)$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $= V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۱۸ = ۲۰ - rI$

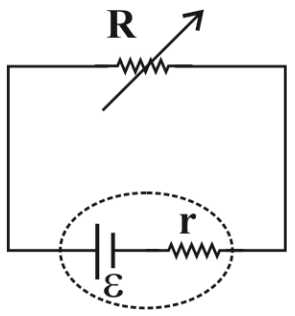
$$\Rightarrow rI = ۲ \Rightarrow I = \frac{۲}{r} \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)\ ,\ (II)} \frac{۲}{r} = \frac{۲۰}{۳۶+r} \Rightarrow ۱۰r = ۳۶ + r$$

$$\Rightarrow r = ۴\,\Omega \xrightarrow{(I)} I = ۰/۵\,A$$

$$\Rightarrow P = rI^2 = ۴ \times (\frac{۱}{۲})^2 = ۱\,W$$

⑱ در مدار شکل زیر نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت داخلی باتری، که توان خروجی آن به ازای جریان $I_1 = ۲A$ برابر با ۱۸ وات و به ازای جریان $I_2 = ۵A$ برابر با ۶ وات است، به‌ترتیب از راست به چپ بر حسب ولت و اهم کدام است؟



۱) ۱۸ و۳
۲) ۱۵ و۱
۳) ۱۴/۲ و۲/۶
۴) ۱۸/۶ و ۳/۶

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه توان خروجی مولد $(P = \varepsilon I - rI^2)$ داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2$$

$$\begin{cases} \xrightarrow[(P_{\text{خروجی}} = ۱۸W)]{I_1 = ۲A} ۱۸ = ۲\varepsilon - r \times (۲)^2 \Rightarrow \varepsilon - ۲r = ۹ \quad (۱) \\ \xrightarrow[(P_{\text{خروجی}} = ۶W)]{I_2 = ۵A} ۶ = ۵\varepsilon - r \times (۵)^2 \Rightarrow \varepsilon - ۵r = ۱/۲ \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)-(۲)} \varepsilon - ۲r - (\varepsilon - ۵r) = ۹ - ۱/۲$$

$$\Rightarrow ۳r = ۷/۸ \Rightarrow r = ۲/۶\Omega$$

$$\xrightarrow{(۱)} \varepsilon - ۲ \times ۲/۶ = ۹ \Rightarrow \varepsilon = ۱۴/۲V$$

(۱۹) روی دو لامپ A و B به‌ترتیب اعداد (۲۰۰V,۲۴۰W) و(۲۰۰V,۱۲۰W) نوشته شده است. اگر این دو لامپ را به‌صورت متوالی به اختلاف پتانسیل ۱۵۰V وصل کنیم، توان مصرفی مجموعه چند وات می‌شود؟ (مقاومت لامپ‌ها ثابت فرض شود.)

۱) ۲۰۲/۵ ۲) ۶۷/۵ ۳) ۸۰ ۴) ۴۵

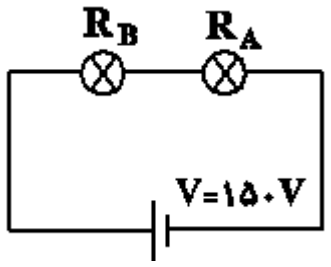
پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

با توجه به رابطه توان مصرفی ($P = \frac{V^2}{R}$) برای دو لامپ A و B، داریم:

$$\frac{P_B}{P_A} = (\frac{V_B}{V_A})^2 \times \frac{R_A}{R_B} \xrightarrow[V_A = V_B = 200V]{P_B = 120W \; ; \; P_A = 240W} \frac{1}{2} = \frac{R_A}{R_B}$$

اگر دو لامپ را به صورت متوالی به یکدیگر وصل کنیم، نسبت ولتاژ دو سر آن‌ها، برابر با نسبت مقاومت آن‌ها خواهد بود. پس:



$$\begin{matrix} \frac{V'_B}{V'_A} = \frac{R_B}{R_A} = 2 \\ V'_B + V'_A = 150V \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} V'_B = 100V \\ V'_A = 50V \end{matrix}$$

با توجه به ثابت بودن مقاومت هر لامپ می‌توان نوشت:

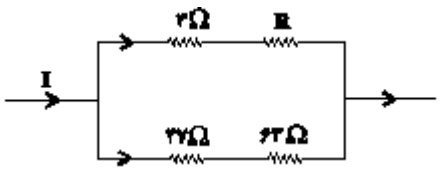
$$\frac{P'_A}{P_A} = (\frac{V'_A}{V_A})^2 \xrightarrow[P_A = 240W]{V'_A = 50V ; V_A = 200V} \frac{P'_A}{240} = \frac{1}{16}$$
$$\Rightarrow P'_A = 15W$$

$$\frac{P'_B}{P_B} = (\frac{V'_B}{V_B})^2 \xrightarrow[P_B = 120W]{V'_B = 100V ; V_B = 200V} \frac{P'_B}{120} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow P'_B = 30W$$

بنابراین توان مصرفی مجموعه برابر است با:

$$P'_T = P'_A + P'_B = 15 + 30 = 45W$$

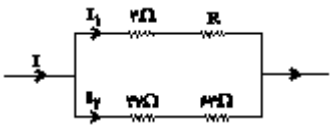
(۲۰) در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، اگر توان الکتریکی مصرفی مقاومت ۲۷ اُهمی برابر با توان الکتریکی مصرفی مقاومت ۳ اُهمی باشد، مقاومت R چند اهم است؟



۱) ۱۸
۲) ۹
۳) ۲۷
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

چون توان الکتریکی مصرفی مقاومت‌های ۲۷ اُهمی و ۳ اُهمی با هم برابر است، با استفاده از رابطه $P = RI^2$، نسبت جریان عبوری از این دو مقاومت را که همان جریان شاخه‌های (۱) و (۲) است، به‌دست می‌آوریم:



$$P_{3\Omega} = P_{27\Omega} \xrightarrow{P=RI^2} 3I_1^2 = 27I_2^2$$

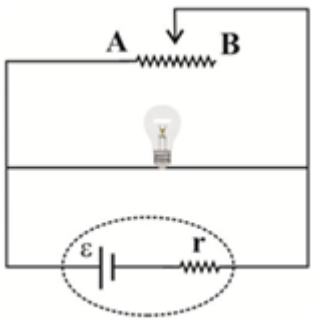
$$\Rightarrow I_1^2 = 9I_2^2 \Rightarrow I_1 = 3I_2$$

چون شاخه‌های (۱) و (۲) با هم موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است. بنابراین با محاسبه مقاومت معادل هر یک از شاخه‌ها و استفاده از رابطه $V = RI$، مقاومت R را می‌یابیم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \xrightarrow[I_1=3I_2, R_1=3+R(\Omega)]{R_2=27+63=90\Omega}$$

$$(3 + R) \times 3I_2 = 90I_2 \Rightarrow 3 + R = 30 \Rightarrow R = 27\Omega$$

(۲۱) در مدار شکل زیر، در صورتی که باتری دچار فرسودگی شود، برای آنکه نور لامپ تغییری نکند، لغزنده باید به سمت . . . حرکت داده شود و در این حالت، جریان خروجی از باتری . . . (مقاومت لامپ ثابت فرض شود.)



۱) A، کاهش می‌یابد.
۲) B، کاهش می‌یابد.
۳) A، ثابت می‌ماند.
۴) B، ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه $P = RI^{۲} = \frac{V^{۲}}{R}$، برای اینکه نور لامپ تغییری نکند، ولتاژ دو سر آن یا جریان عبوری از آن باید تغییر نکند. ولتاژ دو سر لامپ، همان ولتاژ دو سر باتری نیز می‌باشد. در این حالت داریم:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}} V = \varepsilon - r\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} \Rightarrow V = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{۱+\frac{R_{eq}}{r}}$$

با فرسوده شدن باتری، مقاومت درونی آن افزایش پیدا می‌کند. با توجه به رابطه زیر، برای اینکه ولتاژ دو سر باتری ثابت بماند، مقاومت معادل مدار نیز باید افزایش یابد.

$$V = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{۱+\frac{R_{eq}\uparrow}{r\uparrow}}$$

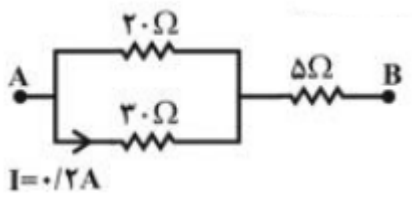
طبق رابطه زیر، برای افزایش مقاومت معادل مدار، مقاومت رئوستا باید افزایش یابد و برای این کار باید طول قسمتی از رئوستا که در مدار قرار می‌گیرد افزایش یابد. بنابراین لغزنده رئوستا باید به سمت B حرکت داده شود.

$$\frac{۱}{\uparrow R_{eq}} = \frac{۱}{\uparrow R_R} + \frac{۱}{R_L}$$

طبق رابطه زیر، جریان خروجی از باتری نیز کاهش می‌یابد.

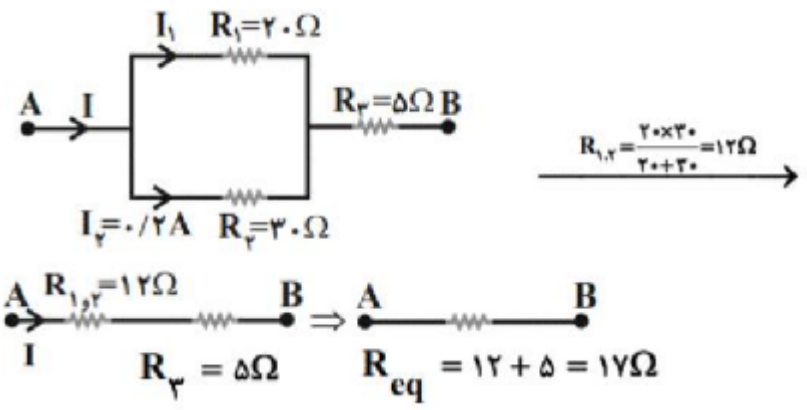
$$\downarrow I = \frac{\varepsilon}{r\uparrow + R_{eq}\uparrow}$$

(۲۲) در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B چند ولت است؟



۱) ۳/۴
۲) ۸/۵
۳) ۱۷
۴) ۳۴

پاسخ: گزینه ۲



چون مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است و داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow ۲۰ \times I_1 = ۳۰ \times ۰/۲$$

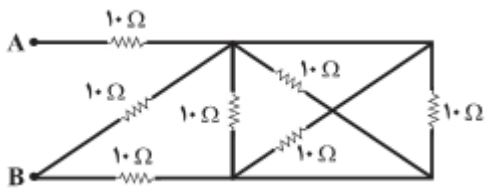
$$\Rightarrow I_1 = ۰/۳A$$

$$I = I_1 + I_2 = ۰/۳ + ۰/۲ = ۰/۵A$$

با توجه به در اختیار داشتن مقاومت معادل مدار و جریان شاخه اصلی، داریم:

$$V_{AB} = R_{eq} I = ۱۷ \times ۰/۵ = ۸/۵V$$

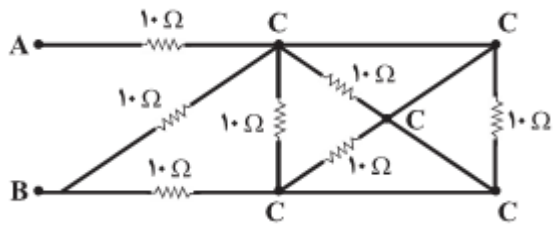
(۲۳) در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر با چند اُهم است؟

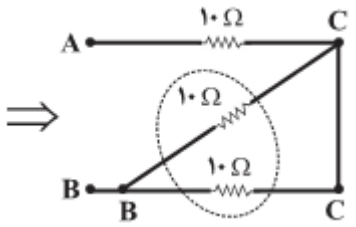


۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

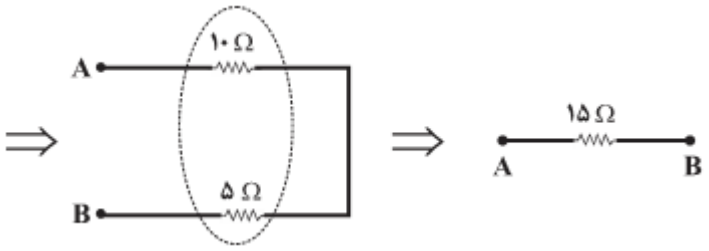
پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم و سپس با استفاده از متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را می‌یابیم:



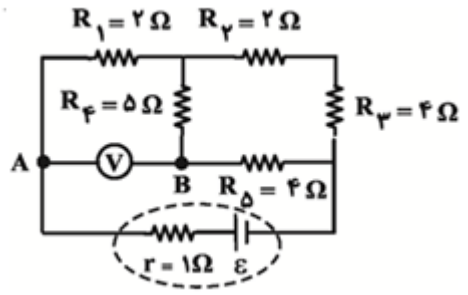


$\frac{۱۰\times۱۰}{۱۰+۱۰} = ۵\Omega$



$۵ + ۱۰ = ۱۵\Omega$

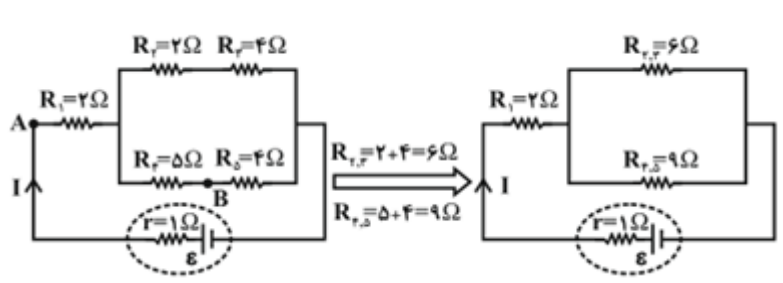
(۲۴) در مدار الکتریکی شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان دهد، توان خروجی مولد چند وات است؟



۱) ۲۱۵
۲) ۱۶۵
۳) ۱۴۰
۴) باید نیروی محرکه مولد (ε) داده شود.

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این‌که ولت‌سنج ایده‌آل وسیله‌ای است با مقاومت الکتریکی بسیار زیاد، لذا عملاً جریانی از شاخه آن عبور نمی‌کند و مدار الکتریکی به‌صورت شکل زیر ساده می‌شود. اگر فرض کنیم جریان الکتریکی در شاخه اصلی مدار I باشد، داریم:



$R_{2,3}$ و $R_{4,5}$ موازی هستند $\Rightarrow V_{2,3} = V_{4,5}$

$$\Rightarrow I_{2,3} R_{2,3} = I_{4,5} R_{4,5} \Rightarrow \frac{I_{2,3}}{I_{4,5}} = \frac{R_{4,5}}{R_{2,3}} = \frac{۹}{۶} = \frac{۳}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{r} I_{2,3} = \frac{۳}{۲} I_{4,5} \\ I_{2,3} + I_{4,5} = I \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} I_{2,3} = \frac{۳}{۵} I \\ I_{4,5} = \frac{۲}{۵} I \end{array}\right.$$

برای محاسبه مقاومت معادل مدار نیز داریم:

$$R_{2,3,4,5} = \frac{R_{2,3} \times R_{4,5}}{R_{2,3} + R_{4,5}} = \frac{۶ \times ۹}{۶ + ۹} = ۳/۶\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{2,3,4,5} = ۲ + ۳/۶ = ۵/۶\Omega$$

با توجه به این‌که ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان می‌دهد، با نوشتن اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار بین نقاط A و Bداریم:

$$V_A - IR_۱ - I_{4,5} R_۴ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = IR_۱ + I_{4,5} R_۴$$

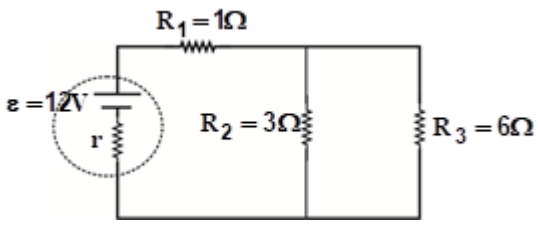
$$\xrightarrow[R_۴ = ۵\Omega \ , \ I_{4,5} = \frac{۲}{۵} I]{V_A - V_B = ۲۰V \ , \ R_۱ = ۲\Omega}$$

$$۲۰ = ۲I + ۵ \times \frac{۲}{۵} I \Rightarrow ۲۰ = ۴I \Rightarrow I = ۵A$$

توان خروجی (یا همان توان مفید) مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل خارجی است، لذا داریم:

$$P = R_{eq} I^۲ \xrightarrow[I=۵A]{R_{eq} = ۵/۶\Omega} P = ۵/۶ \times ۵^۲ \Rightarrow P = ۱۴۰W$$

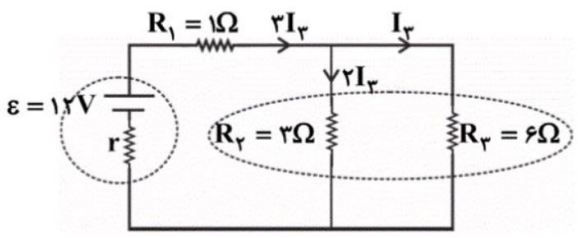
(۲۵) مطابق شکل زیر اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۳$، ۳ ولت بیشتر از اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت است؟



۱) ۴
۲) ۹
۳) ۶
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل، اگر جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر $I_۳$ باشد، جریان گذرنده از مقاومت ۳ اهمی معادل $۲I_۳$ خواهد بود $(V_۲ = V_۳ \Rightarrow \frac{R_۳}{R_۲} = \frac{I_۲}{I_۳} \Rightarrow I_۲ = ۲I_۳)$ و جریان گذرنده از مقاومت ۱ اهمی برابر با $۳I_۳$ می‌باشد.



$$V_۳ - V_۱ = ۳V$$

$$۶I_۳ - ۳I_۳ = ۳ \Rightarrow I_۳ = ۱A$$

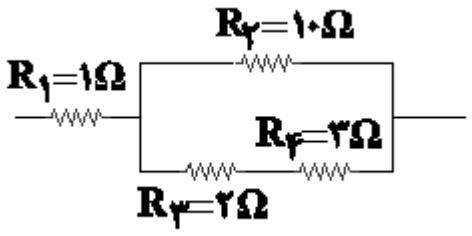
$$R_{۲,۳} = \frac{۶\times۳}{۶+۳} = ۲\Omega,\ R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳} = ۱ + ۲ = ۳\Omega$$

پس جریان کل مدار معادل با ۳ آمپر خواهد بود.

$$I = ۳ = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow ۳ = \frac{۱۲}{۳+r} \Rightarrow r = ۱\Omega$$

$$V_{مولد} = \varepsilon - rI = ۱۲ - (۱\times۳) = ۹V$$

(۲۶) در شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقداری ثابت باشد، توان مصرفی کدام‌یک از مقاومت‌ها بیش‌تر از سایر مقاومت‌ها می‌باشد؟



۱) R_1
۲) R_2
۳) R_3
۴) R_4

پاسخ: گزینه ۴

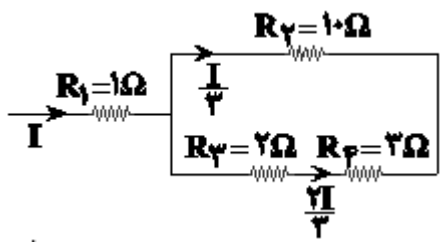
گزینه «۴»

جریان در دو شاخه موازی، به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین اگر جریان عبوری از مقاومت یک اهمی، I باشد، جریان عبوری از R_2، $\frac{I}{3}$ و جریان عبوری از R_3 و R_4، $\frac{2I}{3}$ است.

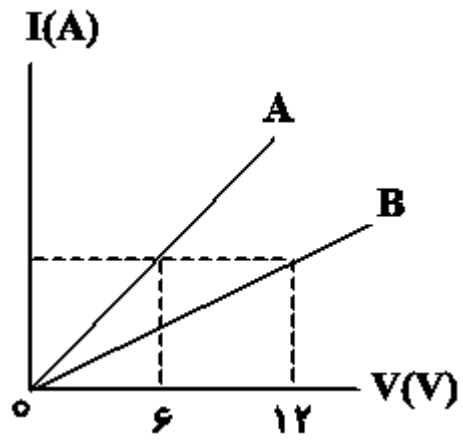
$$(P = RI^2) \Rightarrow \begin{cases} P_1 = R_1 I^2 = I^2 \\ P_2 = R_2(\frac{I}{3})^2 = \frac{10I^2}{9} \end{cases}$$

$$P_3 = R_3(\frac{2I}{3})^2 = \frac{8I^2}{9}$$

$$P_4 = R_4(\frac{2I}{3})^2 = \frac{4I^2}{3} = \frac{12}{9}I^2$$



(۲۷) نمودار شدت جریان عبوری برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های اهمیA وB مطابق شکل روبه‌رو است. مقاومتB چند برابرA است؟



۱) ۲

۲) ۴

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

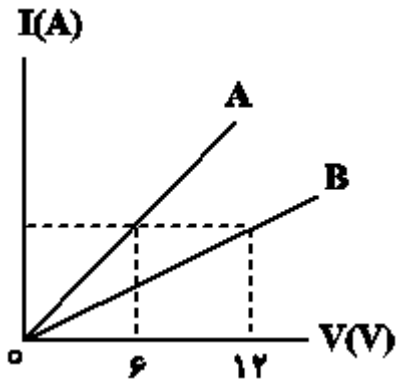
پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

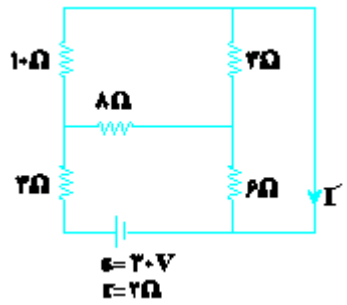
با استفاده از رابطه قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow[V_A=۶V \ , \ V_B=۱۲V]{I_A=I_B=I}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{۱۲}{۶} \times ۱ = ۲$$



(۲۸) در مدار روبه‌رو، جریان ‘I چند آمپر است؟

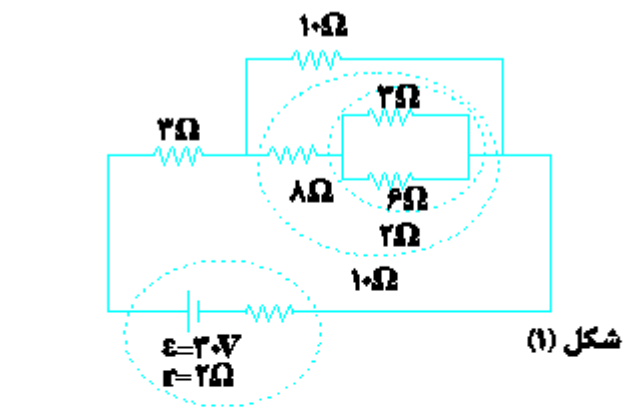


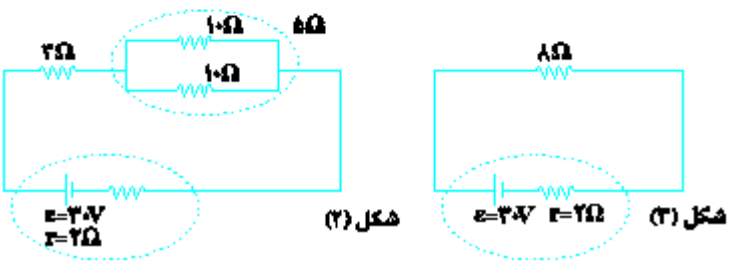
۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه۳

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:





اکنون جریان عبوری از مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} = \frac{۳۰}{۲+۸} = \frac{۳۰}{۱۰} = ۳A$$

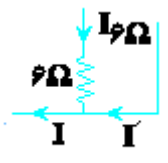
با توجه به شکل (۲)، چون مقاومت‌های ۱۰ اهمی به‌صورت موازی با یک‌دیگر بسته شده‌اند، جریان عبوری از آن‌ها با یک‌دیگر برابر است. بنابراین جریان عبوری از مقاومت ۱۰ Ω، برابر ۱/۵ A می‌شود.

در شکل اول جریانی که از مقاومت ۸ اهمی می‌گذرد با جریان عبوری از مقاومت ۱۰ اهمی برابر است؛ بنابراین: $I_{۸\Omega} = I_{۱۰\Omega} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\ A$

از طرفی مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω به‌صورت موازی به یک‌دیگر بسته شده‌اند و نسبت جریان عبوری از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها است.

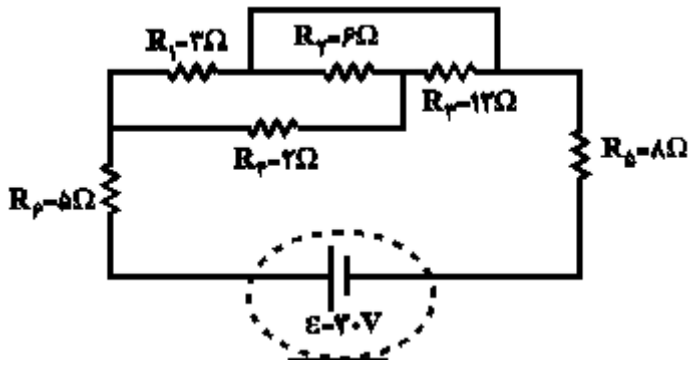
$$\left.\begin{array}{l}\frac{R_{۶\Omega}}{R_{۳\Omega}} = \frac{I_{۳\Omega}}{I_{۶\Omega}} = \frac{۶}{۳} = ۲ \\ I_{۳\Omega} + I_{۶\Omega} = ۱/۵A\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}I_{۳\Omega} = ۱A \\ I_{۶\Omega} = ۰/۵A\end{array}\right.$$

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$I' + I_{۶\Omega} = I \xrightarrow[I=۳A]{I_{۶\Omega}=۰/۵\ A} I' = ۳ - ۰/۵ = ۲/۵\ A$$

(۲۹) در مدار شکل مقابل، توان گرمایی مقاومت R_4 چند وات است؟ (مقاومت داخلی مولد ناچیز است.)



۱) ۸

۲) ۲

۳) $\frac{۸}{۹}$

۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

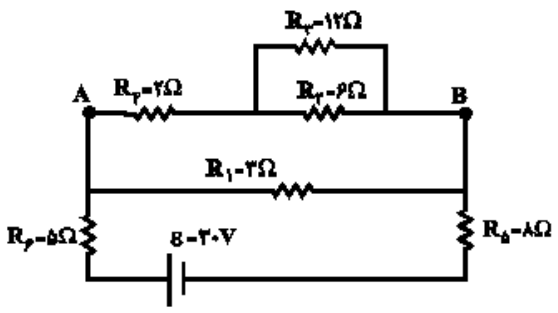
ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

R_2, R_3 موازی $\Rightarrow \frac{۱}{R'} = \frac{۱}{R_2} + \frac{۱}{R_3} \Rightarrow R' = ۴\,\Omega$

R', R_4 متوالی $\Rightarrow R'' = R' + R_4 = ۴ + ۲ = ۶\,\Omega$

R'', R_1 موازی $\Rightarrow \frac{۱}{R'''} = \frac{۱}{R_1} + \frac{۱}{R''} \Rightarrow R''' = ۲\,\Omega$

R''', R_6, R_5 متوالی $\xrightarrow{aaa} R_{eq} = ۲ + ۸ + ۵ = ۱۵\,\Omega$



$I_{eq} = I''' \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{V'''}{R'''}$

$\frac{۳۰}{۱۵} = \frac{V'''}{۲} \Rightarrow V''' = ۴V \;,\; V'' = ۴V$

$I'' = I_4 \Rightarrow \frac{V''}{R''} = I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}A$

$P_4 = R_4 I_4^{۲} = ۲ \times \frac{۴}{۹} = \frac{۸}{۹}W$

(۳۰) از یک باتری جریان ۲ A می‌گیریم و توان خروجی آن ۳/۲ وات است. اگر جریان ۴ A از آن بگیریم توان خروجی۴/۸ وات می‌شود. نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری به‌ترتیب از راست به چپ درSI کدام است؟

۱) ۲، ۰/۴
۲) ۰/۲،۱
۳) ۰/۲،۲
۴) ۰/۴،۱

پاسخ: گزینه ۳

رابطه توان خروجی مولد را در دو حالت می‌نویسیم.

$$P = (\varepsilon - Ir)I \Rightarrow P = \varepsilon I - rI^{۲}$$

$$\begin{cases} \text{حالت (۱)}: ۲\varepsilon - ۴r = ۳/۲ \\ \text{حالت (۲)}: ۴\varepsilon - ۱۶r = ۴/۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon - ۲r = ۱/۶ \\ \varepsilon - ۴r = ۱/۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲r = ۰/۴ \Rightarrow r = ۰/۲\,\Omega \quad , \quad \varepsilon = ۲\,V$$