مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **الکتریسیته ساکن - متوسط و دشوار ۲**

مرکز مشاوره تحصیلی
راه روشن

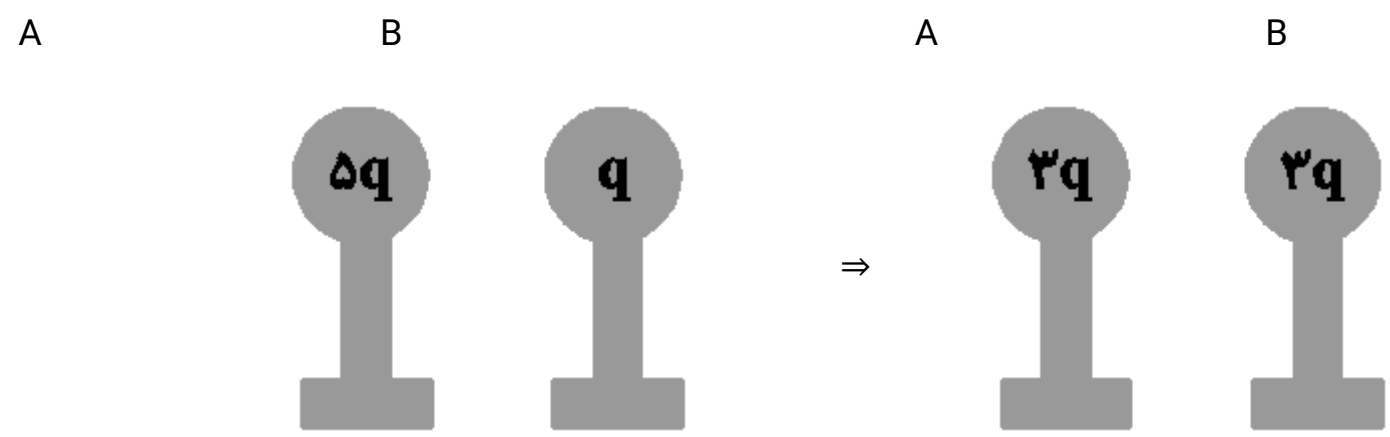
۱) دو کرهٔ رسانای باردار مشابه دارای بارهای q و ۵q هستند. اگر دو کره را با یکدیگر تماس دهیم، در این‌صورت ۹×۱۰^{۱۳} الکترون بین دو کره مبادله می‌شود. اندازهٔ بار هر یک از کره‌ها بعد از تماس چند میکروکولن است؟ ($e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$)

۱) ۷/۲ **۲)** ۱۴/۴
۳) ۲۱/۶ **۴)** ۳۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

فرض کنیم بار کره‌ها مثبت باشد، در این‌صورت الکترون‌ها از کرهٔ دارای بار q به کره دارای بار ۵q منتقل می‌شوند، پس بار کرهٔ q افزایش و اندازه بار کرهٔ ۵q کاهش می‌یابد، تا با هم برابر شوند. در این حالت داریم:



$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{۵q+q}{۲} = ۳q$$

پس تغییر بار هر یک از کره‌ها برابر است با:

$$\Delta q_A = q'_A - q_A = ۳q - ۵q = -۲q$$

این مقدار تغییر بار برابر تعداد الکترون‌های جابه‌جا شده است:

$$\Delta q_A = -ne \Rightarrow -۲q = -۹\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$$
$$\Rightarrow q = ۷/۲\times۱۰^{-۶}\ C = ۷/۲\mu C$$

پس بار کره‌ها بعد از تماس برابر است با: $۳q = ۳\times۷/۲ = ۲۱/۶\mu C$

② اختلاف پتانسیل دو سر یک لامپ ۱۲V و مقاومت آن۱۵Ω است. در مدت زمان ۵ دقیقه، چه تعداد الکترون از هر مقطع سیم این لامپ می‌گذرد؟ ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ و دما، ثابت است.)

۱) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۰}$
۲) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۱}$
۳) $\frac{۲}{۳} \times ۱۰^{۲۰}$
۴) $\frac{۲}{۳} \times ۱۰^{۲۱}$

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه قانون اهم، جریان عبوری از لامپ را می‌یابیم:

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow[R=۱۵\Omega]{V=۱۲V} I = \frac{۱۲}{۱۵} = ۰/۸A$$

حال مقدار بار عبوری از هر مقطع سیم در مدت زمان ۵ دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta q = It \xrightarrow[t=۵\ min=۵\times۶۰=۳۰۰\ s]{I=۰/۸A} \Delta q = ۰/۸ \times ۳۰۰ = ۲۴۰C$$

حال تعداد الکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم:

الکترون $\Delta q = ne \Rightarrow n = \frac{۲۴۰}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۱/۵ \times ۱۰^{۲۱}$

③ به یک جسم رسانای دارای بار مثبت، تعدادی الکترون می‌دهیم. در این حالت، اندازه بار جسم نسبت به حالت اول ۲۵ درصد کاهش یافته و علامت آن نیز تغییر می‌کند. اگر بار نهایی جسم $-۰/۹۶\mu C$ شده باشد، جسم چه تعداد الکترون دریافت کرده است؟ $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C)$

۱) ۲×۱۰^{۱۲}
۲) $۱/۴ \times ۱۰^{۱۳}$
۳) ۴×۱۰^{۱۲}
۴) $۲/۸ \times ۱۰^{۱۳}$

پاسخ: گزینه ۲

اگر بار اولیه جسم را q در نظر بگیریم، بعد از گرفتن الکترون، بار جسم $-\frac{۳}{۴}q$ می‌شود که برابر است با:

$$-\frac{۳}{۴}q = -۰/۹۶\mu C$$

$$\Rightarrow q = ۱/۲۸\mu C$$

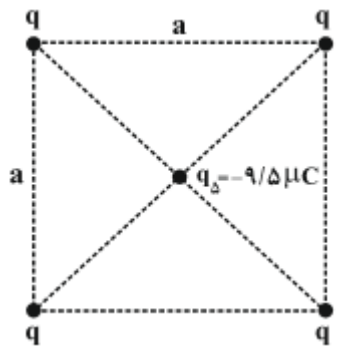
تغییر بار جسم برابر است با:

$$\Delta q = q' - q = -۰/۹۶ - ۱/۲۸ = -۲/۲۴\mu C$$

لذا تعداد الکترون‌هایی که باعث تغییر بار شده‌اند، برابر است با:

الکترون $n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{-۲/۲۴\times۱۰^{-۶}}{-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۱/۴ \times ۱۰^{۱۳}$

④ در شکل مقابل، هر یک از بارهای الکتریکی مشابه q چند میکروکولن باشد تا برایند نیروهای وارد بر هر یک از بارها صفر باشد؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$



۱) ۱۰
۲) -۱۰
۳) ۱۸
۴) -۱۸

پاسخ: گزینه ۱

یکی از بارهای واقع در رئوس مربع را در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. مطابق شکل، باید برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۳}$، $\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ بتواند نیروی $\vec{F}_{۵۳}$ را خنثی کند. بنابراین باید بارهای مشابه q مثبت باشند. در این حالت داریم:

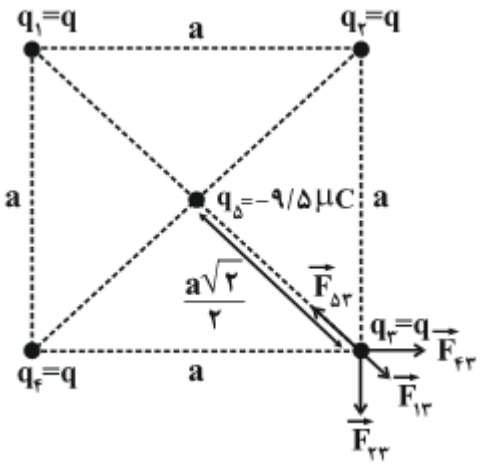
$$\begin{cases} q_۲ = q_۴ \\ r_{۲۳} = r_{۴۳} = a \end{cases} \Rightarrow F_{۴۳} = F_{۲۳} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲} \Rightarrow F_{۴۳} = F_{۲۳} = \frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$F_{۱۳} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲} \xrightarrow{r_{۱۳}=a\sqrt{۲}} F_{۱۳} = \frac{kq^۲}{۲a^۲}$$

اکنون برایند $\vec{F}_{۴۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را حساب می‌کنیم و با $\vec{F}_{۱۳}$ که هم‌جهت با آن است، جمع می‌کنیم.

$$F' = \sqrt{F_{۲۳}^۲ + F_{۴۳}^۲} \xrightarrow{F_{۲۳}=F_{۴۳}} F' = \sqrt{۲}F_{۲۳} \Rightarrow F' = \sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$F'' = F' + F_{۱۳} \Rightarrow F'' = \sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲} + \frac{kq^۲}{۲a^۲} \Rightarrow F'' = \frac{kq^۲}{a^۲}\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right)$$



در آخر "F را مساوی $F_{۵۳}$ قرار می‌دهیم:

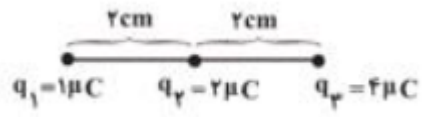
$$F_{۵۳} = F'' \Rightarrow \frac{k|q_۵||q_۳|}{r_{۵۳}^۲} = F''$$

$$\xrightarrow[|q_۳|=q]{r_{۵۳}=\frac{a\sqrt{۲}}{۲}} \frac{k|q_۵|\times q}{\frac{a^۲}{۲}} = \frac{kq^۲}{a^۲}\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow ۲|q_۵| = q\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right) \xrightarrow[\sqrt{۲}=۱/۴]{|q_۵|=۹/۵\mu C} ۲ \times ۹/۵ = q\,(۱/۴ + ۰/۵)$$

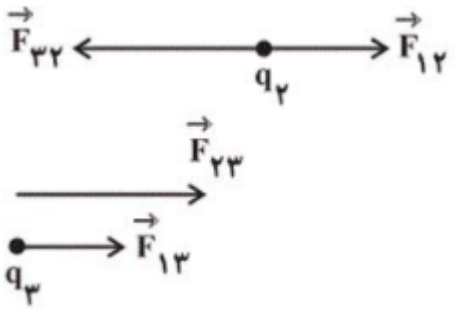
$$\Rightarrow ۱۹ = ۱/۹q \Rightarrow q = ۱۰\mu C$$

⑤ سه بار نقطه‌ای q_1، q_2 و q_3 مطابق شکل زیر بر روی یک خط راست قرار گرفته‌اند. بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 چند برابر بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 است؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{3}{3}$
۳) ۱
۴) ۲

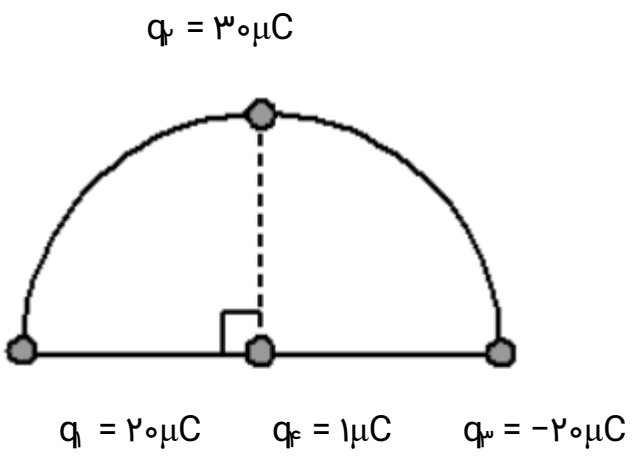
پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{|F_{T(2)}|}{|F_{T(3)}|} = \frac{|F_{32}-F_{12}|}{|F_{23}+F_{13}|} = \frac{\frac{k|q_3|\times|q_2|}{(r_{32})^2} - \frac{k|q_1|\times|q_2|}{(r_{12})^2}}{\frac{k|q_2|\times|q_3|}{(r_{23})^2} + \frac{k|q_1|\times|q_3|}{(r_{13})^2}}$$

$$= \frac{\frac{4\times2}{2^2} - \frac{1\times2}{2^2}}{\frac{2\times4}{2^2} + \frac{1\times4}{4^2}} = \frac{2}{3}$$

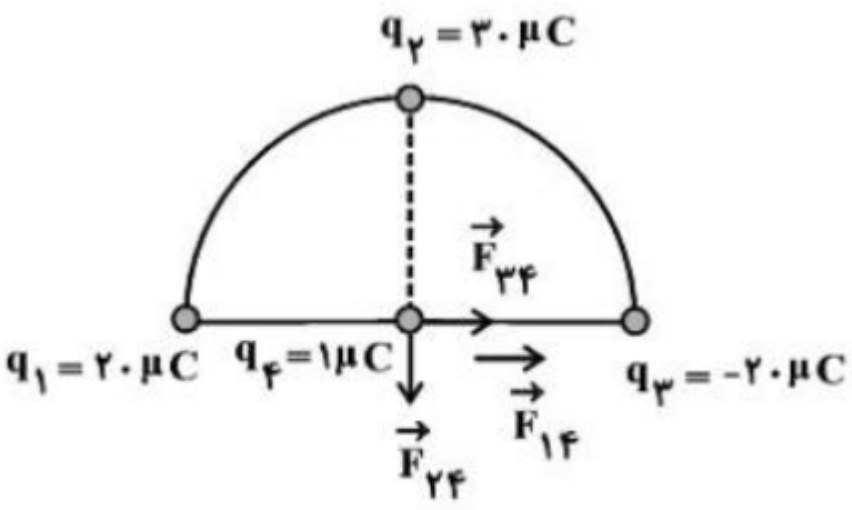
⑥ مطابق شکل زیر، سه ذره باردار در فواصل مساوی روی محیط نیم‌دایره‌ای به شعاع ۳ cm قرار دارند. اگر بار نقطه‌ای $q_4 = +1\mu C$ را در مرکز نیم‌دایره قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 از طرف ۳ بار دیگر چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۳۰۰
۲) ۵۰۰
۳) ۰/۵
۴) ۰/۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»



$$F_{14} = F_{34} = \frac{k|q_1||q_4|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times |20\times10^{-6}||1\times10^{-6}|}{(3\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow F_{34} = F_{14} = \frac{2\times10^{-2}}{10^{-4}} = 200\,N$$

$$F_{24} = \frac{k|q_2||q_4|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times |30\times10^{-6}||1\times10^{-6}|}{(3\times10^{-2})^2} = 300\,N$$

$$F' = F_{14} + F_{34} = 200 + 200 = 400\,N$$

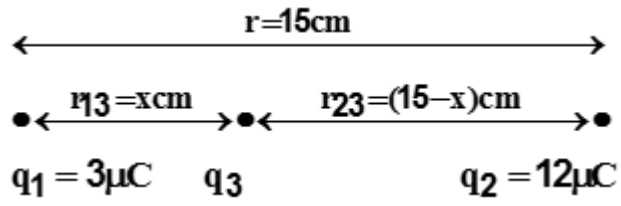
$$F_t = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500\,N$$

(۷) دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 3\mu C$ و $q_2 = 12\mu C$ در فاصله ۱۵cm از هم قرار دارند. بار q_3 چند میکروکولن باشد تا اگر هر سه بار در یک امتداد قرار گیرند، هر سه بار در حال تعادل باشند؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $-\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{4}{27}$ ۴) $-\frac{4}{27}$

پاسخ: گزینه ۲

قدم اول: برای این‌که هر سه ذره در حال تعادل باشند، (باید برایند نیروهای وارد بر هر یک صفر باشد)، بار q_3 باید بین دو بار هم‌نام q_1 و q_2 قرار گیرد و بدیهی است که نزدیکتر به بار با اندازه کوچک‌تر یعنی q_1. حال در ابتدا مکان قرار گرفتن q_3 را می‌یابیم.



$$F_3 = 0 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \xrightarrow[|q_2|=12\mu C]{|q_1|=3\mu C}$$

$$\xrightarrow{\text{بعداز ساده کردن از طرفین جذر میگیریم}} \frac{3}{x^2} = \frac{12}{(15-x)^2}$$

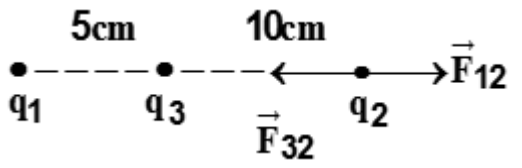
$$\frac{1}{x} = \frac{2}{15-x} \Rightarrow x = 5cm$$

قدم دوم: برای این‌که هر سه ذره در حال تعادل باشند، باید برایند نیروهای وارد بر بار q_1 و q_2 نیز صفر باشد. تعادل بار q_2 را بررسی می‌کنیم. بدیهی است که برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار q_2 باید دو نیروی هم‌اندازه غیرهم‌سو از طرف بارهای q_1 و q_3 به آن وارد شود. چون $q_1 > 0$ است $q_3 < 0$ خواهد بود، داریم:

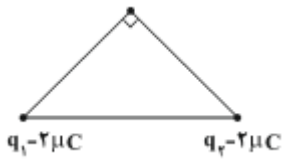
$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_3||q_2|}{r_{32}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{15^2} = \frac{|q_3|}{10^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{4}{3}\mu C$$

$$\xrightarrow{q_3<0} q_3 = -\frac{4}{3}\mu C$$



⑧ مطابق شکل مقابل بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = 2\mu C$ در دو سر وتر یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند. در وسط وتر مثلث بار نقطه‌ای q_3 را قرار می‌دهیم تا برایند میدان‌های الکتریکی در رأس قائمه مثلث صفر شود، بار q_3 چند میکروکولن است؟



۱) $-\sqrt{2}$ **۲)** $2\sqrt{2}$ **۳)** $\sqrt{2}$ **۴)** $-2\sqrt{2}$

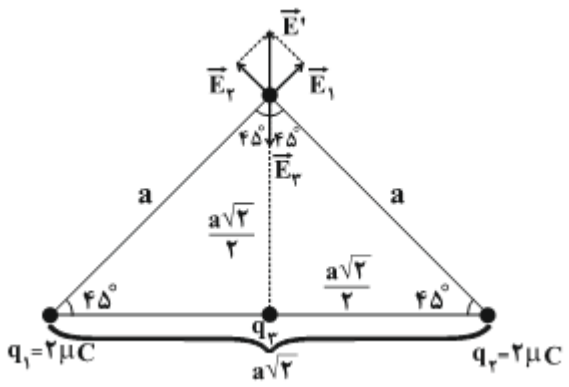
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در رأس قائمه مثلث تعیین می‌کنیم و سپس اندازه برایند میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را برابر با اندازه میدان الکتریکی بار q_3 قرار می‌دهیم. دقت کنید با توجه به شکل، چون بردار $\vec{E}_3$ هم‌راستا و در سوی مخالف برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است، باید بار q_3 منفی باشد.

$$\begin{cases} q_1 = q_2 = 2\mu C \\ r_1 = r_2 = a \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = k\frac{q_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{kq_1}{a^2}$$

برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ که زاویه بین آنها 90° است، برابر است با:

$$E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1 = E_2} E' = E_1\sqrt{2}$$



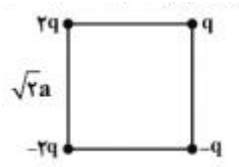
شرط صفر شدن میدان الکتریکی برایند در رأس قائمه مثلث قائم‌الزاویه برابر بودن E_3 و E' است.

$$E_3 = E' \Rightarrow k\frac{|q_3|}{r'^2} = E_1\sqrt{2} \xrightarrow{r' = \frac{a\sqrt{2}}{2}} k\frac{|q_3|}{\frac{a^2}{2}} = k\frac{|q_1|}{a^2} \times \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = |q_1|\frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{q_1 = 2\mu C} |q_3| = 2\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |q_3| = \sqrt{2}\mu C$$

$$\xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -\sqrt{2}\mu C$$

⑨ چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر در رأس‌های یک مربع به ضلع $\sqrt{۲}a$ قرار دارند. بزرگی و جهت میدان الکتریکی برایند در مرکز مربع کدام است؟ $(q > ۰)$



۱) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}\frac{kq}{a^۲}$ و ↓

۲) $۳\sqrt{۲}\frac{kq}{a^۲}$ و ↓

۳) $\frac{۲\sqrt{۲}kq}{a^۲}$ و ↑

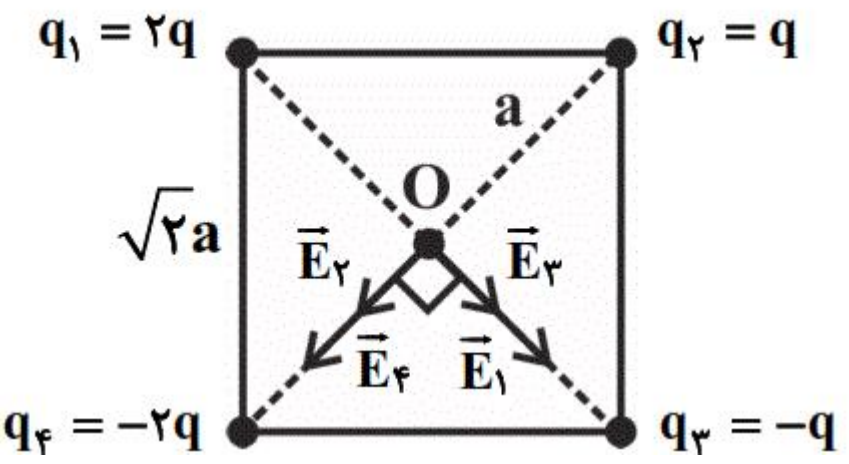
۴) $\frac{\sqrt{۲}kq}{۲a^۲}$ و ↑

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا قطر مربع را محاسبه می‌کنیم و سپس آن را نصف کرده تا فاصله هر بار الکتریکی تا مرکز مربع به‌دست آید. $\sqrt{۲}a \times \sqrt{۲} = ۲a$ =قطر مربع

بنابراین فاصله هر بار تا مرکز مربع برابر با a می‌باشد.

اکنون میدان ناشی از هر بار الکتریکی را در مرکز مربع محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم $E_۱ = E_۴ = k\frac{|۲q|}{a^۲}$ و همچنین داریم: $E_۲ = E_۳ = k\frac{|q|}{a^۲}$ است.



میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ هم جهت‌اند و بنابراین برایند آن‌ها برابر است با:

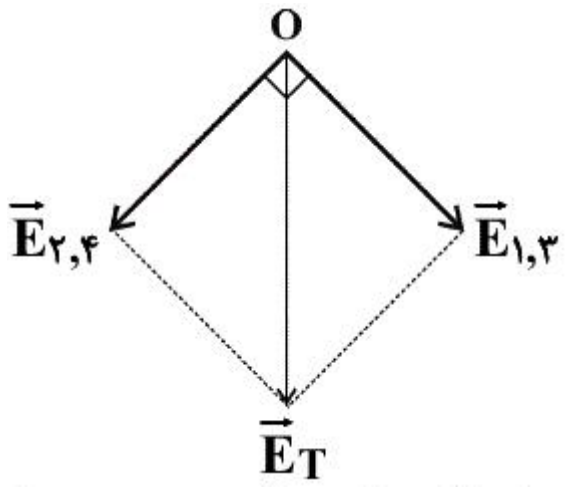
$$E_{۱,۳} = E_۱ + E_۳ = k\frac{۲|q|}{a^۲} + k\frac{|q|}{a^۲} = k\frac{۳|q|}{a^۲}$$

به همین ترتیب میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۲$ و $\vec{E}_۴$ هم‌جهت‌اند و بنابراین برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_{۲,۴} = E_۲ + E_۴ = \frac{k|q|}{a^۲} + \frac{۲k|q|}{a^۲} = \frac{۳k|q|}{a^۲}$$

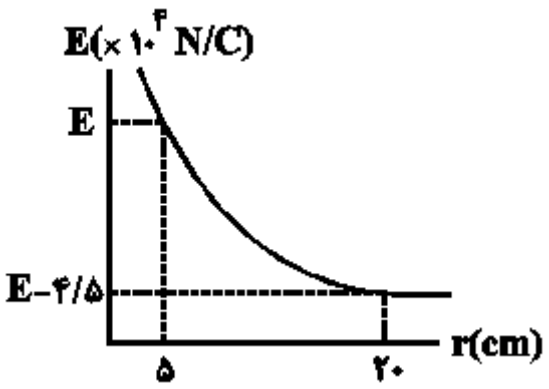
در نهایت میدان برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$E_T = \sqrt{E_{۱,۳}^{۲} + E_{۲,۴}^{۲}} = \sqrt{(\frac{۳kq}{a^۲})^{۲} + (\frac{۳kq}{a^۲})^{۲}} = \frac{۳\sqrt{۲}kq}{a^۲}$$



مطابق شکل جهت میدان الکتریکی برایند به سمت پایین است.

(۱۰) نمودار تغییرات اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. اگر بار $q'_1 = ۱۰mC$ در فاصلهٔ یک متری از این بار قرار گیرد، چه نیرویی برحسب نیوتون به آن وارد می‌شود؟



۱) ۲۴

۲) ۱۱/۲۵

۳) ۱/۶

۴) ۱/۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای، داریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \xrightarrow[E_۲=(E-۴/۵)\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}]{E_۱=E\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}} \frac{(E-۴/۵)\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}}{E\times۱۰^{۴}} = \left(\frac{۵}{۲۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{(E-۴/۵)\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}}{E\times۱۰^{۴}} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow E = ۴/۸ \Rightarrow E = ۴/۸ \times ۱۰^{۴}\frac{N}{C}$$

بار دیگر از رابطهٔ مقایسه‌ای برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان در فاصلهٔ ۱ متری از بار q استفاده می‌کنیم. $\frac{E_۳}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$

$$\Rightarrow \frac{E_۳}{۴/۸\times۱۰^{۴}} = \left(\frac{۵}{۱۰۰}\right)^۲ \Rightarrow E_۳ = ۱۲۰\frac{N}{C}$$

حال با استفاده از رابطهٔ $F = E|q|$، اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q' = ۱۰mc$ را که در فاصلهٔ ۱ متری از بار q به‌دست می‌آوریم:

$$F = E_۳|q'| = ۱۲۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱/۲N$$

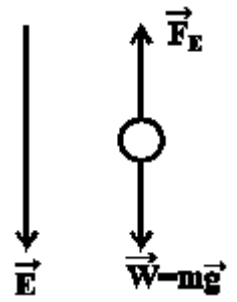
⑪ در یک میدان الکتریکی یکنواخت که راستای آن قائم و به سمت زمین است، ذره‌ای به جرم۲mg و اندازه بار الکتریکی ۰/۴μC، معلق بوده و به حال تعادل قرار دارد. اندازه میدان الکتریکی برحسب $\frac{N}{C}$ و نوع بار الکتریکی ذره کدام است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۰/۰۵ و مثبت　　۲) ۰/۰۵ و منفی　　۳) ۵۰ و مثبت　　۴) ۵۰ و منفی

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

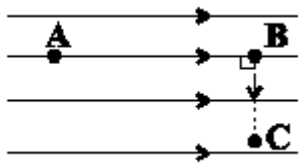
شرط تعادل ذره آن است که نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد. وزن ذره به طرف پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی باید هم‌اندازه وزن ذره و جهت آن رو به بالا باشد. از آنجا که جهت $\vec{E}$ به طرف پایین است، بار ذره باید منفی باشد تا نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان و روبه بالا بر ذره وارد شود. برای محاسبه بزرگی E داریم:



$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|}$$

$$\xrightarrow[|q| = ۰/۴\mu C = ۴\times ۱۰^{-۷} C]{m = ۲mg = ۲\times ۱۰^{-۶} kg} E = \frac{۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰}{۴ \times ۱۰^{-۷}} = ۵۰\frac{N}{C}$$

(۱۲) مطابق شکل ذره‌ای با بار ۰/۵ mC را در مسیر نشان داده شده در میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در جابه‌جایی ۱۲ میلی‌ژول تغییر کند، بزرگی میدان چند $\frac{N}{C}$ است؟ $(\overline{AB} = ۴\,cm, \overline{BC} = ۳\,cm)$



۱) ۶۰۰۰
۲) $\frac{۲۴۰۰}{۷}$
۳) ۶۰۰
۴) ۱۶۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

وقتی باری عمودی بر راستای خطوط میدان جابه‌جا می‌شود چون نیروی الکتریکی وارد بر آن عمود بر راستای جابه‌جایی است بنابراین کار میدان برابر با صفر و انرژی پتانسیل الکتریکی بار تغییر نمی‌کند. با توجه به رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار و کار میدان داریم:

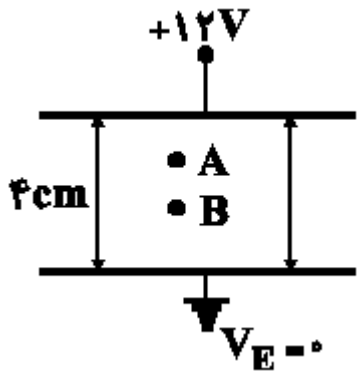
$$\Delta U_{AC} = -(W_{AC}) \xrightarrow[W_{BC}=۰]{W_{AC}=W_{AB}+W_{BC}} \Delta U_{AC} = -W_{AB}$$

چون بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$\xrightarrow[q=۰/۵\ mC=۵\times۱۰^{-۴}\,C\ ,\ d=\overline{AB}=۴\times۱۰^{-۲}\,m]{W_{AB}=Eqd\ ,\ \Delta U=-۱۲\ mJ=-۱۲\times۱۰^{-۳}\,J}$$

$$-۱۲\times۱۰^{-۳} = -۵\times۱۰^{-۴}\times۴\times۱۰^{-۲}\times E \Rightarrow E = ۶۰۰\frac{N}{C}$$

(۱۳) مطابق شکل زیر، در فاصله بین دو صفحه رسانای موازی، اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = +۲\mu C$ را از نقطه B به نقطه A منتقل کنیم، کار نیروی میدان الکتریکی بر روی آن چند میلی‌ژول است؟($\overline{AB} = ۲cm$)



۱) ۱/۲
۲) $-۱/۲$
۳) $۱/۲ \times ۱۰^{-۲}$
۴) $-۱/۲ \times ۱۰^{-۲}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به این‌که میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه موازی، یکنواخت است، می‌توان نوشت:

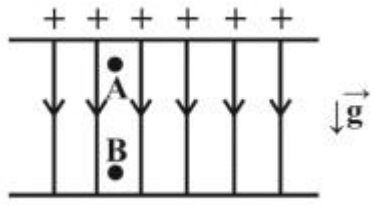
$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow \frac{|\Delta V_{BA}|}{|\Delta V_T|} = \frac{d_{BA}}{d_T}$$
$$\Rightarrow \frac{|\Delta V_{BA}|}{۱۲} = \frac{۲}{۴} \Rightarrow |\Delta V_{BA}| = ۶V$$
$$\Rightarrow \Delta V_{BA} = ۶V$$

چون در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی جابه‌جا شده‌ایم، پتانسیل الکتریکی افزایش یافته است. از نقطه B تا نقطه A تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار و کار انجام شده روی آن برابر است با:

$$W = -\Delta U = -q\Delta V_{BA} = -۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۶$$

$$\Rightarrow W = -۱/۲ \times ۱۰^{-۵} J = -۱/۲ \times ۱۰^{-۲} mJ$$

(۱۴) مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q = -۳۲\mu C$ و جرم ۱/۶g، در نقطه A با تندی $۱\frac{m}{s}$ در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۳۰۰۰\frac{N}{C}$، پرتاب شده و در نقطه B متوقف می‌شود. فاصله میان نقطه A و B بر حسب میلی‌متر کدام است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۱۰
۲) ۱۰۰
۳) ۰/۰۱
۴) ۰/۱

پاسخ: گزینه ۱

از آنجایی که بار منفی در جهت خطوط میدان پرتاب می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت حرکت و با توجه به شکل نیروی وزن در جهت حرکت است.

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = K_B - K_A$$

از آنجایی که ذره متوقف می‌شود، انرژی جنبشی نهایی آن صفر است؛ بنابراین:

$$W_E + W_{mg} = -K_۱ \Rightarrow |q|Ed\cos ۱۸۰^\circ + mgd\cos ۰^\circ = -\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow ۳۲\times ۱۰^{-۶}\times ۳۰۰۰\times d\times(-۱) + ۱/۶\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰\times d = -\frac{۱}{۲}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۳}\times ۱^۲$$

$$\Rightarrow d = ۰/۰۱m \Rightarrow d = ۱۰mm$$

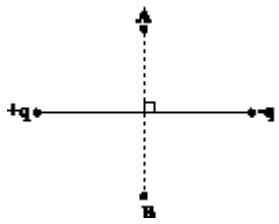
(۱۵) تحت کدام یک از شرایط زیر، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در یک جابه‌جایی معین در میدان الکتریکی $\vec{E}$، برابر با قرینه کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی در همان جابه‌جایی است؟

۱) فقط میدان یکنواخت و جابه‌جایی در راستای خطوط میدان
۲) فقط میدان یکنواخت و هر جابه‌جایی دلخواه در خطوط میدان
۳) برای هر میدان الکتریکی و هر جابه‌جایی دلخواه در خطوط میدان
۴) برای هر میدان الکتریکی و جابه‌جایی فقط در راستای خطوط میدان

پاسخ: گزینه ۳

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص همواره برابر با قرینه کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی در همان جابه‌جایی است که این رابطه برای هر میدان الکتریکی و هر جابه‌جایی دلخواه در حالت کلی برقرار است.

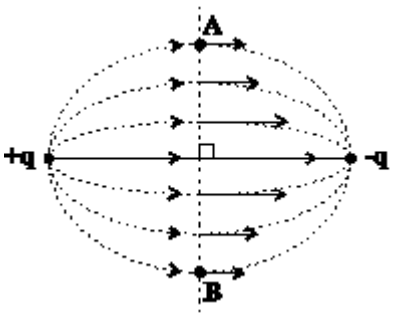
(۱۶) مطابق شکل زیر، بار نقطه‌ای $q_0 > 0$ را بر روی عمودمنصف خط واصل دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهم‌نام، از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کنیم. کار نیروی الکتریکی وارد بر بار نقطه‌ای q_0 در این جابه‌جایی چگونه است؟



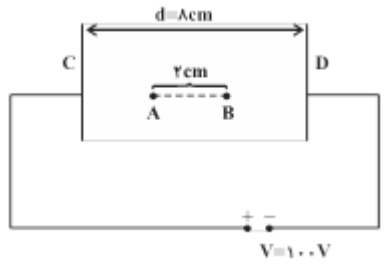
۱) مثبت
۲) منفی
۳) صفر
۴) ابتدا مثبت و سپس منفی

پاسخ: گزینه ۳

چون دو بار هم‌اندازه هستند، خط‌های میدان الکتریکی در اطراف آن‌ها متقارن خواهند بود. با توجه به این‌که در هر نقطه از فضا، بردار میدان الکتریکی مماس بر خط‌های میدان در آن نقطه و هم‌جهت با آن‌ها است، در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر $q_0 > 0$ در هر نقطه، عمود بر بردار جابه‌جایی آن از A تا B بوده و بنابراین کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی همواره برابر با صفر است.



(۱۷) در شکل مقابل گلوله‌ای با بار الکتریکی $q = ۱\mu C$ و جرم ۲ میلی‌گرم از نقطهٔ A رها می‌شود. تندی این گلوله هنگامی که به نقطهٔ B می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی وزن وارد بر گلوله و نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)



۱) ۲۵
۲) ۲۵×۱۰^{۳}
۳) ۵
۴) ۵×۱۰^{۳}

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی یکنواخت $E = \frac{\Delta V}{d}$، می‌توان اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B را به‌دست آورد:

$$\Delta V = Ed$$

$$\xrightarrow[\text{ثابت است}]{\text{E یکنواخت و}} \frac{\Delta V_{AB}}{\Delta V_{CD}} = \frac{d_{AB}}{d_{CD}} \xrightarrow{\Delta V_{CD} = -۱۰۰V} \frac{\Delta V_{AB}}{-۱۰۰} = \frac{۲}{۸}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB} = \frac{۱}{۴} \times (-۱۰۰) = -۲۵\ V$$

از طرفی طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{میدان}} = K_B - K_A$$

$$\Rightarrow -\Delta U_{AB} = K_B$$

$$\xrightarrow{\Delta V_{AB} = \frac{\Delta U_{AB}}{q}} -\Delta V_{AB} \cdot q = \frac{۱}{۲} m v_B^{۲}$$

$$\Rightarrow -(-۲۵) \times ۱ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times v_B^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲۵ \times ۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۶} \times v_B^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲۵ = v_B^{۲} \Rightarrow |v_B| = ۵\ \frac{m}{s}$$

(۱۸) در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۱۰^{۵}\frac{N}{C}$، ذره بارداری در جهت خط‌های میدان از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره در نقاط A و B به‌ترتیب برابر با ۰/۴mJ و ۰/۶mJ و فاصله A تا B برابر با ۲۰cm باشد، بار الکتریکی این ذره بر حسب میکروکولن کدام است؟

۱) +۰/۰۱ ۲) -۰/۰۱ ۳) +۱۰۰ ۴) -۱۰۰

پاسخ: گزینه ۲

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار برابر با قرینه کار نیروی میدان الکتریکی بر روی آن است، ($\Delta U = -W_E$) چون انرژی پتانسیل الکتریکی ذره افزایش پیدا کرده است و ذره در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده، نتیجه می‌گیریم بار ذره منفی بوده است، که در این حالت نیروی وارد بر ذره و جابه‌جایی در خلاف جهت یکدیگرند:

$$\Delta U = -|q|Ed\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=۱۸۰^\circ,\ \Delta U=۰/۶\times۱۰^{-۳}-۰/۴\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}J]{E=۱۰^{۵}\frac{N}{C},\ d=۲۰cm=۰/۲m}$$

$$۰/۲\times۱۰^{-۳} = -|q|\times۱۰^{۵}\times۰/۲\times(-۱) \Rightarrow$$

$$|q| = ۱۰^{-۸}C = ۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۶}C = ۱۰^{-۲}\mu C$$

$$\xrightarrow{q<۰} q = -۱۰^{-۲}\mu C = -۰/۰۱\mu C$$

(۱۹) ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۲mC$ و جرم $m = ۲mg$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $V_A = ۳۰V$ با تندی اولیه $v_۰ = ۴۰۰\frac{m}{s}$ در راستای خطوط میدان الکتریکی پرتاب می‌شود. اگر در نقطه B جهت حرکت ذره عوض شود V_B برابر با چند ولت است؟ (از تاثیر نیروی گرانش بر ذره صرف نظر کنید.)

۱) -۵۰ ۲) -۸۰ ۳) -۳۰ ۴) ۱۱۰

پاسخ: گزینه ۱

مطابق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برایند نیروهای وارد بر ذره، برابر با تغییر انرژی جنبشی ذره باردار است، چون تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی ناشی از میدان الکتریکی است، داریم:

$$W_t = W_E = \Delta K\ (۱),\ W_E = -\Delta U = -q\Delta V\ (۲)$$

$$\Delta K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_۰^{۲}\ (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow -q\Delta V = \frac{۱}{۲}mv^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_۰^{۲}$$

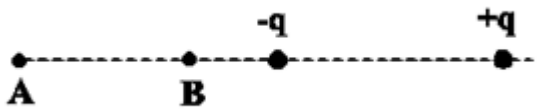
$$\xrightarrow[m=۲mg=۲\times۱۰^{-۶}Kg]{q=-۲mC=-۲\times۱۰^{-۳}C\ ,\ v_۰=۴۰۰\frac{m}{s}}$$

$$-\left(-۲\times۱۰^{-۳}\right)\times\Delta V = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۶}\times\left(۰-۴۰۰^{۲}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta V = -\frac{۱۶\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۳}} = -\frac{۱۶۰}{۲} = -۸۰V$$

$$\xrightarrow[V_A=۳۰V]{\Delta V=V_B-V_A} V_B - ۳۰ = -۸۰ \Rightarrow V_B = -۵۰V$$

۲۰) مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای ناهم‌نام اما هم‌اندازه در فاصلهd از هم قرار دارند. با حرکت از نقطهA به سمت نقطهB در امتداد خط واصل دو بار، پتانسیل الکتریکی نقاط چگونه تغییر می‌کند؟

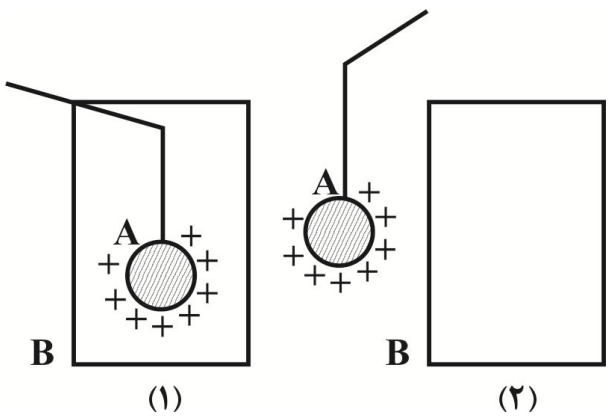


۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) ثابت می‌ماند.
۴) با توجه به شرایط، هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

پاسخ: گزینه ۲

میدان الکتریکی بین دو نقطهA وB، در راستای خط واصل دو نقطهA وB و به سمت راست است. با حرکت از نقطهA به سمت نقطهB در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا خواهیم شد و این به معنی کاهش پتانسیل نقاط ضمن حرکت از نقطهA به سمت نقطهB است.

۲۱) در شکل (۱) گلوله فلزی باردار A به جداره داخلی ظرف فلزی در بسته و در شکل (۲) همان گلوله فلزی باردار A به جداره خارجی ظرف فلزی در بسته تماس داده می‌شود. در مقایسه اندازه بار ظرف در شکل‌های (۱) و (۲) پس از تماس به‌ترتیب کدام گزینه صحیح است؟ (هر دو ظرف در ابتدا خنثی هستند.)



۱) $q_1 = q_2 \neq 0$
۲) $q_1 > q_2$
۳) $q_2 > q_1$
۴) $q_1 = q_2 = 0$

پاسخ: گزینه ۲

در هر دو حالت پس از تماس، کره فلزی و ظرف فلزی یک جسم می‌شوند و بار به سطح خارجی این جسم می‌رود.

در شکل (۱) پس از تماس بار کره صفر و کل بار آن به سطح خارجی ظرف می‌رود.

در شکل (۲)، پس از تماس مقداری بار روی کره باقی می‌ماند و بقیه بار به سطح خارجی ظرف B می‌رود، پس اندازه بار ظرف در شکل (۱) بیشتر از اندازه بار ظرف در شکل (۲) است.

(۲۲) اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $۴\mu F$ را ۱/۵ برابر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن نسبت به حالت قبل $۱۰۰۰\mu J$ افزایش می‌یابد. در این‌صورت، بار الکتریکی ذخیره شده در این خازن نسبت به حالت قبل چند میکروکولن افزایش یافته است؟ (در اثر افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی، پدیدهٔ فروشکست رخ نمی‌دهد.)

۱) $۴۰\sqrt{۵}$ ۲) $۲۰\sqrt{۲}$ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن، خواهیم داشت:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲$$

$$\Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^۲ = (۱/۵)^۲ = ۲/۲۵ \Rightarrow U_۲ = ۲/۲۵U_۱$$

$$U_۲ - U_۱ = ۱۰۰۰ \Rightarrow ۲/۲۵U_۱ - U_۱ = ۱۰۰۰ \Rightarrow ۱/۲۵U_۱ = ۱۰۰۰$$

$$U_۲ = ۱۸۰۰\mu J \text{ و} \Rightarrow U_۱ = ۸۰۰\mu J$$

$$U_۱ = \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ \Rightarrow ۸۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times V_۱^۲$$

$$V_۲ = ۱/۵V_۱ = ۳۰V \quad \text{و} \Rightarrow V_۱ = ۲۰V$$

$$Q_۲ - Q_۱ = CV_۲ - CV_۱ = C(V_۲ - V_۱)$$
$$\Rightarrow \Delta Q = ۴ \times (۳۰ - ۲۰) = ۴۰\mu C$$

(۲۳) خازن تختی را به یک باتری با اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم. در این حالت ظرفیت خازن C است. اگر این خازن را از باتری جدا کرده و به باتری دیگری با اختلاف پتانسیل ۳V وصل کنیم، ظرفیت خازن در این حالت کدام است؟ (پدیده فروشکست الکتریکی رخ نمی‌دهد.)

۱) ۲C ۲) ۳C ۳) C ۴) $\frac{۱}{۳}$C

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

مقدار ظرفیت خازن فقط به عوامل ساختمانی خازن بستگی دارد. برای مثال ظرفیت خازن تخت با دی‌الکتریک از رابطه $C = \frac{\kappa\varepsilon_۰ A}{d}$ به دست می‌آید و بنابراین با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار آن، تغییری نمی‌کند.

(۲۴) بار الکتریکی ذخیره شده در یک خازن برابر با $۴\mu C$ است. اگر بار خازن ۵۰ درصد افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در آن $۱۰\mu J$ افزایش می‌یابد. ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟ (پدیدهٔ فروریزش رخ نمی‌دهد.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

بار اولیه خازن $Q_۱ = ۴\mu C$ است. وقتی ۵۰ درصد به بار خازن اضافه شود، بار آن برابر با $Q_۲ = ۴ + \frac{۵۰}{۱۰۰} \times ۴ = ۶\mu C$ می‌شود. بنابراین با توجه به این‌که در این حالت انرژی خازن $۱۰\mu J$ اضافه شده است، با استفاده از رابطه $U = \frac{Q^۲}{۲C}$، ظرفیت خازن را تعیین می‌کنیم:

$$U_۲ = U_۱ + ۱۰ \xrightarrow{U=\frac{Q^۲}{۲C}} \frac{Q_۲^۲}{۲C} = \frac{Q_۱^۲}{۲C} + ۱۰$$

$$\xrightarrow[Q_۲=۶\mu C]{Q_۱=۴\mu C} \Rightarrow \frac{۳۶}{۲C} = \frac{۱۶}{۲C} + ۱۰ \Rightarrow \frac{۳۶-۱۶}{۲C} = ۱۰$$

$$۲۰ = ۲۰C \Rightarrow C = ۱\mu F$$

(۲۵) اگر صفحات یک خازن تخت شارژ شده را که بین صفحات آن هوا وجود دارد و از مولد جدا شده است، به یکدیگر نزدیک کنیم، به‌ترتیب از راست به چپ، ظرفیت خازن و انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش، افزایش ۲) کاهش، کاهش
۳) افزایش، کاهش ۴) کاهش، افزایش

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با کاهش فاصله بین صفحات یک خازن تخت، طبق رابطه $C = \kappa\varepsilon_۰ \frac{A}{d}$، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. از طرفی چون خازن از مولد جدا شده است، بنابراین بار ذخیره شده بر روی خازن ثابت است و طبق رابطه $U = \frac{Q^۲}{۲C}$، انرژی خازن نیز کاهش می‌یابد.

(۲۶) خازنی مسطح و باردار که از مولد جدا شده است دارای ظرفیت $۶\mu F$ است. اگر $-۶\,mC$ بار الکتریکی را از صفحه منفی خازن جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $۹\,J$ کاهش می‌یابد. بار اولیه خازن چند میلی‌کولن بوده است؟ (با جابه‌جا کردن بارها، علامت بار صفحات خازن تغییر نمی‌کند.)

۱) ۶ ۲) ۶×۱۰^{-۳} ۳) ۱۲ ۴) ۱۲×۱۰^{-۳}

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این‌که بار منفی از صفحه منفی جدا کرده‌ایم و به صفحه مثبت اضافه کرده‌ایم، بار الکتریکی خازن به اندازه $۶\,mC$ کاهش می‌یابد. طبق رابطه انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن و با توجه به ثابت بودن ظرفیت آن داریم:

$$U = \frac{Q^۲}{۲C} \Rightarrow U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲C}(Q_۲^۲ - Q_۱^۲)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{۱}{۲C}(Q_۲ - Q_۱)(Q_۲ + Q_۱) \xrightarrow[Q_۲=Q_۱-۶(mC)]{\Delta U=-۹\,J}$$

$$-۹ = \frac{۱}{۲\times۶\times۱۰^{-۶}}(Q_۱ - ۶ - Q_۱)\times۱۰^{-۳}\times(Q_۱ - ۶ + Q_۱)\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow -۹ = \frac{-۶\times۱۰^{-۶}}{۲\times۶\times۱۰^{-۶}}(۲Q_۱ - ۶) \Rightarrow Q_۱ = ۱۲\,mC$$

(۲۷) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن برابر E است. اگر ۲۰ درصد از اندازه بار کاسته شود و فاصله از بار q به اندازه ۲۵ درصد افزایش یابد، بزرگی میدان الکتریکی در حالت جدید چند برابر E می‌گردد؟

۱) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$ ۲) $\frac{۱۲۵}{۶۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه«۱»

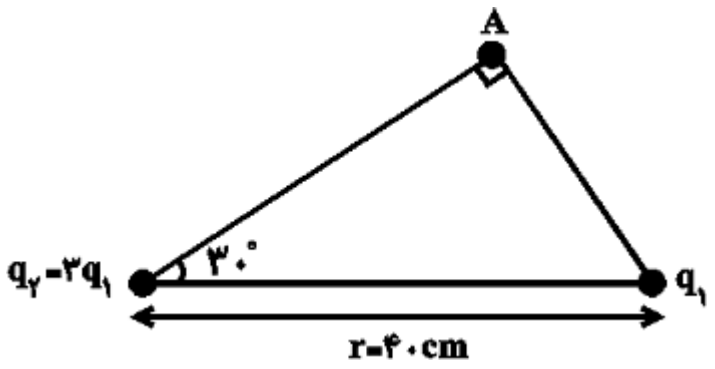
با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی نقطه‌ای، داریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} \times \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$$

$$\xrightarrow[r_۲=۱/۲۵r_۱]{q_۲=۰/۸q_۱} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۰/۸}{۱} \times \left(\frac{۱}{۱/۲۵}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۶۴}{۱۲۵}$$

(۲۸) اگر در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی برایند ناشی از بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ A برابر با $۹۰۰\sqrt{۲}$ نیوتون بر کولن باشد، اندازهٔ بار q_1 چند نانوکولن است؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲}$)



۱) ۴

۲) ۸

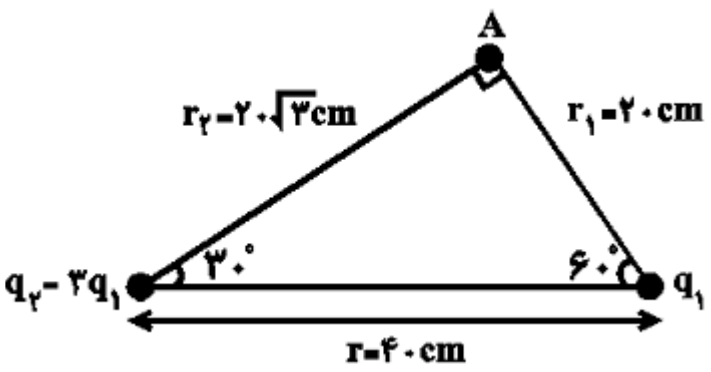
۳) ۱۲

۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

اگر فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ A را با r_1 و فاصلهٔ بار q_2 از نقطهٔ A را با نشان دهیم، داریم:



$$\sin ۳۰^\circ = \frac{r_۱}{r} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{r_۱}{۴۰} \Rightarrow r_۱ = ۲۰\text{cm}$$

$$\sin ۶۰^\circ = \frac{r_۲}{r} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{r_۲}{۴۰} \Rightarrow r_۲ = ۲۰\sqrt{۳}\text{cm}$$

با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای میدان الکتریکی حاصل از دو ذرهٔ باردار الکتریکی q_1 و q_2 در نقطهٔ A، داریم:

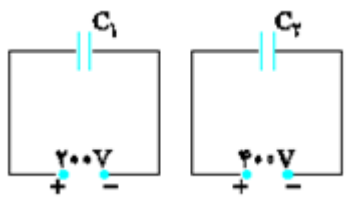
$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = ۳\times\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^۲ = ۱$$
$$\Rightarrow E_۱ = E_۲$$

با توجه به عمود بودن دو میدان الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در نقطهٔ A، میدان الکتریکی برایند در این نقطه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E_A = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} \xrightarrow{E_۱=E_۲} E_A = \sqrt{۲}E_۱ = ۹۰۰\sqrt{۲}$$
$$\Rightarrow E_۱ = ۹۰۰\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}} ۹۰۰ = \frac{(۹\times۱۰^{۹})\times|q_۱|}{۴\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow |q_۱| = ۴\text{nC}$$

(۲۹) در مدارهای زیر، انرژی خازن C_1، ۲۰ درصد انرژی خازن C_2 است. $\frac{C_2}{C_1}$ چقدر است؟



۱) $\frac{5}{8}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{5}{4}$
۴) $\frac{8}{5}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2}CV^2$ و با توجه به این‌که $V_1 = 200\,V$، $V_2 = 400\,V$ و $U_1 = \frac{20}{100}U_2$ است، به‌صورت زیر نسبت $\frac{C_2}{C_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$U_1 = \frac{20}{100}U_2 \xrightarrow{U=\frac{1}{2}CV^2} \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}C_2V_2^2$$

$$\Rightarrow C_1 \times 400 = \frac{1}{5} \times C_2 \times 1600 \Rightarrow C_1 = \frac{4}{5}C_2 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{5}{4}$$

روش دوم:

$$U_1 = \frac{2}{10}U_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 5$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow[V_1=200V]{V_2=400V}$$

$$5 = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{400}{200}\right)^2 \Rightarrow 5 = \frac{C_2}{C_1} \times 4 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{5}{4}$$

(۳۰) دو سر خازنی را که دی‌الکتریک آن هوا است به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم و انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن U می‌شود. اگر در حالتی که به باتری وصل است فاصله بین دو صفحه را ۲ برابر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن U′ می‌شود. ولی اگر همان خازن اولیه را از باتری جدا کرده و سپس فاصله بین دو صفحه را ۲ برابر کنیم، انرژی آن U″ می‌شود. حاصل $\frac{U''}{U'}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مسئله را در حالت کلی که فاصله بین صفحات n برابر شود حل می‌کنیم. در حالتی که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ثابت است. از رابطه‌های $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$ و $C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ و با توجه به ثابت بودن مقادیر V، κ، $\varepsilon_۰$ و A داریم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{nd} = \frac{۱}{n} \Rightarrow U' = \frac{۱}{n}U \qquad (۱)$$

با جدا کردن خازن از باتری، بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند، از رابطه‌های $U = \frac{Q^۲}{۲C}$ و $C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ و با توجه به ثابت بودن Q، κ، A، $\varepsilon_۰$ داریم:

$$\frac{U''}{U} = \frac{C}{C''} = \frac{d''}{d} = \frac{nd}{d} = n \Rightarrow U'' = nU \qquad (۲)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{U''}{U'} = \frac{nU}{\frac{۱}{n}U} = n^۲ \xrightarrow{n=۲} \frac{U''}{U'} = ۴$$