۱) چهار وسیله برقی با مشخصات A(۲۲۰V,۵۵۰W)، B(۲۲۰V,۴۴۰W)، C(۲۲۰V,۱۶۵۰W) و D(۲۲۰V ,۱۱۰۰W) به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی با ولتاژ ۲۲۰V متصل شده‌اند. کدام‌یک از فیوزهای زیر برحسب آمپر را در مدار قرار دهیم تا بتواند جریان عبوری از مدار را تحمل کند؟

۱) ۱۰ **۲)** ۱۴ **۳)** ۱۵ **۴)** ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

در سیم‌کشی خانگی، اجزای مدار به‌صورت موازی به یکدیگر متصل هستند. جریان عبوری از هر کدام از وسیله‌های برقی را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$P = IV \Rightarrow I = \frac{P}{V} \Rightarrow \begin{cases} I_A = \frac{۵۵۰}{۲۲۰} = ۲/۵A \\ I_B = \frac{۴۴۰}{۲۲۰} = ۲A \\ I_C = \frac{۱۶۵۰}{۲۲۰} = ۷/۵A \\ I_D = \frac{۱۱۰۰}{۲۲۰} = ۵A \end{cases}$$

بنابراین جریان عبوری از فیوز برابر خواهد بود با:

$$I_{کل} = I_A + I_B + I_C + I_D = ۲/۵ + ۲ + ۷/۵ + ۵$$

$$\Rightarrow I_{کل} = ۱۷A$$

اگر جریان قابل تحمل توسط فیوز بیش‌تر از ۱۷A باشد، فیوز در مدار خواهد ماند، در غیر این‌صورت فیوز خواهد پرید. با این توضیحات گزینه «۴» پاسخ سؤال است.

(۲) معادله بار الکتریکی شارش شده در یک مدار برحسب زمان در SI به‌صورت $q = ۲t^۳ + ۵t + ۴$ است. نسبت جریان متوسط عبوری در ثانیه چهارم چند برابر چهار ثانیه اول است؟

۱) $\frac{۷۹}{۳۷}$ ۲) ۱
۳) $\frac{۳۸}{۳۷}$ ۴) $\frac{۸۹}{۲۷}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با داشتن معادله بار شارش از یک مقطع یک رسانا، می‌توان جریان متوسط عبوری از هر سطح مقطع را به‌دست آورد. ثانیه چهارم یعنی بازه زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۴s$ داریم:

$$\bar{I}_{۳-۴} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(۴) - q(۳)}{۴ - ۳}$$
$$\Rightarrow \bar{I}_{۳-۴} = \frac{(۲ \times (۴)^۳ + ۵ \times ۴ + ۴) - (۲ \times (۳)^۳ + ۵ \times (۳) + ۴)}{۱}$$
$$= \frac{۱۵۲-۷۳}{۱} = ۷۹A$$

برای به‌دست آوردن جریان متوسط در چهار ثانیه اول یعنی بازه زمانی صفر تا $t = ۴s$ داریم:

$$\bar{I}_{۰-۴} = \frac{\Delta q'}{\Delta t'} = \frac{q(۴) - q(۰)}{۴ - ۰}$$
$$= \frac{(۲ \times (۴)^۳ + ۵ \times ۴ + ۴) - (۲ \times (۰)^۳ + ۵ \times ۰ + ۴)}{۴}$$
$$= \frac{۱۵۲ - ۴}{۴} = \frac{۱۴۸}{۴} = ۳۷A$$
$$\frac{\bar{I}_{۳-۴}}{\bar{I}_{۰-۴}} = \frac{۷۹}{۳۷}$$

(۳) اگر جریان عبوری از یک رسانای اهمی۶A افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن ۵ برابر می‌شود. جریان اولیه عبوری از رسانا چند آمپر است؟ (دما، ثابت است.)

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۱»

طبق رابطه قانون اهم، داریم:

$$V = RI \xrightarrow{R=} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow[V_۲=۵V_۱]{I_۲=I_۱+۶(A)}$$

$$۵ = \frac{I_۱ + ۶}{I_۱} \Rightarrow ۵I_۱ = I_۱ + ۶ \Rightarrow ۴I_۱ = ۶$$
$$\Rightarrow I_۱ = ۱/۵\ A$$

④ چه تعداد از گزاره های زیر صحیح است؟

الف) سرعت سوق در یک رسانای فلزی از جنس مس، معمولاً از مرتبه $۱\frac{m}{s}$ است.

ب) در جریان مستقیم، جهت جریان با زمان تغییر نمی‌کند و مقدار جریان ثابت می‌ماند.

پ) آمپر – ساعت یکای انرژی الکتریکی است.

ت) در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی، هیچ شارش باری از مقطع یک رسانا نداریم.

۱) ۱ **۲)** ۲ **۳)** ۳ **۴)** ۴

پاسخ: گزینه ۱

به بررسی موارد نادرست می‌پردازیم:

الف) اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم و مثلاً در سیم‌های مسی از مرتبه بزرگی $۱۰^{-۵}\frac{m}{s}$ یا $۱۰^{-۴}\frac{m}{s}$ است.

پ) آمپر – ساعت یکای بار الکتریکی است.

ت) در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی، هیچ شارش بار خالصی از مقطع یک رسانا نداریم، ولی شارش بار داریم.

---

⑤ طول سیمی از جنس پلاتین دو برابر طول سیم دیگری از جنس نیکروم است. اگر مقاومت سیم نیکروم ۲۵ درصد بیشتر از مقاومت سیم پلاتین باشد، قطر سیم پلاتینی چند برابر قطر سیم نیکرومی است؟ ($\rho_{\text{پلاتین}} = ۱۰ \times ۱۰^{-۸}\,\Omega.m$، $\rho_{\text{نیکروم}} = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۸}\,\Omega.m$ و دما ثابت و یکسان فرض شود.)

۱) $\frac{۱}{۲}$ **۲)** $\frac{۱}{۴}$

۳) ۲ **۴)** ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

با توجه به رابطه مقاومت یک سیم، اگر مقاومت سیم نیکرومی را با $R_۱$ و مقاومت سیم پلاتینی را با $R_۲$ نشان دهیم، داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow{A=\frac{\pi D^۲}{۴}} \frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\rho_۱}{\rho_۲} \times \frac{L_۱}{L_۲} \times \left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲$$

$$\xrightarrow[L_۲=۲L_۱]{R_۱=۱/۲۵R_۲} ۱/۲۵ = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^{-۸}}{۱۰ \times ۱۰^{-۸}} \times \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{D_۲}{D_۱} = \frac{۱}{۲}$$

⑥ سیم رسانایی را به‌طور یکنواخت به‌گونه‌ای می‌کشیم که در اثر کشش، طول آن ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. در این‌صورت، مقاومت سیم نسبت به حالت قبل چند درصد تغییر می‌کند؟ (دما، ثابت است.)

۱) ۲۲/۵ ۲) ۵۰
۳) ۷۵ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

در اثر کشش، جنس سیم، جرم و به تبع آن حجم سیم تغییر نمی‌کند. لذا چون حجم سیم ثابت است، در اثر افزایش طول، سطح مقطع سیم کاهش می‌یابد که تغییرات آن‌ها عکس یکدیگر است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad (1)$$

از سوی دیگر، با استفاده از رابطه بین مقاومت سیم و مشخصات فیزیکی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

پس با توجه به اینکه در اثر کشش، طول سیم ۵۰ درصد افزایش می‌یابد، داریم:

$$\xrightarrow{L_2 = 1/5 L_1} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{1/5 L_1}{L_1}\right)^2$$
$$\Rightarrow R_2 = 2/25 R_1$$

خواسته سؤال، تغییرات مقاومت برحسب درصد است، پس:

$$\frac{\Delta R}{R_1} \times 100 = \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1}\right) \times 100 = \left(\frac{2/25 R_1 - R_1}{R_1}\right) \times 100 = 125\%$$

⑦ مقاومت الکتریکی سیم A، $\frac{1}{4}$ مقاومت الکتریکی سیم B است و در صورتی‌که در مدتی معین، به دو سر این سیم‌ها اختلاف پتانسیل یکسان ۱۲ ولت اعمال شود، اختلاف تعداد الکترون‌های خالص شارش یافته در آن‌ها برابر با 3×10^{19} است. تعداد الکترون‌های خالص شارش یافته در سیم A در مدت معین ذکر شده، کدام است؟

۱) 10^{20} ۲) 10^{19} ۳) 4×10^{20} ۴) 4×10^{19}

پاسخ: گزینه ۴

نسبت جریان الکتریکی در دو سیم برابر است با:

$$V = RI \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{R_B}{R_A} \times \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow[\frac{R_B}{R_A} = 4]{V_B = V_A} 1 = 4 \times \frac{I_B}{I_A}$$

$$\Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

جریان الکتریکی در سیم B کمتر است، بنابراین در مدت معین از این سیم الکترون کمتری نسبت به سیم A می‌گذرد.

$$\begin{cases} I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow I = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{n_B}{n_A}$$

$$\xrightarrow[n_B = n_A - 3 \times 10^{19}]{(1)} \frac{1}{4} = \frac{n_A - 3 \times 10^{19}}{n_A}$$

$$\Rightarrow n_A = 4(n_A - 3 \times 10^{19})$$

$$\Rightarrow n_A = 4n_A - 12 \times 10^{19} \Rightarrow n_A = 4 \times 10^{19} \text{ الکترون}$$

(۸) از سیمی به طول ۲۵ متر که اختلاف پتانسیل ۳ ولت در دو سر آن برقرار است، جریان ۱/۲ آمپر عبور می‌کند. اگر مقاومت ویژه سیم $۱/۸ \times ۱۰^{-۸}\ \Omega \cdot m$ و چگالی آن $۸\ \frac{g}{cm^۳}$ باشد، جرم سیم چند گرم است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه چگالی سیم داده شده و جرم آن مورد نظر است، باید حجم سیم را داشته باشیم. به همین منظور از رابطه $R = \rho\frac{L}{A}$، در ابتدا A، سپس حجم سیم و بعد از آن جرم سیم را می‌یابیم. با استفاده از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=۱/۲\ A]{V=۳\ V} R = \frac{۳}{۱/۲} \Rightarrow R = ۲/۵\ \Omega$$

از طرفی داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[\rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\ \Omega.m]{R=۲/۵\ \Omega,\ L=۲۵\ m} ۲/۵ = ۱/۸ \times ۱۰^{-۸} \times \frac{۲۵}{A}$$

$$\Rightarrow A = ۱/۸ \times ۱۰^{-۷}\ m^۲$$

با استفاده از رابطه چگالی و جرم داریم:

$$m = \rho V \xrightarrow[V=AL=۱/۸\times۱۰^{-۷}\times۲۵\ m^۳=۴/۵\ cm^۳]{\rho=۸\ \frac{g}{cm^۳}}$$

$$m = ۸ \times ۴/۵ \Rightarrow m = ۳۶\ g$$

(۹) دو سیم هم جنس A و B را در اختیار داریم. جرم سیم A سه برابر جرم سیم B است. اگر قطر مقطع سیم A، نصف قطر مقطع سیم B باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

۱) ۴ ۲) ۴۸ ۳) ۱۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

چون جرم سیم A سه برابر جرم سیم B و چگالی A و B برابر است، بنابراین حجم سیم A سه برابر حجم سیم B است.

$$\left.\begin{matrix}\rho_A = \rho_B \\ m_A = ۳m_B\end{matrix}\right\} \Rightarrow V_A = ۳V_B$$

همچنین وقتی قطر مقطع سیم A نصف قطر مقطع سیم B باشد مساحت سطح مقطع سیم A، $\frac{۱}{۴}$ برابر مساحت مقطع سیم B است.

$$d_A = \frac{۱}{۲}d_B \xrightarrow{A=\pi\frac{d^۲}{۴}} A_A = \frac{۱}{۴}A_B$$

$$V_A = ۳V_B \Rightarrow A_A L_A = ۳A_B L_B$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۴}A_B)L_A = ۳A_B L_B$$

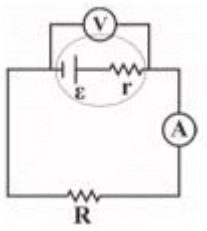
$$\Rightarrow L_A = ۱۲L_B$$

طبق رابطه $R = \rho\frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[L_A=۱۲L_B,\ A_A=\frac{۱}{۴}A_B]{\rho_A=\rho_B\ \text{هم جنس}} \frac{R_A}{R_B} = ۱ \times ۱۲ \times ۴ = ۴۸$$

(۱۰) در مدار شکل زیر، مقاومت درونی باتری ۱/۵Ω و نسبت $\frac{V}{\varepsilon}$ برابر ۰/۹ است و آمپرسنج جریان ۱/۲ آمپر را نشان می‌دهد. اگر مقاومت R را ۵Ω افزایش دهیم، به ترتیب از راست به چپ نسبت $\frac{V}{\varepsilon}$ و جریان عبوری از آمپرسنج چگونه تغییر می‌کنند؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل هستند و V عددی است که ولت‌سنج نشان می‌دهد.)



۱) ۰/۰۲۵ افزایش می‌یابد، ۰/۳A کاهش می‌یابد.

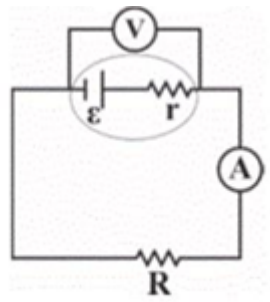
۲) ۰/۰۲۵ کاهش می‌یابد، ۰/۳A افزایش می‌یابد.

۳) ۱/۳۵ کاهش می‌یابد، ۰/۳A افزایش می‌یابد.

۴) ۱/۳۵ افزایش می‌یابد، ۰/۳A کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به رابطه جریان در مدار تک حلقه داریم :



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$\Rightarrow V = RI = R\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r} \xrightarrow[r=۱/۵\Omega]{\frac{V}{\varepsilon}=۰/۹}$$

$$۰/۹ = \frac{R}{R+۱/۵} \Rightarrow R = ۱۳/۵\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \varepsilon = ۱/۲ \times (۱۳/۵ + ۱/۵) = ۱۸V$$

حال اگر مقاومت R را ۵ اهم افزایش دهیم، داریم:

$$R' = R + ۵ = ۱۳/۵ + ۵ = ۱۸/۵\Omega$$

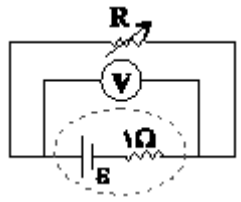
$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R'+r} = \frac{۱۸}{۱۸/۵ + ۱/۵} = ۰/۹A$$

$$\frac{V'}{\varepsilon} = \frac{R'}{R'+r} = \frac{۱۸/۵}{۱۸/۵+۱/۵} = \frac{۱۸/۵}{۲۰} = ۰/۹۲۵$$

پس تغییرات $\frac{V}{\varepsilon}$ برابر است با: ۰/۹۲۵ − ۰/۹ = ۰/۰۲۵

و تغییرات جریان برابر است با : $I'-I = ۰/۹ - ۱/۲ = -۰/۳A$

(۱۱) در مدار شکل زیر، اگر اندازه مقاومت متغیر R، ۲ اهم تغییر کند، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، ۱۰ درصد کاهش می‌یابد. مقدار مقاومت اولیهR چند اهم است؟



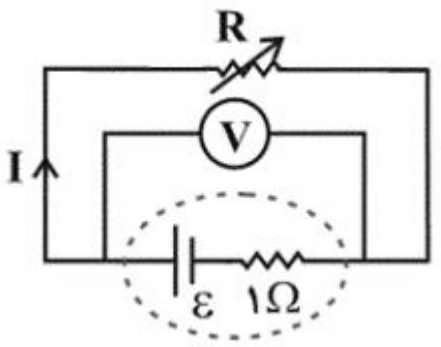
۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه‌ی «۲»

ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت متغیر را نشان می‌دهد، بنابراین برای اینکه عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، کاهش پیدا کند، باید اندازه مقاومتR کاهش پیدا کند. (چرا؟)

$$V = RI \Rightarrow V = R\frac{\varepsilon}{R+r}$$



حال طبق رابطه مقایسه‌ای برای حالت اولیه و حالت جدید، داریم:

$$\frac{V'}{V} = \frac{R'}{R} \times \frac{R+r}{R'+r} \xrightarrow[R'=(R-۲)\Omega\ ,\ r=۱\ \Omega]{V'=V-\frac{۱۰}{۱۰۰}V=۰/۹V}$$

$$۰/۹ = \frac{R-۲}{R} \times \frac{R+۱}{R-۲+۱}$$

$$\Rightarrow ۰/۹ = \frac{(R-۲)(R+۱)}{R(R-۱)} \Rightarrow R^{۲} - R - ۲ = ۰/۹R^{۲} - ۰/۹R$$

$$\Rightarrow ۰/۱R^{۲} - ۰/۱R - ۲ = ۰ \Rightarrow R^{۲} - R - ۲۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (R-۵)(R+۴) = ۰ \begin{cases} R = ۵\Omega & \text{ق.ق} \\ R = -۴\Omega & \text{غ.ق .ق} \end{cases}$$

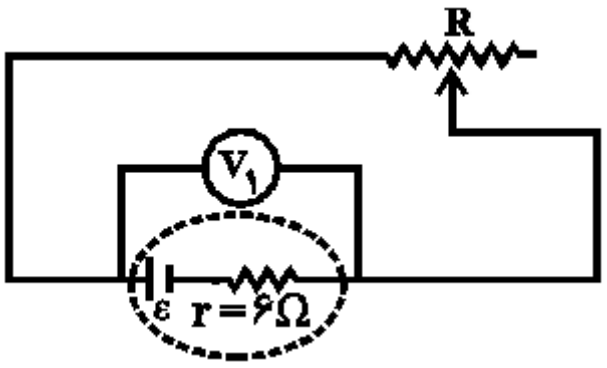
(۱۲) دو لامپ A و B به گونه‌ای هستند که وقتی هرکدام به اختلاف پتانسیل ثابت V وصل می‌شوند، روشنی A بیشتر از B است. اگر این دو لامپ به‌صورت متوالی به اختلاف پتانسیل V وصل شوند .... .

۱) لامپ B روشن‌تر از لامپ A است.
۲) لامپ A روشن‌تر از لامپ B است.
۳) روشنایی هر دو لامپ یکسان است.
۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

پاسخ: گزینه ۱

روشنایی یک لامپ بستگی به توانی دارد که در لامپ مصرف می‌شود. یعنی هر چه توان مصرفی یک لامپ بیشتر باشد، روشنایی آن بیش‌تر است. زمانی که هر یک از لامپ‌ها را به اختلاف پتانسیل معین V وصل می‌کنیم، با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$، لامپی که پرنورتر است (توان بیشتری دارد) دارای مقاومت الکتریکی کمتری می‌باشد $(R_A < R_B)$. هنگامی‌که دو لامپ را به‌طور متوالی به هم می‌بندیم و اختلاف پتانسیل V را به دو سر مجموعه اعمال می‌کنیم، جریان یکسانی از دو لامپ می‌گذرد. بنابراین طبق رابطه $P = RI^2$، توان لامپ با مقاومت آن نسبت مستقیم دارد. یعنی توان مصرفی لامپ B بیشتر از توان مصرفی لامپ A می‌باشد. در نتیجه لامپ B روشن‌تر از لامپ A است.

(۱۳) در مدار شکل زیر، مقاومتی از رئوستا که در مدار قرار دارد، برابر با ۲۴Ω است. مقاومت رئوستا را چند اهم کاهش دهیم تا ولت‌سنج ایده‌آل $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه را نشان دهد؟



۱) ۱/۵
۲) ۲۲/۵
۳) ۴
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل دو سر مولد و مقاومت خارجی را نشان می‌دهد:

عدد ولت‌سنج در حالت اول : $V_1 = R_1 I_1 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$

$$V_1 = R_1 \times \frac{\varepsilon}{R_1+r} \xrightarrow[r=۶\Omega]{R_1=۲۴\Omega} V_1 = \frac{۲۴\varepsilon}{۳۰} = \frac{۴}{۵}\varepsilon$$

عدد ولت‌سنج در حالت دوم : $V_2 = R_2 I_2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$

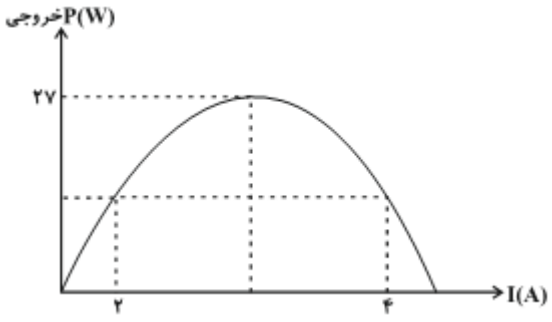
$$V_2 = R_2 \times \frac{\varepsilon}{R_2+r} \xrightarrow{r=۶\Omega} V_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_2+۶}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{۱}{۴} = \frac{\frac{R_2\varepsilon}{R_2+۶}}{\frac{۴}{۵}\varepsilon} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۵} = \frac{R_2\varepsilon}{R_2+۶} \Rightarrow ۵R_2 = R_2 + ۶$$

$$\Rightarrow ۴R_2 = ۶ \Rightarrow R_2 = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\Omega$$

$$\Delta R = R_2 - R_1 = ۱/۵ - ۲۴ = -۲۲/۵\,\Omega$$

(۱۴) نمودار توان خروجی یک مولد برحسب شدت جریان گذرنده از آن مطابق شکل زیر است. مقاومت درونی و نیروی محرکه‌ی این مولد برحسب واحدهای SI به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۱ و ۱۲

۲) ۱ و ۱۸

۳) ۳ و ۱۲

۴) ۳ و ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار، جریانی که در آن خروجی P بیشینه می‌شود برابر با $\frac{۴+۲}{۲} = ۳A$ است.

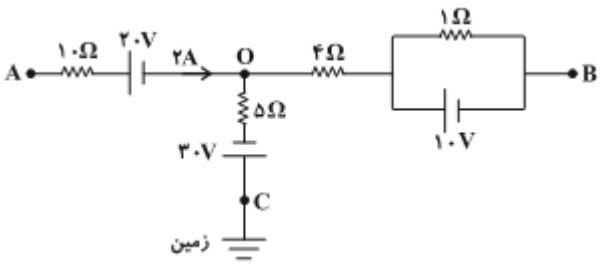
از طرفی می‌دانیم زمانی توان خروجی یک مولد بیشینه می‌شود که $r = R_{eq}$ شود. داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow ۳ = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow \varepsilon = ۶r \quad (۱)$$

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^{۲} \xrightarrow{(۱)} ۲۷ = ۳ \times ۶r - ۹ \times r \Rightarrow ۲۷ = ۹r \Rightarrow r = ۳\Omega$$

$$\varepsilon = ۶r = ۶ \times ۳ = ۱۸V$$

⑮ در شکل زیر، اگر $V_A - V_B = ۳۰V$ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A چند ولت است؟



۱) ۲۵
۲) ۴۵
۳) ۱۵
۴) ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

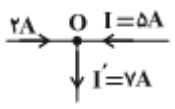
با استفاده از قانون اختلاف پتانسیل‌ها و با فرض این‌که جریان در شاخه‌ی OB به سمت راست باشد، داریم:

$$V_A - ۲ \times ۱۰ - ۲۰ - ۴I - ۱۰ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۵۰ + ۴I$$

$$\Rightarrow ۵۰ + ۴I = ۳۰ \Rightarrow I = -۵A$$

علامت منفی نشان‌دهنده‌ی این است که جریان در مقاومت۴Ωخلاف جهت جریان در نظر گرفته شده توسط ما و به سمت چپ است.

با استفاده از قانون شدت جریان‌ها در گره‌یOداریم:

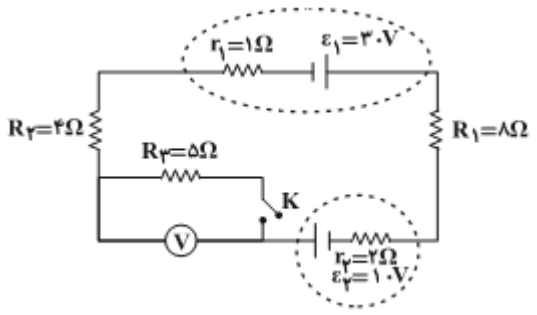


حال از A به C می‌رویم و پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A را می‌یابیم:

$$I' = ۲ + ۵ = ۷A$$

$$V_A - ۲ \times ۱۰ - ۲۰ - ۵ \times ۷ + ۳۰ = ۰ \Rightarrow V_A = ۴۵V$$

(۱۶) در مدار شکل زیر در ابتدا کلید K باز است. اگر کلید K بسته شود، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{1}{4}$

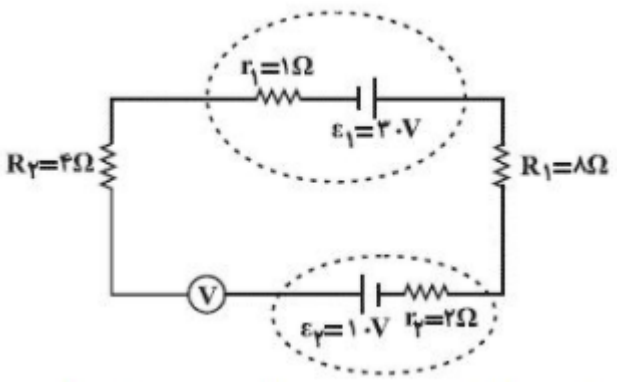
۲) ۴

۳) ۲

۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

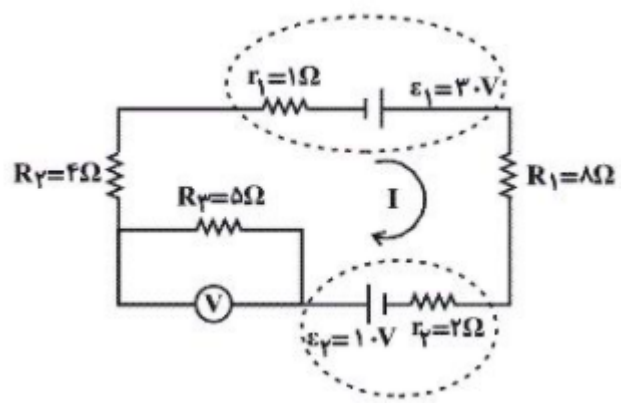
اگر کلید Kباز باشد:



در این حالت ولت‌سنج ایده‌آل در مدار تک‌حلقه به‌صورت متوالی بسته شده است. بنابراین جریانی از مدار عبور نمی‌کند و مقاومت‌ها در مدار افت پتانسیل ایجاد نمی‌کنند و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر جمع جبری نیرو محرکه‌های مدار است.

کلید باز: $V_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 30 + 10 = 40V \Rightarrow V_1 = 40V$

اگر کلید K بسته باشد:



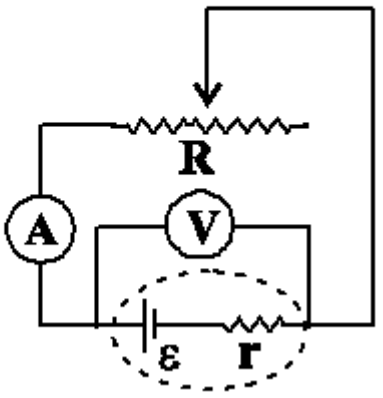
$$I = \frac{\Sigma\varepsilon}{R_{eq}+\Sigma r} = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{R_1+R_2+R_3+r_1+r_2}$$

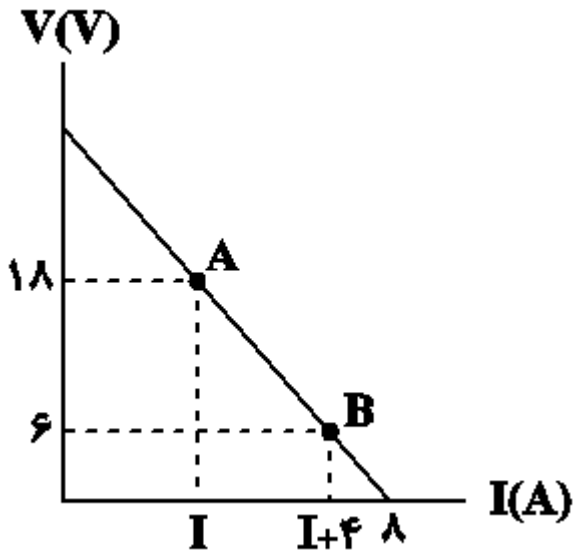
$$= \frac{30+10}{8+4+5+1+2} = \frac{40}{20} = 2A$$

$$V_2 = R_3 I = 5 \times 2 = 10V \Rightarrow V_2 = 10V$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

(۱۷) در شکل زیر، نمودار اندازه ولتاژ دو سر مولد برحسب جریان عبوری از آن در مدار، نشان داده شده است که در این مدار مقاومت R متغیر است. مقدار مقاومت R در نقطه A، چند برابر مقدار آن در نقطه B است؟ (ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل هستند)





۱) ۹
۲) ۷/۵
۳) ۴/۵
۴) ۳

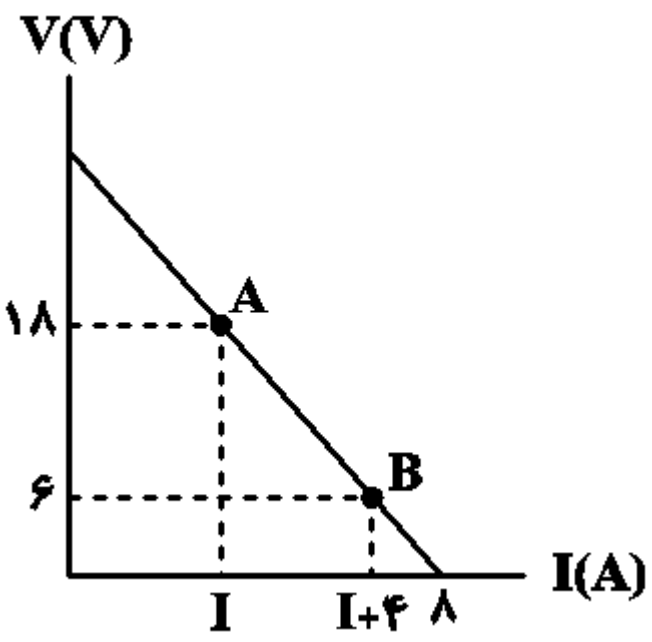
پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا با توجه به نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد برحسب جریان عبوری از آن، مقدار مقاومت درونی مولد که برابر با اندازه شیب نمودار است، می‌یابیم:

$$m = \frac{V_B - V_A}{I_B - I_A} = \frac{۶-۱۸}{I+۴-I} = \frac{-۱۲}{۴} = -۳$$

⇒ اندازه مقاومت داخلی : $r = |m| = ۳\Omega$



حال نیروی محرکه مولد که برابر $\varepsilon = ۸r$ را می‌یابیم:

$$\varepsilon = ۸ \times ۳ = ۲۴V$$

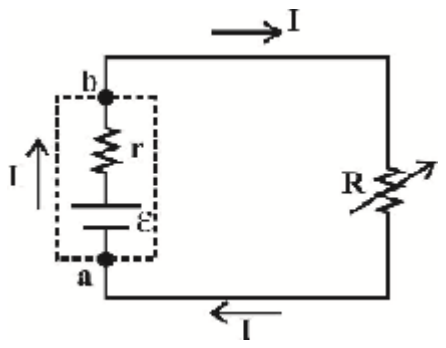
حال با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد که از رابطه $V = \frac{R}{R+r}\varepsilon$ به دست می‌آید، اندازه مقاومت خارجی را در نقاط A و B می‌یابیم:

$$۱۸ = \frac{R_A}{R_A+۳}۲۴ \Rightarrow ۳R_A + ۹ = ۴R_A \Rightarrow R_A = ۹\Omega$$

$$\Rightarrow ۶ = \frac{R_B}{R_B+۳}۲۴ \Rightarrow ۴R_B = R_B + ۳ \Rightarrow R_B = ۱\Omega$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{۹}{۱} = ۹$$

(۱۸) در مدار شکل زیر، با تغییر مقاومت متغیر R مقدار I نیز تغییر می‌کند به گونه‌ای که اگر $I = ۲A$ باشد اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۱۱ ولت و هنگامی که $I = ۵A$ شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۹/۵ ولت می‌شود. حاصل $\frac{\varepsilon}{r}$ چند آمپر است؟



۱) ۲۰/۵
۲) ۱۰/۲۵
۳) ۱۲
۴) ۲۴

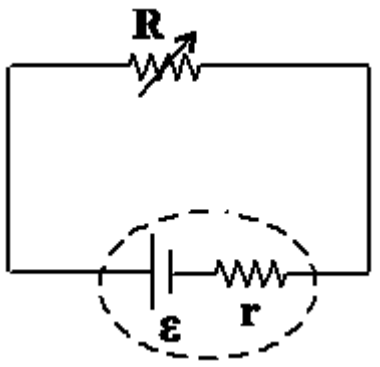
پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم که اختلاف پتانسیل دو سر باتری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_b - V_a = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[I_۱=۲A]{V_b-V_a=۱۱V} ۱۱ = \varepsilon - ۲r \quad (۱) \\ \xrightarrow[I_۲=۵A]{V_b-V_a=۹/۵V} ۹/۵ = \varepsilon - ۵r \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow[(۲)]{(۱)} \begin{cases} \varepsilon = ۱۲V \\ r = ۰/۵\Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = \frac{۱۲}{۰/۵} = ۲۴A$$

⑲ در مدار شکل زیر، هنگامی که مقاومت متغیرR ازΩ۳ به Ω۴ تغییر می‌کند، توان خروجی مولد از W۱۸/۷۵ به W۱۶ می‌رسد. نیروی محرکه مولد و مقاومت درونی آن به‌ترتیب از راست به چپ چند ولت و چند اهم است؟



۱) ۵ و۰/۵
۲) ۲۰ و ۲
۳) ۸ و۰/۲۵
۴) ۱۰ و ۱

پاسخ: گزینه ۴

در این مدار، توان خروجی مولد با توان مصرفی مقاومت برابر است، پس می‌توانیم توان خروجی مولد را از رابطه $P_{خروجی} = RI^2$ حساب کنیم و در آن به جای I مقدار $\frac{\varepsilon}{R+r}$ را قرار دهیم:

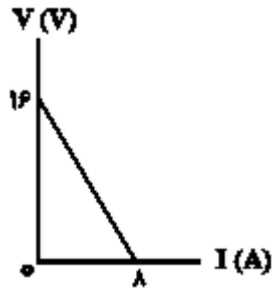
$$P_{خروجی} = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} \Rightarrow \begin{cases} ۱۸/۷۵ = \dfrac{۳\varepsilon^2}{(۳+r)^2} & (۱) \\ ۱۶ = \dfrac{۴\varepsilon^2}{(۴+r)^2} & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{تساویبرهم}]{\text{تقسیم دو طرف}} \frac{۱۸/۷۵}{۱۶} = \frac{۳(۴+r)^2}{۴(۳+r)^2} \Rightarrow \frac{۶/۲۵}{۴} = \frac{(۴+r)^2}{(۳+r)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۲/۵}{۲} = \frac{۴+r}{۳+r} \Rightarrow r = ۱\Omega \xrightarrow{(۲)} ۱۶ = \frac{۴\varepsilon^2}{(۴+۱)^2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon^2 = ۱۰۰ \Rightarrow \varepsilon = ۱۰\,V$$

(۲۰) نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری را برحسب جریان گذرنده از آن نشان می‌دهد. اگر این باتری را به یک مقاومت ۶ اهمی متصل کنیم، توان خروجی باتری چند وات می‌شود؟



۱) ۸

۲) ۱۶

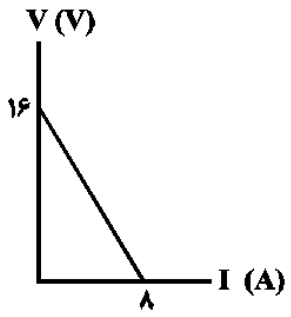
۳) ۲۴

۴) ۳۲

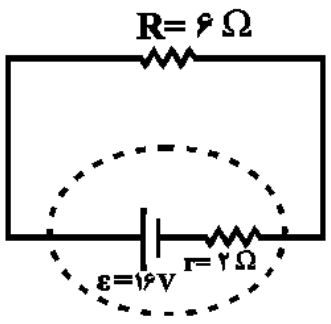
پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که رابطه ولتاژ دو سر باتری $V = \varepsilon - rI$ می‌باشد، در این صورت با استفاده از اطلاعات روی شکل داریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon = 16V \\ I = 8A \Rightarrow \varepsilon - 8r = 0 \Rightarrow r = 2\Omega \end{cases}$$



اگر این باتری را به مقاومت ۶ اهمی ببندیم، جریان عبوری از مدار برابر می‌شود با:



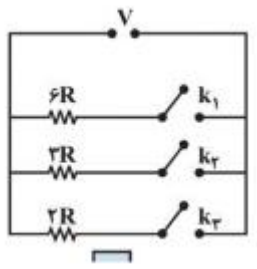
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow[R=6\Omega, r=2\Omega]{\varepsilon=16V} I = \frac{16}{6+2} = 2A$$

در نتیجه توان خروجی از باتری برابر است با:

$$P_{\text{خروجی مولد}} = P_{\text{مصرفی مقاومت}} = \varepsilon I - rI^2 = RI^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{\text{خروجی مولد}} = 6 \times 2^2 = 24W \\ \text{یا} \\ P_{\text{خروجی مولد}} = 16 \times 2 - 2 \times 2^2 = 24W \end{cases}$$

(۲۱) در مدار شکل زیر در ابتدا کلیدها باز هستند، با وصل کردن کلیدها نسبت بیشترین توان مصرفی مدار به کمترین توان مصرفی مدار کدام است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

با توجه به این که اختلاف پتانسیل دوسر مجموعهٔ مقاومت‌ها ثابت است، با توجه به رابطهٔ توان مصرفی $P = \frac{V^2}{R_{eq}}$، بیشینهٔ توان مصرفی مجموعه مربوط به حالتی است که مقاومت معادل کمینه و کم‌ترین توان مصرفی مجموعه مربوط به حالتی است که مقاومت معادل بیشینه باشد.

برای اینکه کمترین مقاومت را داشته باشیم باید همهٔ کلیدها بسته شوند.

$$\frac{1}{R_{eq,min}} = \frac{1}{6R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{2R}$$

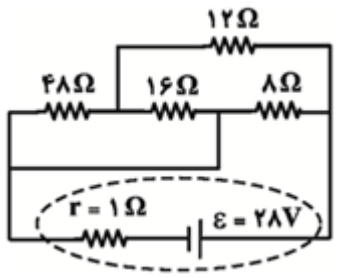
$$\frac{1}{R_{eq,min}} = \frac{1+2+3}{6R} \Rightarrow R_{eq,min} = R$$

برای اینکه بیشترین مقاومت را داشته باشیم باید کلیدهای k_2 و k_3 باز و کلید k_1 بسته شود. $R_{eq,max} = 6R$

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow[\text{یکساناست}]{\text{در هر دو حالت}}$$

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{eq,min}}}{\frac{V^2}{R_{eq,max}}} = \frac{R_{eq,max}}{R_{eq,min}} = \frac{6R}{R} = 6$$

(۲۲) در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۱۶ اهمی چند وات است؟



۱) ۱
۲) ۳
۳) ۹
۴) ۸۱

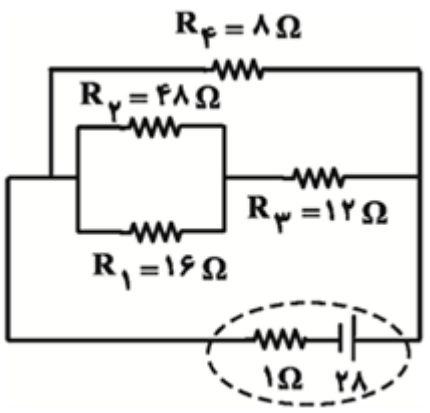
پاسخ: گزینه ۳

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{1,2} = \frac{48\times16}{48+16} = 12\,\Omega$$

$$R_{1,2,3} = 12 + 12 = 24\,\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{24\times8}{24+8} = 6\,\Omega$$



جریان عبوری از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{28}{1+6} = 4\,A$$

جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی برابر است با:

$$V_{1,2,3} = V_T \Rightarrow R_{1,2,3} I_{1,2,3} = R_{eq} I_T$$

$$\Rightarrow 24 I_{1,2,3} = 6\times4 \Rightarrow I_{1,2,3} = 1A \Rightarrow I_{1,2} = 1A$$

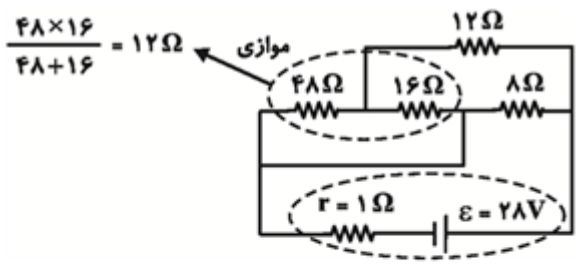
جریان عبوری از مقاومت ۱۶ اهمی برابر است با:

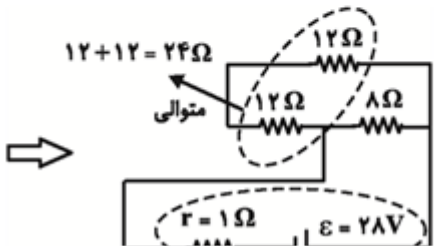
$$V_1 = V_{1,2} \Rightarrow R_1 I_1 = R_{1,2} I_{1,2}$$

$$\Rightarrow 16 I_1 = 12\times1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4}A$$

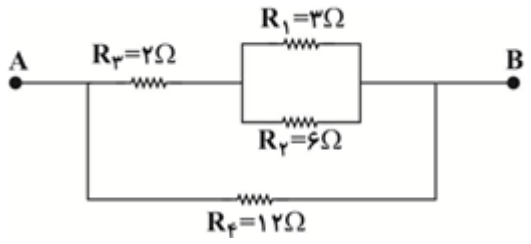
توان مصرفی در مقاومت ۱۶ اهمی برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow P = 16\times\left(\frac{3}{4}\right)^2 = 9\,W$$





(۲۳) شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومت R_1 برابر با ۱۳ وات باشد، توان مصرفی مقاومت R_4 چند وات است؟



۱) ۶/۵
۲) ۱۳
۳) ۲۶
۴) ۳۹

پاسخ: گزینه ۲

جریان عبوری از مقاومت R_2 را برابر I در نظر می‌گیریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow ۳ \times I_1 = ۶ \times I \Rightarrow I_1 = ۲I$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = ۲I + I = ۳I$$

$$\frac{۱}{R_{1,2}} = \frac{۱}{R_1} + \frac{۱}{R_2} \Rightarrow \frac{۱}{R_{1,2}} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} \Rightarrow R_{1,2} = ۲\Omega$$

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = ۲ + ۲ = ۴\Omega$$

جریان کلی که از مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 عبور می‌کند برابر با $I_3 = ۳I$ است و مقاومت معادل مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با مقاومت R_4 موازی است. در نتیجه:

$$V_{1,2,3} = V_4 \Rightarrow R_{1,2,3} I_{1,2,3} = R_4 I_4$$

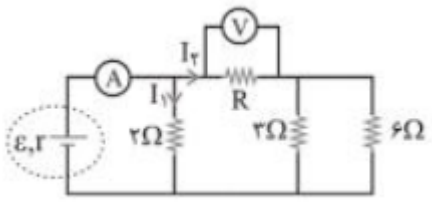
$$\Rightarrow ۴ \times ۳I = ۱۲ \times I_4 \Rightarrow I_4 = I$$

با توجه به رابطه $P = RI^2$، داریم:

$$P_1 = ۳ \times (۲I)^2 = ۱۲I^2 = ۱۳W$$

$$P_4 = ۱۲ \times I^2 = ۱۲I^2 \Rightarrow P_4 = ۱۳W$$

(۲۴) در مدار زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد V۱۰ و آمپرسنج ایده‌آل عدد A۱۵ را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟

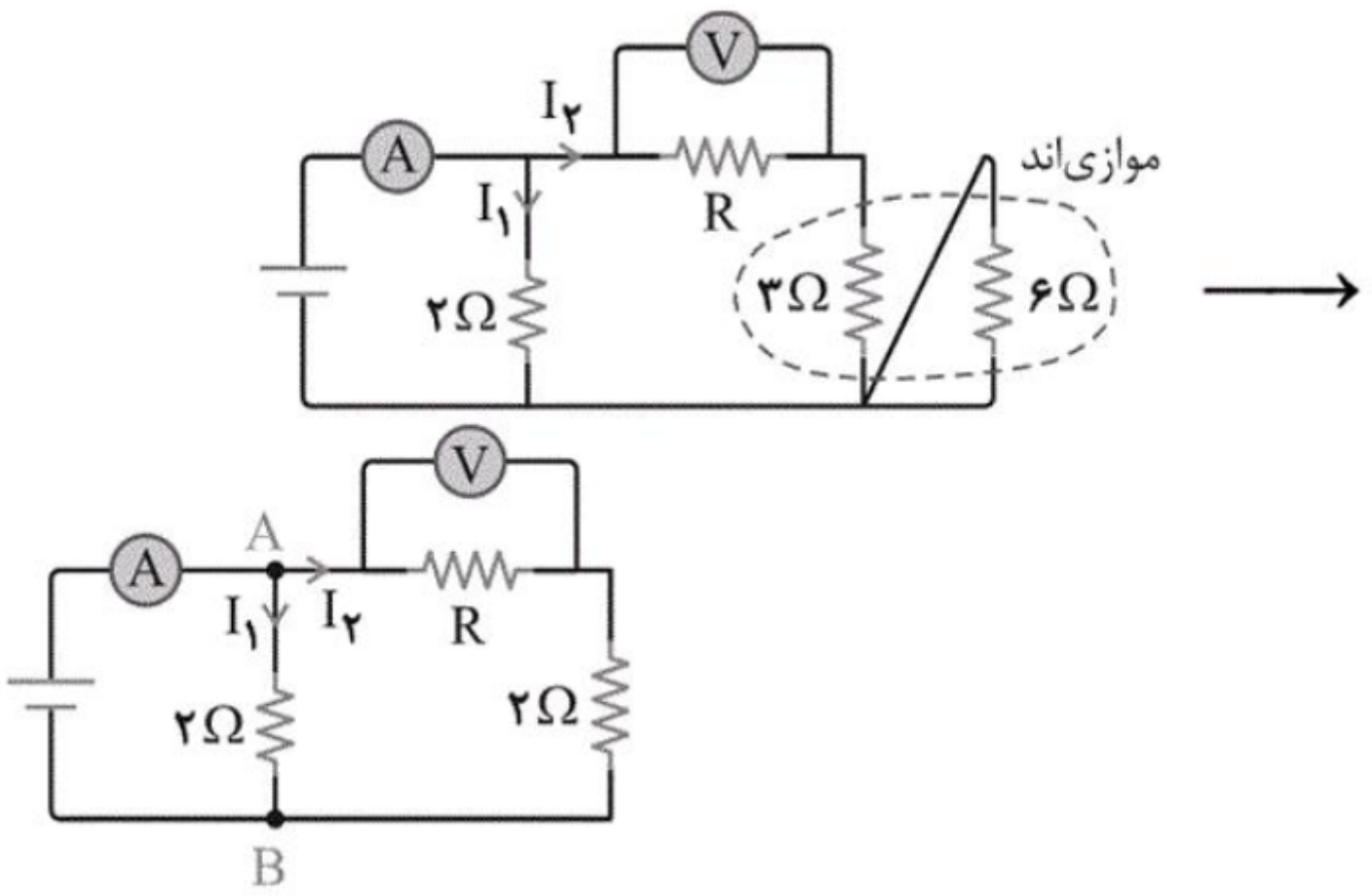


۱) ۲
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱

در ابتدا به‌جای دو مقاومت موازی۶Ω و۳Ω، مقاومت معادل آن‌ها یعنی ۲Ω را قرار می‌دهیم ($R_{۱۲} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} = \frac{۳\times۶}{۹} \Rightarrow R_{۱۲} = ۲\Omega$)

و مدار را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:



از طرفی اختلاف پتانسیلAB را از دو مسیر I_1 و I_2 با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$(۱) \quad V_{AB} = ۲I_۱ = V + ۲I_۲ \xrightarrow{V=۱۰V} ۲I_۱ = ۱۰ + ۲I_۲$$

از طرفی با توجه به شکل می‌توان دریافت که جریان عبوری از آمپرسنج(I) به دو جریان I_1 و I_2 تقسیم شده است، یعنی:

$$(۲) \quad I = I_۱ + I_۲ \xrightarrow{I=۱۵A} I_۱ + I_۲ = ۱۵\,A$$

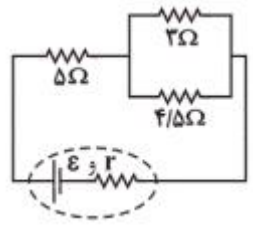
حال با حل دستگاه دو معادله (۱) و (۲) داریم:

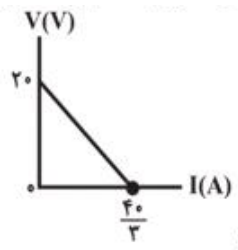
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} ۲I_۱ = ۱۰ + ۲I_۲ \\ I_۱ + I_۲ = ۱۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_۱ = ۱۰A \\ I_۲ = ۵A \end{cases}$$

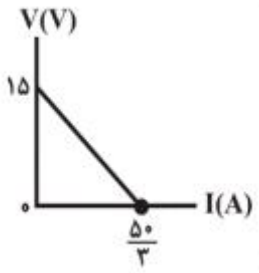
حال برای پیدا کردن مقاومت R داریم:

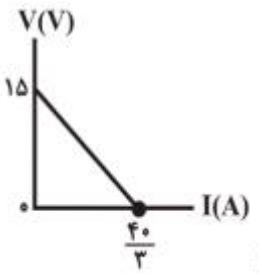
$$V = RI_۲ \xrightarrow[I_۲=۵A]{V=۱۰V} ۱۰ = R\times۵ \Rightarrow R = ۲\Omega$$

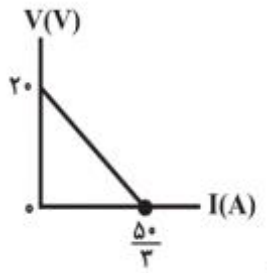
(۲۵) در مدار شکل زیر، از مقاومت ۳ اُهمی در مدت زمان ۶۴s، تعداد ۶×۱۰^{۲۰} الکترون عبور می‌کند. نمودار V - I برای مولد این مدار مطابق با کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C)$



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ابتدا جریان عبوری از مقاومت ۳ اهمی را محاسبه می‌کنیم.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} = \frac{۶\times۱۰^{۲۰}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۶۴} = ۱/۵A$$

از آنجایی که مقاومت ۵/۴ اُهمی با مقاومت ۳ اُهمی موازی است، پس جریان آن برابر است با: $V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱I_۱ = R_۲I_۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$

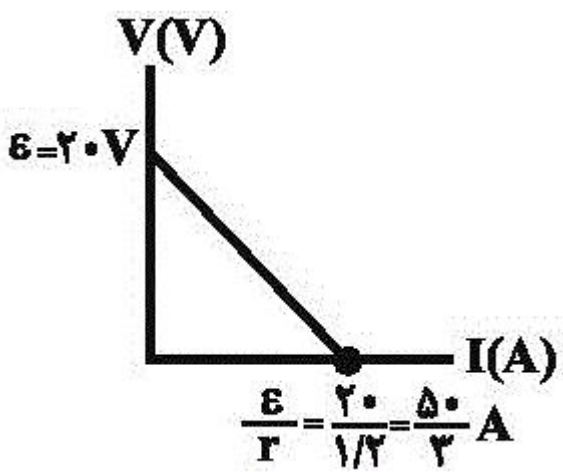
$$\frac{I_۲}{۱/۵} = \frac{۳}{۴/۵} \Rightarrow I_۲ = ۱A \Rightarrow I_. = I_۱ + I_۲ = ۱ + ۱/۵ = ۲/۵A$$

برای محاسبه ε و r خواهیم داشت:

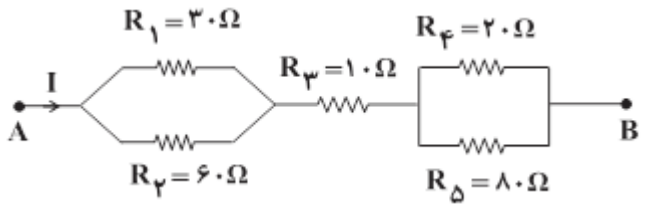
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow ۲/۵ = \frac{\varepsilon}{(۵+\frac{۳\times۴/۵}{۳+۴/۵})+r} \Rightarrow ۲/۵ = \frac{\varepsilon}{۶/۸+r}$$

با توجه به گزینه‌ها، اگر $\varepsilon = ۲۰V$ باشد، $r = ۱/۲\Omega$ خواهد شد.

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow V = ۲۰ - ۱/۲I$$



(۲۶) توان مصرفی یکی از مقاومت‌های نشان داده شده در شکل مقابل نسبت به توان مصرفی بقیه مقاومت‌ها بیش‌تر است. نسبت این توان به کل توان مصرفی بین دو نقطهA وB کدام است؟



۱) $\frac{۲۰}{۶۹}$

۲) $\frac{۷}{۴۶}$

۳) $\frac{۱۰}{۴۶}$

۴) $\frac{۱۰}{۶۹}$

پاسخ: گزینه ۱

جریان کل بینA وB برابر باI است، توان مصرفی (P)تمام مقاومت‌ها را برحسبI می‌نویسیم:

$$P_۱ = R_۱ I_۱^۲ = R_۱ (\frac{R_۲}{R_۱+R_۲} I)^۲ = ۳۰(\frac{۲}{۳} I)^۲ = \frac{۴۰}{۳} I^۲$$

$$P_۲ = R_۲ I_۲^۲ = R_۲ (\frac{R_۱}{R_۱+R_۲} I)^۲ = ۶۰(\frac{۱}{۳} I)^۲ = \frac{۲۰}{۳} I^۲$$

$$P_۳ = R_۳ I^۲ = ۱۰ I^۲$$

$$P_۴ = R_۴ I_۴^۲ = R_۴ (\frac{R_۵}{R_۴+R_۵} I)^۲ = ۲۰(\frac{۴}{۵} I)^۲ = \frac{۶۴}{۵} I^۲$$

$$P_۵ = R_۵ I_۵^۲ = R_۵ (\frac{R_۴}{R_۴+R_۵} I)^۲ = ۸۰(\frac{۱}{۵} I)^۲ = \frac{۱۶}{۵} I^۲$$

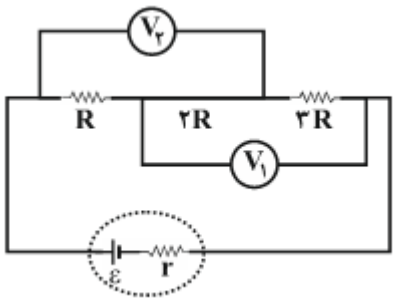
$P_۱$ از بقیه بزرگ‌تر است.

$$R_{eq} = \frac{۳۰\times۶۰}{۳۰+۶۰} + ۱۰ + \frac{۲۰\times۸۰}{۲۰+۸۰} = ۲۰ + ۱۰ + ۱۶ = ۴۶\,\Omega$$

$$P_T = R_{eq} I_T^۲ = ۴۶ I^۲$$

$$\frac{P_۱}{P_T} = \frac{\frac{۴۰}{۳} I^۲}{۴۶ I^۲} = \frac{۲۰}{۶۹}$$

(۲۷) در مدار شکل زیر، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل V_1 نشان می‌دهد، چند برابر عددی است که ولت سنج ایده‌آل V_2 نشان می‌دهد؟



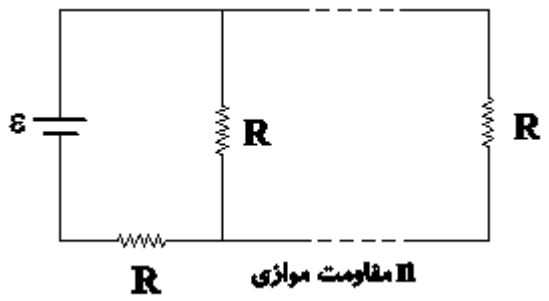
۱) ۱
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۹}{۵}$
۴) به مقدار ε بستگی دارد.

پاسخ: گزینه ۲

به دلیل ایده‌آل بودن ولت‌سنج‌ها و به هم بسته شدن مقاومت‌ها به‌صورت متوالی، ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $۲R$ و $۳R$ را نشان می‌دهد $V_1 = I(۲R + ۳R)$ و ولت‌سنج V_2 اختلاف پتانسل دو سر مقاومت‌های R و $۲R$ را نشان می‌دهد $V_2 = I(R + ۲R)$.
بنابراین داریم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{۵IR}{۳IR} = \frac{۵}{۳}$$

(۲۸) در شکل زیر، آرایه‌ای شامل n مقاومت موازی و یک مقاومت متوالی به یک باتری با مقاومت درونی صفر، بسته شده‌اند، اندازه همه مقاومت‌ها یکسان است. اگر مقاومت یکسانی به طور موازی به انتهای این آرایش افزوده شود، جریان عبوری از باتری به اندازه ۱/۲۵ درصد تغییر می‌کند. n کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۳۲
۳) ۸
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مقاومت معادل مدار در حالت اول برابر است با:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{n} = \frac{(n+1)R}{n}$$

بنابراین جریان عبوری از باتری برابر خواهد بود با:

$$I_n = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{n\varepsilon}{(n+1)R}$$

در حالت دوم مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R'_{eq} = R + \frac{R}{n+1} = \frac{(n+2)}{n+1}R$$

و جریان مدار برابر است با: $I_{n+1} = \frac{(n+1)\varepsilon}{(n+2)R}$

با توجه به اینکه در حالت دوم یک مقاومت موازی اضافه شده است لذا R'_{eq} کاهش پیدا کرده و لذا جریان افزایش پیدا کرده است، لذا داریم:

$$\frac{I_{n+1} - I_n}{I_n} \times 100 = 1/25 \Rightarrow \frac{I_{n+1}}{I_n} - 1 = \frac{1}{80} \Rightarrow \frac{I_{n+1}}{I_n} = \frac{81}{80}$$

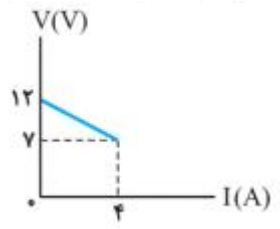
$$\frac{(\frac{n+1}{n+2})\frac{\varepsilon}{R}}{(\frac{n}{n+1})\frac{\varepsilon}{R}} = \frac{81}{80} \Rightarrow \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} = \frac{81}{80}$$

$$\Rightarrow 80(n^2 + 2n + 1) = 81(n^2 + 2n)$$

$$\Rightarrow 80n^2 + 160n + 80 = 81n^2 + 162n$$

$$\Rightarrow n^2 + 2n - 80 = 0 \Rightarrow (n + 10)(n - 8) = 0 \Rightarrow n = 8$$

(۲۹) نمودار تغییرات ولتاژ دو سر مولد برحسب جریانی که از آن می‌گذرد، مطابق شکل است. نیروی محرکه مولد و مقاومت درونی آن به‌ترتیب از راست به چپ برحسب واحدهای SI کدام است؟



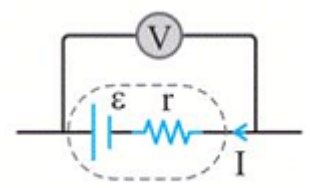
۱) ۷ و۰/۷۵

۲) ۷ و $\frac{۱}{۳}$

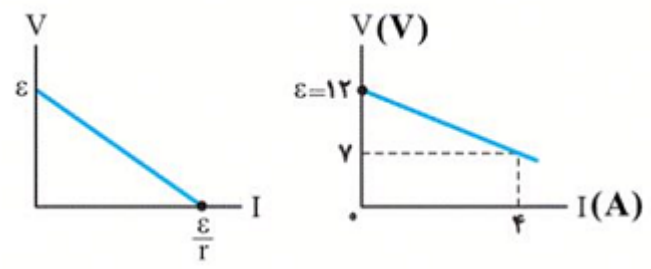
۳) ۱۲ و ۰/۳

۴) ۱۲ و ۱/۲۵

پاسخ: گزینه ۴



طبق رابطه $V = -rI + \varepsilon$ در نمودار ولتاژ دو سر مولد برحسب جریان، محل تلاقی نمودار و محور V برابر نیروی محرکه مولد یعنی ε است، بنابراین داریم:

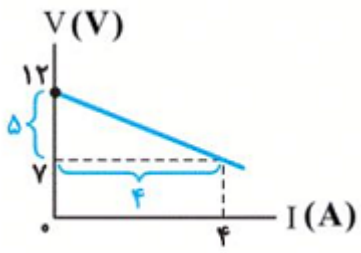


از طرفی با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد داریم:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[I=۴A]{\varepsilon=۱۲V\,,\,V=۷V} ۷ = ۱۲ - ۴r$$

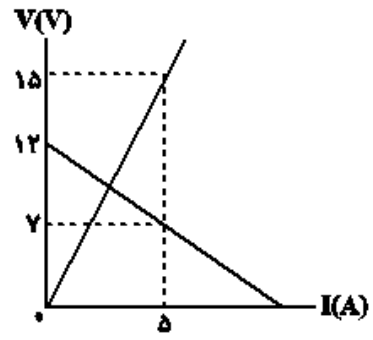
$$\Rightarrow r = ۱/۲۵\,\Omega$$

روش دوم: طبق رابطه $V = -rI + \varepsilon$ قدر مطلق شیب خط در نمودار I-V دو سر مولد برابر r است. به عبارتی داریم:



$$r = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵\,\Omega = |\text{شیب خط}|$$

۳۰ شکل زیر، نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری واقع در مدار الکتریکی ساده و یک مقاومت واقع در مداری دیگر را برحسب جریان عبوری از آن‌ها نشان می‌دهد. در صورتی که این مقاومت به این باتری متصل شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت می‌شود؟



۱) ۴
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

با توجه به رابطه $V = RI$ برای مقاومت، نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان عبوری از آن، خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد.

با توجه به مقادیر داده شده در این خط راست، مقاومت آن‌را طبق رابطه زیر به‌دست می‌آوریم.

$$V = RI \Rightarrow ۱۵ = R \times ۵ \Rightarrow R = ۳\,\Omega$$

همچنین، با توجه به رابطه $V = \varepsilon - rI$ برای باتری، نمودار اختلاف پتانسیل باتری برحسب جریان عبوری از آن، خطی راست با شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است. با توجه به مقادیر داده شده در این خط راست، مقاومت داخلی و نیروی محرکه آن‌را طبق رابطه زیر به‌دست می‌آوریم.

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} ۱۲ = \varepsilon - r \times ۰ \\ ۷ = \varepsilon - r \times ۵ \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = ۱۲\,V \ , \ r = ۱\,\Omega$$

با اتصال این مقاومت به این باتری، جریان الکتریکی در مدار الکتریکی ساده حاصل برابر است:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۱+۳} = ۳A$$

و اختلاف پتانسیل دو سر باتری در این حالت برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow V = ۱۲ - ۱ \times ۳ = ۹V$$