مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **الکتریسیته ساکن - دشوار**

مرکز مشاوره تحصیلی
راه روشن

۱ اگر میله نارسانایی را بعد از مالش با پارچه پشمی به الکتروسکوپی که دارای بار منفی است، نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند. با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جنس این میله و علامت بار ایجاد شده در آن کدام است؟

جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)
شیشه
پشم
ابریشم
پلاستیک

جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)
شیشه پشم ابریشم پلاستیک

۱) شیشه‌ای – منفی
۲) شیشه‌ای – مثبت
۳) پلاستیکی – منفی
۴) پلاستیکی – مثبت

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به منفی بودن بار الکتروسکوپ و ورقه‌های آن، قطعاً بار میله مثبت بوده که با جذب و کشیدن الکترون‌ها به سمت خود، تراکم الکترون روی ورقه‌ها و در نتیجه نیروی دافعه بین ورقه‌ها کم و به هم نزدیک می‌شوند. از طرفی در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبو الکتریک)، اگر دو جسم را به هم مالش دهیم، آن جسمی که در جدول بالاتر است بار مثبت و آنکه پایین‌تر است به خود بار منفی می‌گیرد که در اینجا شیشه بالاتر از پارچه پشمی است، پس میله شیشه‌ای دارای بار مثبت می‌شود.

(۲) چند مورد از گزینه‌های زیر در الکتریسیته ساکن، صحیح است؟

الف) همواره در فضای اطراف دو بار الکتریکی و در نقطه‌ای روی خط واصل یا امتداد آن، نقطه‌ای وجود دارد که برایند میدان الکتریکی در آن‌جا صفر شود.

ب) میدان الکتریکی در داخل یک جسم رسانای منزوی صفر است.

پ) در اجسام رسانا در حالت تعادل الکتروستاتیکی، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط با هم برابر است.

ت) باری که به یک جسم رسانا داده می‌شود به‌صورت یکنواخت روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

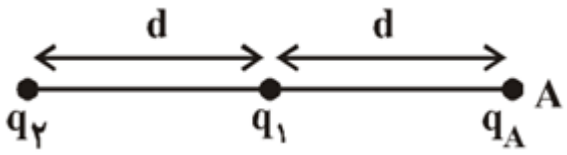
موارد «ب» و «پ» صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) اگر دو بار ناهم‌نام باشند و اندازه آن‌ها برابر باشد، آنگاه در هیچ نقطه‌ای روی خط واصل یا امتداد آن، برایند میدان‌ها نمی‌تواند صفر شود.

ت) بار داده شده به یک جسم رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود اما فقط در اجسام کروی این توزیع یکنواخت است. در سایر اجسام در نقاط نوک تیز بار بیشتری قرار می‌گیرد.

(۳) در شکل زیر، بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_A واقع در نقطه A از طرف دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 نیروی الکتریکی برایند $\vec{F}$ وارد می‌شود. اگر بار q_2 حذف شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_A در نقطه A برابر با $\frac{\vec{F}}{4}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $-\frac{4}{5}$

۳) $\frac{1}{12}$ ۴) $-\frac{1}{20}$

پاسخ: گزینه ۳

با حذف بار q_2، تنها نیروی حاصل از بار q_1 به بار q_A وارد می‌شود که آن را $\vec{F}_1$ می‌نامیم، لذا داریم:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_1 = \frac{\vec{F}}{4}} \vec{F} = \frac{\vec{F}}{4} + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_2 = \frac{3}{4}\vec{F}$$

یعنی نیروی وارد از طرف بار q_2 نیز در همان جهت نیروی $\vec{F}$ بوده و چون در این‌جا $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم جهت‌اند، بارهای q_1 و q_2 هم‌نام‌اند. از طرف دیگر با توجه به رابطه مقایسه‌ای قانون کولن، داریم:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{|q_A|}{|q_A|} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_1 = d]{r_2 = 2d} \frac{\frac{F}{4}}{\frac{3F}{4}} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{2d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{12}$$

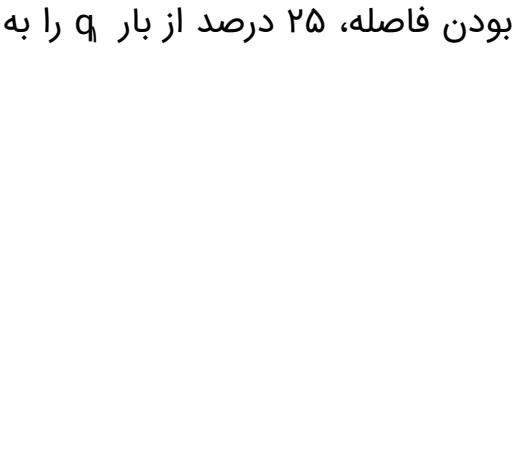
$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{12}$$

④ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = -9\,\mu C$ به‌ترتیب در نقاط $A\left|\begin{matrix}0\\2\,cm\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}0\\6\,cm\end{matrix}\right.$ در صفحه xoy واقع شده‌اند. q_1 چند میکروکولن باشد تا اگر بار q_3 را در نقطه $O\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ (مبدأ مختصات) قرار دهیم، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن از طرف بارهای q_1 و q_2 برابر با صفر باشد؟

۱) ۱ **۲)** -۱ **۳)** ۳ **۴)** -۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا جایگاه بارها را بر روی محور مختصات رسم می‌کنیم:



با توجه به این‌که q_3 در خارج از خط واصل q_1 و q_2 قرار دارد و در حالت تعادل است، پس بارهای q_1 و q_2 غیرهم‌نام‌اند. در نتیجه بار q_1 حتماً مثبت است. داریم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_1^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{4} = \frac{9}{36} \Rightarrow |q_1| = 1\,\mu C \xrightarrow{q_1>0} q_1 = 1\,\mu C$$

⑤ مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی در فاصله r، نیروی جاذبه F بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر با ثابت بودن فاصله، ۲۵ درصد از بار q_1 را به q_2 انتقال دهیم، نیروی جاذبه بین دو بار چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۲۵ ، کاهش **۲)** ۲۵ ، افزایش
۳) ۵۵ ، کاهش **۴)** ۵۵ ، افزایش

پاسخ: گزینه ۳

گزینه۳

ابتدا بار q_1 و q_2 را در حالت جدید به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بار منتقل شده به } q_2 = \frac{25}{100} \times q_1 = \frac{25}{100} \times 80 = 20\,\mu C$$

$$\Rightarrow q'_2 = -50 + 20 = -30\mu C \,,\, q'_1 = 80 - 20 = 60\,\mu C$$

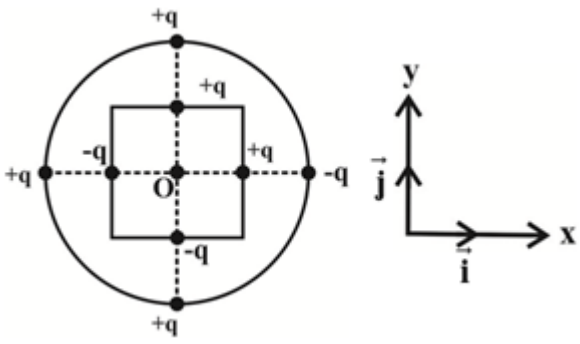
اکنون با استفاده از قانون کولن نسبت دو نیرویی را که دو بار در دو حالت به یک‌دیگر وارد می‌کنند به‌دست می‌آوریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|\times|q'_2|}{|q_1|\times|q_2|} = \frac{60\times30}{80\times50} = \frac{9}{20}$$

$$\text{درصد تغییرات نیرو} = \frac{F'-F}{F} \times 100 = \frac{-11}{20} \times 100 = -55$$

بنابراین نیروی الکتریکی که دو بار در حالت جدید به یک‌دیگر وارد می‌کنند، ۵۵ درصد کاهش می‌یابد.

⑥ در شکل زیر دایره و مربع هم‌مرکز هستند و بر روی هریک ۴ بار هم‌اندازه به فاصله‌های مساوی از یکدیگر قرار دارند. اگر شعاع دایره برابر با ۶۰cm ، اندازه هر ضلع مربع برابر با ۴۰cm و اندازه هر بار ۴μC باشد، میدان الکتریکی برایند در نقطه O در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^{9} \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $20 \times 10^{5}\vec{i} - 18 \times 10^{5}\vec{j}$

۲) $-16 \times 10^{5}\vec{i} - 18 \times 10^{5}\vec{j}$

۳) $-20 \times 10^{5}\vec{i} - 18 \times 10^{5}\vec{j}$

۴) $16 \times 10^{5}\vec{i} + 18 \times 10^{5}\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۲

آن بارهایی که به‌صورت هم‌اندازه و هم‌علامت به صورت متقارن و قرینه نسبت به نقطه O قرار دارند، میدان الکتریکی‌شان یکدیگر را خنثی می‌کند، پس برای بارهای باقی‌مانده داریم:

اندازه میدان حاصل از هر بار q از مربع را در نقطه O ، E_1 و اندازه میدان حاصل از هر بار q ازدایره در نقطه O از دایره را E_2 در نظر می‌گیریم، داریم:

$$E_1 = k\frac{|q|}{r_1^2} = 9 \times 10^{9} \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^{5}\frac{N}{C} \quad : \text{میدان هر بار از مربع}$$

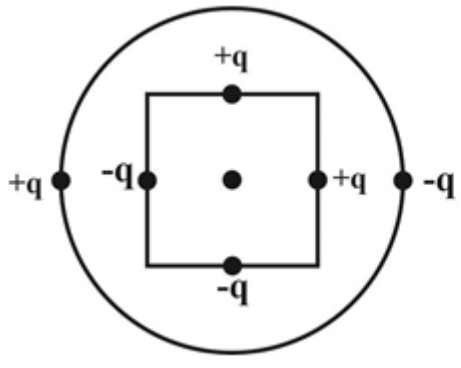
$$E_2 = k\frac{|q|}{r_2^2} = 9 \times 10^{9} \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} = 10^{5}\frac{N}{C} \quad : \text{میدان هر بار از دایره}$$

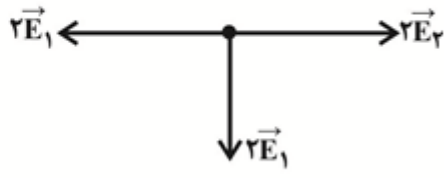
حال با توجه به شکل، برایند میدان‌ها را در محورهای x و y به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E_x} = -2E_1\vec{i} + 2E_2\vec{i} = -2 \times 9 \times 10^{5}\vec{i} + 2 \times 10^{5}\vec{i} = -16 \times 10^{5}\vec{i} \left(\frac{N}{C}\right)$$

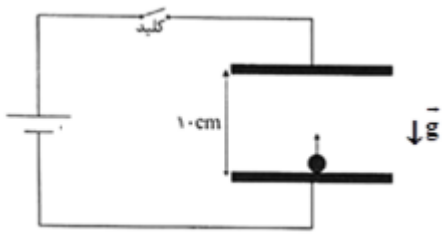
$$\vec{E_y} = -2E_1\vec{j} = -18 \times 10^{5}\vec{j}\left(\frac{N}{C}\right) \Rightarrow$$

$$\vec{E_T} = -16 \times 10^{5}\vec{i} - 18 \times 10^{5}\vec{j}\left(\frac{N}{C}\right)$$





(۷) مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۰/۱g که دارای بار الکتریکی ۰/۲۵μC- است، در نزدیکی صفحه پایینی قرار دارد. در صورتی که کلید باز باشد، کمترین تندی پرتاب در راستای قائمی که لازم است تا جسم به صفحه بالایی برسد، برابر با v_0 است و در صورتی که کلید بسته شود، با ایجاد میدانی یکنواخت به بزرگی $۲\times۱۰^{۳}\frac{N}{C}$، به سمت پایین بین صفحات، این مقدار برابر v'_0 می‌باشد. نسبت $\frac{v'_0}{v_0}$ کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینه ۳

در حالت اول، کلید باز است و تنها نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند. طبق رابطه کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_{mg} = \Delta K \xrightarrow[\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v^{۲}-v_0^{۲})]{W_{mg}=mgd\cos\theta} mgd\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v^{۲} - v_0^{۲})$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۰/۱ \times (-۱) = \frac{۱}{۲}(۰ - v_0^{۲}) \Rightarrow ۲ = v_0^{۲} \Rightarrow v_0 = \sqrt{۲}m/s$$

در حالت دوم، کلید بسته است و علاوه بر نیروی وزن، نیروی الکتریکی نیز بر جسم اثر می‌کند. نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی و نیروی الکتریکی در جهت جابه‌جایی می‌باشد.

در این حالت نیز طبق رابطه کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_{mg} + W_E = \Delta K \xrightarrow[\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v^{۲}-v'^{۲}_0)]{W_{mg}=mgd\cos\theta, W_E=|q|Ed\cos\theta'}$$

$$mgd\cos\theta + |q|Ed\cos\theta' = \frac{۱}{۲}m\left(v^{۲} - v'^{۲}_0\right)$$

$$\Rightarrow ((۰/۱ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰ \times ۰/۱ \times (-۱))$$

$$+(۰/۲۵ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰۰ \times ۰/۱ \times (+۱)) = \frac{۱}{۲}(۰/۱ \times ۱۰^{-۳})(۰ - v'^{۲}_0)$$

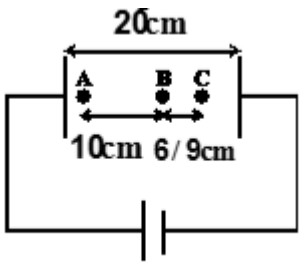
$$\Rightarrow -۱۰^{-۴} + ۰/۵ \times ۱۰^{-۴} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۴} \times (-v'^{۲}_0)$$

$$\Rightarrow -۱ + ۰/۵ = \frac{۱}{۲}(-v'^{۲}_0)$$

$$\Rightarrow ۱ = v'^{۲}_0 \Rightarrow v'_0 = ۱m/s$$

بنابراین، نسبت این دو تندی برابر است با: $\frac{v'_0}{v_0} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

⑧ مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت پروتونی از نقطه A رها می‌شود. نسبت تندی ذره در نقطه C به تندی آن در نقطه B کدام است؟ (از نیروی وزن و اصطکاک صرف‌نظر شود.)



۱) ۱/۳
۲) ۰/۷۷
۳) ۰/۸۳
۴) ۱/۲

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با قرینه کار میدان و کار میدان برابر است با تغییرات انرژی جنبشی:

$$W_E = \Delta K$$
$$W_E = +|q|Ed\cos\theta$$
$$\Rightarrow \Delta K_{AB} = W_E = E \times q \times ۰/۱ \times ۱ = ۰/۱Eq$$

$$\Rightarrow \Delta K_{AC} = W_E = E \times q \times ۰/۱۶۹ \times ۱ = ۰/۱۶۹Eq$$

$$\Delta K_{AC} = \frac{۱}{۲}m(v_C^{۲} - v_A^{۲}) \xrightarrow{v_A = ۰}$$
$$\Delta K_{AB} = \frac{۱}{۲}m(v_B^{۲} - v_A^{۲})$$
$$\frac{\Delta K_{AC}}{\Delta K_{AB}} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_C^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv_B^{۲}} = \frac{v_C^{۲}}{v_B^{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۱۶۹Eq}{۰/۱Eq} = \left(\frac{v_C}{v_B}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = ۱/۳$$

⑨ ذره‌ای با بار $q = ۱mC$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۱۰۰ \frac{N}{C}$ رها شده و پس از مدتی تندی آن به $۱۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد. چنانچه جرم این ذره باردار ۵ گرم باشد، جابه‌جایی ذره باردار در این مدت چند متر است؟ (از نیروی وزن و اصطکاک وارد بر ذره صرف‌نظر شود.)

۱) ۱/۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از رابطه انرژی پتانسیل الکتریکی و اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} |\Delta U| = |-E|q|d\cos\theta| \\ |\Delta U| = |\Delta K| \end{array}\right\} \Rightarrow |-E|q|d\cos\theta| = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$\xrightarrow{\cos\theta = ۱} ۱۰^{۲} \times ۱۰^{-۳} \times d = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow d = \frac{۵}{۲} = ۲/۵\,m$$

توجه کنید که چون ذره با بار مثبت در میدان رها شده است، پس در جهت میدان حرکت می‌کند و در نتیجه $\cos\theta = ۱$ است.

(۱۰) یک باتری ۲۴ ولتی در اختیار داریم. اگر پتانسیل الکتریکی پایانه منفی را ۳۲- ولت فرض کنیم، پتانسیل الکتریکی پایانه مثبت آن V_1 و اگر پتانسیل الکتریکی پایانه مثبت را مرجع پتانسیل فرض کنیم، پتانسیل الکتریکی پایانه منفی آن V_2 خواهد شد. حاصل $\frac{V_2}{V_1}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱۳}{۶}$ ۳) ۳- ۴) $-\frac{۱۳}{۶}$

پاسخ: گزینه ۱

بنابر قرارداد اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با پتانسیل پایانه مثبت منهای پتانسیل پایانه منفی است. اگر پتانسیل پایانه منفی را با V_- و پتانسیل پایانه مثبت را با V_+ نشان دهیم، در حالت اول داریم:

$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow ۲۴ = V_+ - (-۳۲) \Rightarrow V_+ = -۸V$$

یعنی $V_1 = -۸V$ می‌شود.

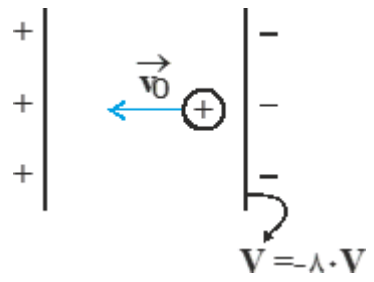
در حالت دوم، نیز می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow ۲۴ = ۰ - V_- \Rightarrow V_- = -۲۴V$$

یعنی $V_۲ = -۲۴V$ می‌شود.

در نتیجه خواهیم داشت: $\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{-۲۴}{-۸} = ۳$

(۱۱) ذره‌ای به جرم ۲ میلی‌گرم و بار الکتریکی $+۰/۲\mu C$ از مجاورت صفحه‌ای با بار منفی با پتانسیل الکتریکی $-۸۰V$ و با سرعت افقی به بزرگی $۸\frac{m}{s}$ به سمت صفحه مثبت پرتاب می‌شود. پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای که در آن تندی ذره به $۴\frac{m}{s}$ می‌رسد، چند ولت است؟ (از نیروی وزن و اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۶۰ ۲) ۸۴ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طبق قضیه کار – انرژی جنبشی داریم: $W_t = K_۲ - K_۱$

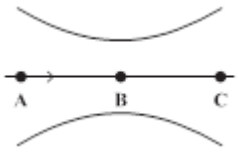
$$W_E = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{W_E = -\Delta U_E = -q\Delta V} -q\Delta V = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\Rightarrow -۰/۲ \times ۱۰^{-۶}\,\Delta V = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times (۱۶ - ۶۴)$$

$$\Delta V = \frac{۴۸}{۰/۲} = ۲۴۰V$$

$$V_۲ - V_۱ = ۲۴۰V \xrightarrow{V_۱ = -۸۰V} V_۲ - (-۸۰) = ۲۴۰ \Rightarrow V_۲ = ۱۶۰V$$

(۱۲) مطابق شکل زیر، بار الکتریکی مثبت q را در یک میدان الکتریکی از نقطه A رها می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم بار ابتدا از نقطه B و سپس از نقطه C می‌گذرد. درباره تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی این بار و تغییرات پتانسیل الکتریکی کدام گزینه صحیح است؟



۱) انرژی پتانسیل الکتریکی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. پتانسیل الکتریکی همواره کاهش می‌یابد.
۲) انرژی پتانسیل الکتریکی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. پتانسیل الکتریکی همواره کاهش می‌یابد.
۳) انرژی پتانسیل الکتریکی همواره افزایش می‌یابد. پتانسیل الکتریکی همواره افزایش می‌یابد.
۴) انرژی پتانسیل الکتریکی همواره کاهش می‌یابد. پتانسیل الکتریکی همواره کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

چون بار مثبت در میدان الکتریکی رها شده است، پس در جهت خطوط میدان شروع به حرکت می‌کند. با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، فارغ از علامت بار، همواره پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد. بنابراین $V_C - V_A < ۰$ است. از طرفی طبق رابطه $\Delta U = q\Delta V$ و با توجه به این‌که علامت بار مثبت است، خواهیم داشت:

$$\Delta U_{AC} = q\Delta V_{AC} \xrightarrow[\Delta V_{AC}<۰]{q>۰} \Delta U_{AC} < ۰$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار نیز کاهش خواهد یافت.

دقت کنید هرگاه باری را در یک میدان الکتریکی رها کنیم و بار خود به خود شروع به حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی بار همواره کاهش خواهد یافت.

(۱۳) در یک میدان الکتریکی بار $q = +۲\mu C$ از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی آن در نقاط A و B به ترتیب برابر -۴×۱۰^{-۵} J و ۵×۱۰^{-۵} J باشد، $(V_B - V_A)$ چند ولت است؟

۱) -۴۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵ ۴) -۵

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه‌ی تغییر اختلاف پتانسیل برحسب تغییر انرژی پتانسیل داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = \frac{۵\times۱۰^{-۵} - (-۴\times۱۰^{-۵})}{۲\times۱۰^{-۶}} = ۴۵\,V$$

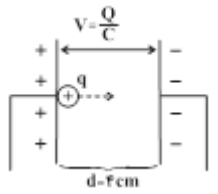
(۱۴) در خازنی تخت که دی‌الکتریک آن هواست، مساحت هر کدام از صفحات آن برابر با $۴۰\,cm^۲$ و فاصله آن‌ها از یک‌دیگر $۴\,cm$ است، بار الکتریکی Q را ذخیره کرده‌ایم. اگر یک ذره باردار به جرم $۲۰\,mg$ و بار الکتریکی $q = +۱۰\,\mu C$ را از مجاورت صفحه مثبت این خازن رها سازیم، این ذره با تندی $۵۰\,\frac{km}{s}$ به صفحه مقابل می‌رسد. مقدار بار ذخیره شده در خازن (Q) چند میلی‌کولن است؟ (از نیروی وزن و هر گونه اتلاف انرژی صرف‌نظر شود و $\varepsilon_۰ = ۸/۸ \times ۱۰^{-۱۲}\ \frac{F}{m}$)

۱) ۱/۲ **۲)** ۰/۲۲

۳) ۲/۲ **۴)** ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

ذره q پس از رهاشدن، انرژی پتانسیل الکتریکی خود را از دست می‌دهد و تا رسیدن به صفحه مقابل آن را تبدیل به انرژی جنبشی می‌کند.



$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_۰ \frac{A}{d}} = \frac{Qd}{\varepsilon_۰ A}$$

$$W_t = W_E = \Delta K \Rightarrow \Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow |\Delta U_E| = |\Delta K|$$

$$\Rightarrow \underbrace{Ed}_{V} |q| = \frac{۱}{۲} m(v^۲ - ۰^۲) \Rightarrow v^۲ = \frac{۲V \times |q|}{m}$$

$$\Rightarrow v^۲ = \frac{۲ \times \frac{Qd}{\varepsilon_۰ A} \times |q|}{m} \Rightarrow Q = \frac{\varepsilon_۰ A m v^۲}{۲|q|d}$$

$$= \frac{۸/۸ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۵۰۰ \times ۱۰^{۶}}{۲ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۴ \times ۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{۱/۱ \times ۴۰ \times ۲۰ \times ۲۵۰۰ \times ۱۰^{-۱۶}}{۱۰^{-۷}} = ۲/۲ \times ۱۰^{-۳}\ C = ۲/۲\ mC$$

(۱۵) اندازه بار الکتریکی ذخیره شده در خازنی را $۲۰\,nC$ افزایش می‌دهیم. اگر در اثر این افزایش بار، ولتاژ دو سر خازن ۳ برابر شود، بار الکتریکی اولیه خازن چند نانوکولن بوده است؟ (پدیده فروریزش الکتریکی رخ نمی‌دهد.)

۱) ۵ **۲)** ۱۰ **۳)** ۱۵ **۴)** ۳۰

پاسخ: گزینه ۲

چون $Q_۲ = (Q_۱ + ۲۰)nC$ و $V_۲ = ۳V_۱$است، با استفاده از رابطه $Q = CV$، اندازه بار اولیه خازن $(Q_۱)$را به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که ظرفیت خازن ثابت است.

$$Q = CV \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} \Rightarrow \frac{Q_۱ + ۲۰}{Q_۱} = \frac{۳V_۱}{V_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_۱ + ۲۰}{Q_۱} = ۳ \Rightarrow ۳Q_۱ = Q_۱ + ۲۰$$

$$\Rightarrow ۲Q_۱ = ۲۰ \Rightarrow Q_۱ = ۱۰nC$$

دقت کنید، چون افزایش بار خازن را بر حسب nC در رابطه وارد کرده‌ایم، $Q_۱$ نیز بر حسب nC به‌دست می‌آید.

(۱۶) اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازنی را ۲V افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن از ۲۰۰μJ به ۲۸۸μJ می‌رسد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟ (پدیده فروشکست رخ نمی‌دهد.)

۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

طبق رابطه $U = \frac{1}{2}CV^2$، داریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow[V_2=V_1+2(V)]{U_2=288\mu J\ ,\ U_1=200\mu J}$$

$$\frac{288}{200} = \left(\frac{V_1+2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{V_1+2}{V_1} \Rightarrow V_1 = 10V$$

$$U_1 = \frac{1}{2}CV_1^2 \Rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times C \times 10^2 \Rightarrow C = 4\mu F$$

(۱۷) یک خازن بدون دی‌الکتریک که شارژ و از باطری جدا شده، در اختیار داریم. اگر فاصله صفحات خازن را نصف کرده و یک دی‌الکتریک با ضریب ۱/۲ را بین صفحات آن قرار دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{5}{12}$ ۲) ۲/۴ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که اگر در ساختمان خازنی که شارژ و از باتری جدا شده، تغییرات ایجاد کنیم، بار خازن ثابت مانده و بسته به تغییرات ظرفیت خازن، ولتاژ آن تغییر می‌کند:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$= \frac{1/2}{1} \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{d_1}{2}} = 1/2 \times 2 = 2/4$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \times \frac{C_1}{C_2} = 1 \times \frac{1}{2/4} = \frac{5}{12}$$

(۱۸) خازنی را که بین صفحات آن هوا است، پس از شارژ شدن از مولد جدا می‌کنیم. با اعمال کدام‌یک از تغییرات زیر در مشخصات هندسی خازن، انرژی ذخیره شده در آن ۴ برابر می‌شود؟

۱) فاصله میان صفحات خازن را $\frac{۱}{۴}$ برابر کنیم.

۲) فاصله میان صفحات خازن را نصف کنیم و دی‌الکتریکی با ثابت دی‌الکتریک ۲ را بین صفحات وارد کنیم.

۳) فاصله میان صفحات خازن را ۴ برابر کنیم.

۴) مساحت صفحات خازن و فاصله بین آن‌ها را دو برابر کنیم.

پاسخ: گزینه ۳

زمانی‌که خازن شارژ شده‌ای را از مولد جدا می‌کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطه $U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$، زمانی انرژی ذخیره شده در خازن ۴ برابر می‌شود که ظرفیت خازن $\frac{۱}{۴}$ برابر شود. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\kappa_۲}{\kappa_۱} \times \frac{A_۲}{A_۱} \times \frac{d_۱}{d_۲}$$

گزینه«۱» : $\frac{C_۲}{C_۱} = ۱ \times ۱ \times \frac{d_۱}{\frac{۱}{۴}d_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = ۴$

گزینه«۲» : $\frac{C_۲}{C_۱} = ۲ \times ۱ \times \frac{d_۱}{\frac{۱}{۲}d_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = ۴$

گزینه«۳» : $\frac{C_۲}{C_۱} = ۱ \times ۱ \times \frac{d_۱}{۴d_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{۱}{۴}$

گزینه«۴» : $\frac{C_۲}{C_۱} = ۱ \times \frac{۲A_۱}{A_۱} \times \frac{d_۱}{۲d_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = ۱$

(۱۹) دو صفحه خازن تختی را که فاصله بین صفحات آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک ۹ به‌طور کامل پُر شده است، به دو سر مولدی ۱۲۰ ولتی وصل می‌کنیم. اگر در این حالت، دی‌الکتریک را از بین صفحات خازن خارج کنیم، ولتاژ دو سر مولد چند ولت باید افزایش یابد تا انرژی ذخیره شده در خازن تغییری نکند؟

۱) ۴۰ **۲)** ۲۴۰ **۳)** ۳۶۰ **۴)** ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\kappa_۲}{\kappa_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{۱}{۹}$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{C_۲}{C_۱} \times \left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^۲ \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۹} \times \left(\frac{V_۲}{۱۲۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow V_۲ = ۳۶۰V$$

$$\Delta V = V_۲ - V_۱ = ۳۶۰ - ۱۲۰ = ۲۴۰V$$

(۲۰) چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست است؟

الف) میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، متناسب با اندازه بار الکتریکی واقع در آن نقطه است.

ب) میدان الکتریکی کمیتی برداری و یکای آن در SI برابر با N/C است.

پ) اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای در هر نقطه، با فاصله آن نقطه از بار نسبت وارون دارد.

ت) جهت میدان الکتریکی در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار فرضی نقطه‌ای مثبت واقع در آن نقطه است.

۱) ۱ **۲)** ۲ **۳)** ۳ **۴)** ۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

الف) نادرست: طبق رابطه $E = k\frac{|q|}{r^2}$، میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، متناسب با اندازه بار الکتریکی‌ای است که میدان الکتریکی را ایجاد می‌کند.

ب) درست: طبق رابطه $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$، میدان الکتریکی کمیتی برداری و یکای آن در SI برابر با N/C است.

پ) نادرست: طبق رابطه $E = k\frac{|q|}{r^2}$، اندازه میدان الکتریکی در هر نقطه، با مربع فاصله آن نقطه از بار نسبت وارون دارد.

ت) درست: طبق رابطه $\vec{E} = (\frac{1}{q_0})\vec{F}$، جهت میدان الکتریکی در هر نقطه، در جهت نیروی وارد بر بار فرضی نقطه‌ای مثبت واقع در آن نقطه است.

بنابراین، از چهار گزاره داده شده دو گزاره «ب» و «ت» درست‌اند.

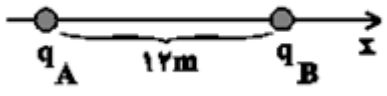
(۲۱) مطابق شکل زیر، دو بار نقطه‌ای $q_A = ۳\,nC$ و q_B در فاصله ۱۲ متری از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی در فاصله ۳ متری از بار q_A صفر شود، بار q_B چند نانوکولن می‌تواند باشد؟

۱) -۲۷ **۲)** -۷۵

۳) ۱۵ **۴)** بسته به شرایط هر کدام از گزینه‌ها می‌تواند صحیح باشد.

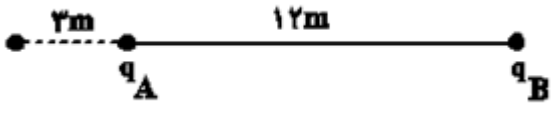
پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فرض می‌کنیم دو بار هم‌نام باشند پس نقطه‌ای که در آن میدان صفر است، بین دو بار خواهد بود.



$$E_A = E_B \Rightarrow k\frac{|q_A|}{۳^2} = k\frac{|q_B|}{۹^2} \Rightarrow \frac{۳}{۳^2} = \frac{q_B}{۹^2} \Rightarrow q_B = ۲۷nC$$

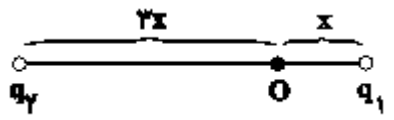
حالا فرض می‌کنیم دو بار ناهم‌نام بوده و بنابراین نقطه مورد نظر خارج دو بار است.



$$E_A = E_B \Rightarrow k\frac{|q_A|}{۳^2} = k\frac{|q_B|}{۱۵^2} \Rightarrow \frac{۳}{۳^2} = \frac{|q_B|}{۱۵^2} \Rightarrow |q_B| = ۷۵nC$$

اما بارها ناهم‌نام هستند: $\Rightarrow q_B = -۷۵nC$

(۲۲) در شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه O برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را خنثی کنیم، میدان الکتریکی خالص در همان نقطه، $-\frac{1}{3}\vec{E}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{36}$
۲) $\frac{1}{36}$
۳) $\frac{1}{4}$
۴) $-\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

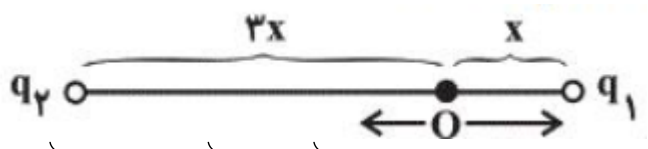
برایند میدان‌های الکتریکی دو بار در نقطه O برابر E است.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}$$

با حذف بار q_2، فقط میدان q_1 در این نقطه می‌ماند و خواهیم داشت:

$$\vec{E}_1 = -\frac{1}{3}\vec{E}$$

با حل دو معادلهٔ فوق در یک دستگاه خواهیم داشت:



$$-\frac{1}{3}\vec{E} + \vec{E}_2 = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_2 = \frac{4}{3}\vec{E}$$

$$\vec{E_1} = -\frac{1}{3}\vec{E} \qquad \vec{E_2} = \frac{4}{3}\vec{E}$$

همان‌طوری که از شکل پیداست هر دو بار q_1 و q_2، بار آزمون واقع در نقطه O را دفع کرده‌اند پس هم‌نامند و در نتیجه $\frac{q_1}{q_2} > 0$ست.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{3}E}{\frac{4}{3}E} = \frac{1}{4} \\ \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{k|q_1|}{x^2}}{\frac{k|q_2|}{3(x)^2}} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{1}{4} = 9\left|\frac{q_1}{q_2}\right| \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{36}$$

(۲۳) اگر بردار میدان الکتریکی در نقطه A برابر، $\vec{E}_A = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ باشد، کدام گزینه می‌تواند معرف بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q واقع در نقطه A باشد؟ ($q > 0$ و تمام اندازه‌ها در SI هستند.)

۱) $3\vec{i} + 5\vec{j}$
۲) $6\vec{i} - 5\vec{j}$
۳) $3\vec{i} + 10\vec{j}$
۴) $6\vec{i} - 10\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۴

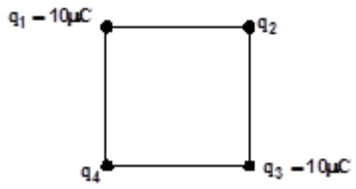
گزینهٔ «۴»

طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$، بردار $\vec{F}$ باید برابر مضربی از بردار $\vec{E}$ باشد. پس داریم:

$$F_x\vec{i} + F_y\vec{j} = (3\vec{i} - 5\vec{j})q \Rightarrow \left.\begin{array}{l} F_x = 3q \\ F_y = -5q \end{array}\right\}$$

فقط گزینه «۴» این شرایط را دارد. $\Rightarrow \frac{F_x}{F_y} = -\frac{3}{5} \Rightarrow$

(۲۴) مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. اگر اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_2 از طرف بارهای دیگر برابر با اندازه نیرویی باشد که بار q_4 به بار q_2 وارد می‌کند، بار q_4 چند میکروکولن است؟



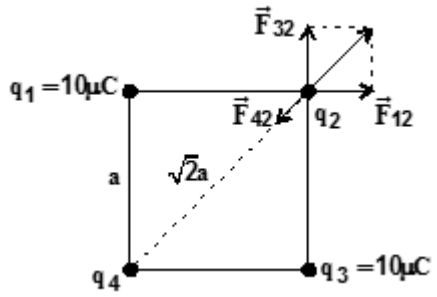
۱) $-10\sqrt{2}$
۲) $10\sqrt{2}$
۳) $-20\sqrt{2}$
۴) $20\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱

بار q_2 دارای هر علامتی باشد، چون بارهای q_1 و q_3 مثبت، هم‌اندازه و دارای فاصله یکسان از آن هستند، نیروهایی هم اندازه به آن وارد می‌کنند و نیروی برایند آن‌ها در راستای قطر مربع خواهد بود.

حال با توجه به اینکه $F_{42} = F_{t,2}$ است، نیروی وارد بر بار q_2 از طرف q_4 باید در خلاف جهت نیروی خالص بارهای q_1 و q_3 باشد و در نتیجه علامت بار q_4 الزاماً منفی است.

اگر بار q_2 مثبت فرض شود، جهت نیروها مطابق شکل زیر خواهد شد و بنابراین داریم:



$$F_{42} = F_{t,2} \Rightarrow F_{42} = \sqrt{2}F_{12} - F_{42} \Rightarrow 2F_{42} = \sqrt{2}F_{12}$$

$$\Rightarrow 2k\frac{|q_2||q_4|}{2a^2} = \sqrt{2}k\frac{|q_1||q_2|}{a^2}$$

$$\Rightarrow |q_4| = \sqrt{2}|q_1| \xrightarrow[q_4<0]{q_1=10\mu C} q_4 = -10\sqrt{2}\mu C$$

دقت کنید علامت بار q_2 تأثیری در جواب نهایی ندارد. به عنوان تمرین مسأله را با فرض $q_2 < 0$ حل کنید.

(۲۵) دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار گرفته‌اند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد از بار q_1 را برداشته و به بار q_2 اضافه کنیم و فاصله بارها را از یکدیگر ۲ برابر کنیم، اندازه نیرویی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند برابر F خواهد شد؟

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۶۴

۳) ۰/۹۶ ۴) ۰/۲۴

پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند برابر است با:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|=q \ , \ |q_2|=q} F = k\frac{q^2}{r^2}$$

در حالت دوم بارها به صورت زیر تغییر خواهند کرد:

$$q'_2 = q_2 + \frac{20}{100}q_1 = -q + \frac{2}{10}q = -0/8q$$

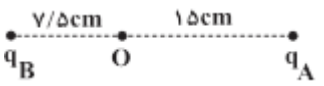
$$q'_1 = q_1 - \frac{20}{100}q_1 = q - \frac{2}{10}q = 0/8q$$

$$r' = 2r$$

اندازه نیروی جدید برابر است با:

$$F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2} = \frac{k(0/8q)(0/8q)}{4r^2} = 0/16\frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow F' = 0/16F$$

(۲۶) در شکل زیر با خنثی کردن بار الکتریکی q_A، نیروی وارد بر بار دلخواه q در نقطه O بدون تغییر اندازه فقط تغییر جهت می‌دهد. حاصل $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟



۱) -۸ ۲) $-\frac{1}{8}$

۳) ۸ ۴) $\frac{1}{8}$

پاسخ: گزینه ۳

به دلیل این‌که نیروی وارد بر بار دلخواه q پس از خنثی کردن بار q_A فقط تغییر جهت داده است، بنابراین قبل از خنثی کردن بار q_A، اندازه نیروی حاصل از بار q_A به بارq باید ۲ برابر اندازه نیروی حاصل از بار الکتریکی q_B به بارqو در جهت خلاف آن باشد:

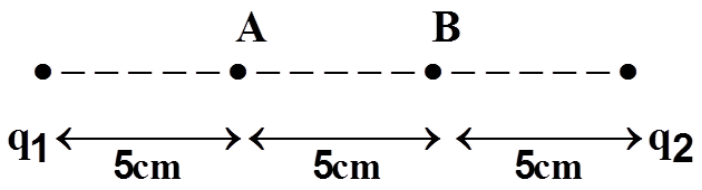
$$\frac{F_A}{F_B} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{k|q_A|}{r_A^2}}{\frac{k|q_B|}{r_B^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|q_A|\times r_B^2}{|q_B|\times r_A^2} = 2$$

$$\xrightarrow{\frac{r_B}{r_A} = \frac{7/5}{15} = \frac{1}{2}} |\frac{q_A}{q_B}| \times \frac{1}{4} = 2 \Rightarrow |\frac{q_A}{q_B}| = 8$$

چون جهت نیروها متفاوت است پس بارهای q_A و q_B هم‌نام هستند.

$$\frac{q_A}{q_B} = 8$$

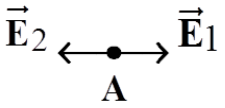
(۲۷) در شکل زیر اگر اندازه میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه A صفر و در نقطه B، $5/4\times10^{6}\ \frac{N}{C}$ باشد، اندازه بار q_2 چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۰/۴
۲) ۱/۶
۳) ۰/۳
۴) ۱/۲

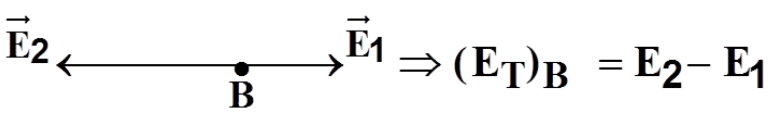
پاسخ: گزینه ۲

برای اینکه اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A صفر شود باید میدان حاصل از دو بار q_1 و q_2 در نقطه A هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند. (چون در نقطه‌ای بین دو بار برایند صفر شده است، پس بارها هم‌نام بوده و فرض می‌کنیم مثبت هستند.)



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{25\times10^{-4}} = k\frac{|q_2|}{100\times10^{-4}} \Rightarrow |q_2| = 4|q_1|$$

حال می‌توان میدان برایند در نقطه B را به‌دست آورد.



$$(E_T)_B = E_2 - E_1$$

$$\xrightarrow{|q_2|=4|q_1|} 5/4\times10^{6} = 9\times10^{9}\times\frac{4|q_1|}{25\times10^{-4}} - 9\times10^{9}\times\frac{|q_1|}{100\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 5/4\times10^{6} = (144\times10^{11}\,|q_1|) - (9\times10^{11}\,|q_1|)$$

$$5/4\times10^{6} = 135|q_1|\times10^{11} \Rightarrow |q_1| = 0/4\mu C$$
$$\Rightarrow |q_2| = 4|q_1| = 1/6\mu C$$

---

(۲۸) بار نقطه‌ای $q = -4\mu C$ در صفحه مختصات xoy، در مکان $(-4cm, 2cm)$ قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q در کدام مختصات مشخص شده در گزینه‌ها برابر با $2\times10^{7}\ \frac{N}{C}$ می‌شود؟ $\left(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

۱) $(-7cm, 5cm)$
۲) $(7cm, -5cm)$
۳) $(1cm, 5cm)$
۴) $(1cm, -5cm)$

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا باید فاصله موردنظر تا بار q را به‌دست آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2\times10^{7} = \frac{9\times10^{9}\times4\times10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 18\times10^{-4}\ m^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{18}\ cm$$

از طرفی فاصله بین دو نقطه از رابطه $r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ محاسبه می‌شود. در بین گزینه‌ها، فقط گزینه «۱» دارای این ویژگی است.

$$r = \sqrt{(-7-(-4))^2 + (5-(2))^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}\ cm$$

(۲۹) در شکل زیر، اگر اندازه برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q و q- در نقطه A برابر با E باشد، اندازه برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطه B چند برابر E است؟

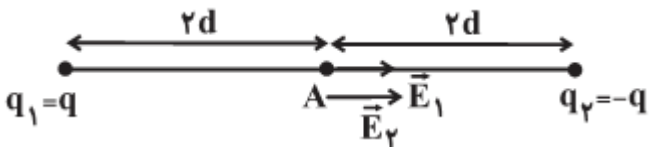
۱) $\frac{۴}{۹}$
۲) $\frac{۱۰}{۹}$
۳) $\frac{۲۰}{۹}$
۴) $\frac{۴۰}{۹}$

پاسخ: گزینه ۳

در اطراف نقطه A دو بار الکتریکی وجود دارد، پس هر کدام یک میدان الکتریکی در نقطه A ایجاد می‌کنند، از این رو می‌توان میدان برایند را در نقطه A نوشت. با استفاده از رابطه تعیین بزرگی میدان الکتریکی در اطراف بارهای الکتریکی نقطه‌ای داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^۲}$$

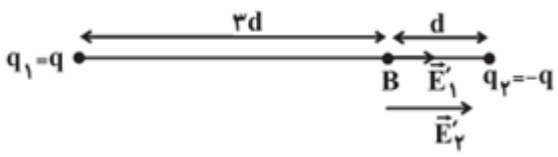
اگر $q_۱ = q$ و $q_۲ = -q$ باشد، داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{k|q_۱|}{(۲d)^۲} = \frac{kq}{۴d^۲} \\ E_۲ = \frac{k|q_۲|}{(۲d)^۲} = \frac{kq}{۴d^۲} \end{cases}$$

$$E_A = E_۱ + E_۲ = ۲\frac{kq}{۴d^۲} \Rightarrow E_A = \frac{kq}{۲d^۲} = E$$

حال برای نقطه B داریم:

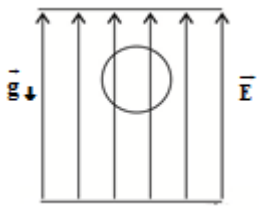


$$\begin{cases} E'_۱ = \frac{k|q_۱|}{(۳d)^۲} = \frac{kq}{(۳d)^۲} \\ E'_۲ = \frac{k|q_۲|}{(d^۲)} = \frac{kq}{d^۲} \end{cases}$$

$$E_B = E'_۱ + E'_۲ = \frac{kq}{(۳d)^۲} + \frac{kq}{d^۲} \Rightarrow E_B = \frac{۱۰kq}{۹d^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{\frac{۱۰kq}{۹d^۲}}{\frac{kq}{۲d^۲}} \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{۲۰}{۹} \Rightarrow E_B = \frac{۲۰}{۹}E_A = \frac{۲۰}{۹}E$$

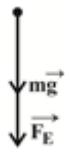
(۳۰) روی بادکنکی کروی به جرم ۸ گرم، مجموعاً ۵۰۰nC- بار الکتریکی به‌صورت یکنواخت پخش کرده‌ایم و مطابق شکل آن را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی ۸۰۰۰N/C رها می‌کنیم. پس از یک متر جابه‌جایی تندی این بادکنک به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (از نیروی شناوری وارد بر بادکنک صرف نظر نمایید و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱) $\sqrt{۲۱}$
۲) $\sqrt{۱۹}$
۳) $۴\sqrt{۲۱}$
۴) $۴\sqrt{۱۹}$

پاسخ: گزینه ۱

نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی، خلاف جهت میدان الکتریکی (در این شکل رو به پایین) است. در این شکل نیروی وزن نیز رو به پایین است.



بنابر قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_E = K_۲ - K_۱$$

با توجه به اینکه بادکنک از حال سکون رها شده است، انرژی جنبشی اولیه آن صفر است.

$$\Rightarrow W_{mg} + W_E = K_۲ \Rightarrow mgd + E|q|d = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{۱۰۰۰} \times ۱۰ \times ۱ + ۸۰۰۰ \times ۵۰۰ \times ۱۰^{-۹} \times ۱ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۱۰۰۰}v^۲$$

$$\Rightarrow ۰/۰۸۴ = ۰/۰۰۴v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۲۱ \Rightarrow v = \sqrt{۲۱}\ m/s$$