



۱) مخلوطی از جرم برابر از دو مایع A و B را درون استوانه‌ای مدرج می‌ریزیم. مجموع حجم دو مایع در استوانه  $0/34 L$  است. اگر چگالی مایع A و B به ترتیب برابر  $\rho_A = 0/8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$  و  $\rho_B = 1/28 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$  باشد، حجم مایع A تقریباً چند میلی‌لیتر است؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر کنید.)

۱۲۳ (۱)

۱۳۱ (۲)

۲۰۹ (۳)

۲۷۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} m_A = m_B & (1) \\ V_A + V_B = 0/34 L \end{cases}$$

$$m = \rho V \xrightarrow{(1)} \rho_A V_A = \rho_B V_B$$

$$\Rightarrow 0/8 \times 10^3 \times V_A = 1/28 \times 10^3 \times V_B \Rightarrow V_A = 1/6 V_B \quad (2)$$

از طرفی:

$$V_A + V_B = 0/34 L \xrightarrow{(2)} 2/6 V_B = 0/34 L$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{0/34}{2/6} L \times \left(\frac{10^3 mL}{1 L}\right) \approx 130/8 mL$$

$$\Rightarrow V_A = 1/6 \times V_B \approx 1/6 \times 130/8 mL \approx 209 mL$$

۲) کره‌ای توپُر با شعاع  $R$  را ذوب کرده و با استفاده از ماده‌ی آن، یک استوانه با شعاع داخلی  $R'$  و شعاع خارجی  $R$  می‌سازیم. اگر ارتفاع استوانه‌ی ساخته شده برابر  $2R$  باشد، حاصل  $\frac{R'}{R}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

کره و استوانه هم‌جنس هستند  $\rho_1 = \rho_2$  و جرم کره نیز برابر جرم استوانه  $m_1 = m_2$  می‌باشد، پس حجم کره و استوانه نیز با هم برابر است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi h(R^2 - R'^2)$$

$$h=2R \rightarrow \frac{4}{3}R^3 = 2R(R^2 - R'^2)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}R^3 = 2R^3 - 2RR'^2 \Rightarrow 2RR'^2 = 2R^3 - \frac{4}{3}R^3$$

$$\Rightarrow 2RR'^2 = \frac{2}{3}R^3 \Rightarrow R'^2 = \frac{1}{3}R^2 \Rightarrow \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳) یک مولد الکتریکی در هر شبانه‌روز به‌طور متوسط  $21/6 \text{ GJ}$  انرژی الکتریکی تولید می‌کند. آهنگ تولید انرژی الکتریکی توسط این مولد چند کیلووات ( $kW$ ) است؟ ( $1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{\text{s}}$ )

(۱)  $25 \times 10^4$

(۲)  $15 \times 10^3$

(۳)  $250$

(۴)  $6 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۳

در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامیم. علاوه بر این می‌دانیم وات ( $W$ ) معادل با ژول بر ثانیه ( $\frac{J}{s}$ ) است. بنابراین برای محاسبه آهنگ تولید انرژی الکتریکی برحسب کیلووات باید زمان را به ثانیه و انرژی الکتریکی تولیدی را به کیلوژول تبدیل کنیم:

$$\Delta t = \text{روز} = \text{روز} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{\text{روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{60 \text{ ثانیه}}{1 \text{ دقیقه}} = 1 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$W = 21/6 \text{ GJ} = 21/6 \text{ GJ} \times \frac{10^9 \text{ J}}{1 \text{ GJ}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}} = 216 \times 10^5 \text{ kJ}$$

$$\text{آهنگ تولید انرژی الکتریکی} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{216 \times 10^5 \text{ kJ}}{1 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}} = 250 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 250 \text{ kW}$$

۴) چگالی آلیاژی از سرب و آهن  $\frac{10}{2} \frac{g}{cm^3}$  است. اگر چگالی آهن  $\frac{7}{8} \frac{g}{cm^3}$  و چگالی سرب  $11 \frac{g}{cm^3}$  باشد، چند درصد حجم آلیاژ از آهن است؟ (از تغییر حجم صرف نظر شود).

(۱) ۴/۱

(۲) ۷/۶

(۳) ۲۵

(۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

آهن را با اندیس (۱) و سرب را با اندیس (۲) نمایش می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \rho_{\text{مخلوط}} &= \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \\ \Rightarrow 10/2 &= \frac{7/8 V_1 + 11 V_2}{V_1 + V_2} \\ \Rightarrow 10/2 V_1 + 10/2 V_2 &= 7/8 V_1 + 11 V_2 \\ \Rightarrow 2/4 V_1 &= 0/8 V_2 \Rightarrow V_2 = 3 V_1 \end{aligned}$$

درصد حجم آهن در آلیاژ

$$\begin{aligned} &= \frac{V_1}{V} = \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{V_1}{V_1 + 3V_1} = \frac{V_1}{4V_1} = \frac{1}{4} \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V} = 0/25 = 25\% \end{aligned}$$

۵) قطعه آلیاژی به جرم ۵۰۰ گرم را که از طلا و نقره ساخته شده است، به آرامی درون یک ظرف پر از آب فرو می‌بریم. اگر ۴۰ سانتی‌متر مکعب آب از ظرف بیرون بریزد، چند درصد از جرم قطعه از نقره بوده است؟ (فرض کنید  $\rho_{\text{نقره}} = 10 \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_{\text{طلا}} = 20 \frac{g}{cm^3}$  باشد).

(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۶۰

(۴) ۷۰

پاسخ: گزینه ۳

حجم آب بیرون ریخته شده از ظرف با حجم قطعه برابر است. بنابراین:

$$\begin{aligned} V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} = 40 &\xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{m_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{طلا}}} + \frac{m_{\text{نقره}}}{\rho_{\text{نقره}}} = 40 \\ \Rightarrow \frac{m_{\text{طلا}}}{20} + \frac{m_{\text{نقره}}}{10} = 40 &\Rightarrow m_{\text{نقره}} = 400 - \frac{1}{2} m_{\text{طلا}} \quad (1) \end{aligned}$$

جرم کل قطعه برابر ۵۰۰ گرم است. پس:

$$\begin{aligned} m_{\text{نقره}} + m_{\text{طلا}} = 500 &\xrightarrow{(1)} 400 - \frac{1}{2} m_{\text{طلا}} + m_{\text{طلا}} = 500 \\ \Rightarrow m_{\text{طلا}} = 200g &\Rightarrow m_{\text{نقره}} = 500 - 200 = 300g \end{aligned}$$

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{300}{500} \times 100 = 60\%$$

۶) درون استوانه‌ای به ارتفاع  $h$  مایعی به چگالی  $\rho_1 = 0.8 \frac{g}{cm^3}$  تا ارتفاع  $\frac{h}{3}$  ریخته‌ایم. اگر مایع دیگری به چگالی  $\rho_2 = 1 \frac{g}{cm^3}$  درون آن بریزیم تا حجم این استوانه کاملاً پر شود، چگالی مخلوط درون استوانه چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟ (تغییر حجم نداریم.)

(۱)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{15}{7}$

(۳)  $\frac{14}{15}$

(۴)  $\frac{16}{15}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{0.8 \times Ah \times \frac{1}{3} + 1 \times A \times \frac{2}{3}h}{A \times \frac{h}{3} + A \times \frac{2}{3}h}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{14}{15} \frac{g}{cm^3}$$

۷) با پیمانه‌ای به حجم  $L = 10^{-3} \times 0.5$ ، کدام یک از اندازه‌گیری‌های زیر را نمی‌توان انجام داد؟ (هر لیتر معادل ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.)

(۱)  $25 \times 10^{-3} dm^3$

(۲)  $2/5 cm^3$

(۳)  $2/5 \times 10^3 mm^3$

(۴)  $2/5 \times 10^{-7} m^3$

پاسخ: گزینه ۴

با هر پیمانه‌ای، تنها می‌توان اندازه‌گیری‌هایی انجام داد که مضرب صحیحی از همان پیمانه باشند.

ابتدا حجم پیمانه را برحسب  $cm^3$  می‌یابیم.

$$0.5 \times 10^{-3} L = (0.5 \times 10^{-3} L) \times \left(\frac{10^3 cm^3}{1 L}\right) = 0.5 cm^3$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی «۱»:

$$25 \times 10^{-3} dm^3 = (25 \times 10^{-3} dm^3) \times \left(\frac{10 cm}{1 dm}\right)^3 = 25 cm^3$$

مضربی صحیح از پیمانه‌ی اندازه‌گیری است.

گزینه‌ی «۲»:

$$2/5 cm^3$$

مضربی صحیح از پیمانه‌ی اندازه‌گیری است.

گزینه‌ی «۳»:

$$2/5 \times 10^3 mm^3 = (2/5 \times 10^3 mm^3) \times \left(\frac{1 cm}{10 mm}\right)^3 = 2/5 cm^3$$

مضربی صحیح از پیمانه‌ی اندازه‌گیری است.

گزینه‌ی «۴»:

$$2/5 \times 10^{-7} m^3 = (2/5 \times 10^{-7} m^3) \times \left(\frac{10^2 cm}{1 m}\right)^3 = 0.25 cm^3$$

مضربی صحیح از پیمانه‌ی اندازه‌گیری نیست.

۸) مقداری یخ ذوب شده و حجم آن  $10 \text{ cm}^3$  کاهش می‌یابد. جرم اولیه‌ی یخ چند گرم بوده است؟ ( $\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $\rho = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

- (۱) ۹۰  
(۲) ۱۰۰  
(۳) ۱۰  
(۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱

چون چگالی یخ کمتر از آب است پس هنگام ذوب شدن یخ، کاهش حجم داریم. یعنی:  $V_{\text{آب}} = V_{\text{یخ}} - 10$

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} h = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 0.9 V_{\text{یخ}} = 1 \times (V_{\text{یخ}} - 10)$$

$$\Rightarrow 0.9 V_{\text{یخ}} = V_{\text{یخ}} - 10 \Rightarrow 0.1 V_{\text{یخ}} = 10$$

$$\Rightarrow V_{\text{یخ}} = 100 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 0.9 \times 100 = 90 \text{ g}$$

۹) نصف ظرفی استوانه‌ای شکل را از مایع A با چگالی  $\rho_A$  و نصف دیگر را از مایع B با چگالی  $\rho_B$  پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط  $6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  می‌شود. اگر  $\frac{1}{4}$  ظرف را از مایع A و بقیه‌ی را از مایع B پر کنیم، چگالی مخلوط  $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  می‌شود.  $\rho_B$  و  $\rho_A$  به ترتیب از راست به چپ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (مابعا بعد از اختلاط، تغییر حجم ندارند.)

- (۱) ۲ و ۱۰  
(۲) ۶ و ۶  
(۳) ۵ و ۷  
(۴) ۴ و ۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\text{حالت اول: } 6 = \frac{\frac{1}{2} V \rho_A + \frac{1}{2} V \rho_B}{\frac{1}{2} V + \frac{1}{2} V} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (1)$$

$$\text{حالت دوم: } 5 = \frac{\frac{1}{4} V \rho_A + \frac{3}{4} V \rho_B}{\frac{1}{4} V + \frac{3}{4} V} \Rightarrow \rho_A + 3\rho_B = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \rho_A = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_B = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱۰) در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط  $5 \text{ cm}^3$  کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب شده چند گرم است؟  $(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

$$\text{و } (\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

$$4/5 \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$45 \quad (3)$$

$$50 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

در عمل ذوب، جرم ماده تغییری نمی‌کند، لذا می‌توان گفت:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

$$\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_2 = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow V_1 = 0.9 V_2 \quad (1)$$

از طرفی حجم مخلوط  $5 \text{ cm}^3$  کاهش یافته است:

$$V_2 - V_1 = 5 \text{ cm}^3 \quad (2)$$

با ترکیب رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$V_2 - 0.9 V_2 = 5 \Rightarrow 0.1 V_2 = 5 \Rightarrow V_2 = 50 \text{ cm}^3$$

در نتیجه جرم یخ برابر است با:

$$m_{\text{یخ}} = \rho_2 V_2 = 0.9 \times 50 = 45 \text{ g}$$

۱۱) جرم و حجم فلز A به ترتیب ۴ و ۱/۵ برابر جرم و حجم فلز B است. از این دو فلز، آلیاژی به جرم ۲۵۰ گرم و چگالی ۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب ساخته‌ایم. چگالی فلز A چند  $\frac{g}{cm^3}$  است؟ (کاهش حجم صورت نگرفته است).

- (۱) ۱۰  
(۲)  $\frac{۲۰}{۳}$   
(۳)  $\frac{۵}{۳}$   
(۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه  $\rho_T = \frac{m_T}{V_T}$  داریم:

$$\rho_T = \frac{m_T}{V_T} \Rightarrow 5 = \frac{250}{V_T} \Rightarrow V_T = 50 \text{ cm}^3$$

می‌دانیم که جرم کل، برابر با مجموع جرم دو فلز و حجم کل برابر با مجموع حجم دو فلز است. بنابراین:

$$m_T = 250 = m_A + m_B \xrightarrow{m_A = \frac{1}{5} m_B} 5 m_B = 250$$

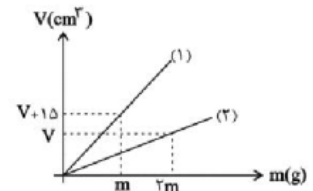
$$\Rightarrow m_B = 50 \text{ g} \Rightarrow m_A = 200 \text{ g}$$

$$V_T = 50 = V_A + V_B \xrightarrow{V_A = \frac{1}{5} V_B} \frac{2}{5} V_B = 50$$

$$\Rightarrow V_B = 20 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_A = 30 \text{ cm}^3$$

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{200}{30} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{20}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱۲) نمودار حجم برحسب جرم دو فلز (۱) و (۲) مطابق شکل زیر است. اگر چگالی فلز (۱)  $\frac{1}{3}$ ، چگالی فلز (۲) باشد،  $V$  چند سانتی‌متر مکعب است؟ (دما ثابت و یکسان است).



- (۱) ۱۵  
(۲) ۳۰  
(۳) ۴۵  
(۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار، چگالی هر یک از اجسام را به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = \frac{1}{3} \rho_2 \xrightarrow{\rho_1 = \frac{m}{V+15}, \rho_2 = \frac{2m}{V}} \frac{m}{V+15} = \frac{1}{3} \times \frac{2m}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V+15} = \frac{2}{3V} \Rightarrow 3V = 2V + 30 \Rightarrow V = 30 \text{ cm}^3$$

۱۳) آلیاژی را از مخلوط از دو فلز A و B می‌سازیم. اگر ۷۵ درصد جرم آلیاژ را فلز B و ۸۰ درصد حجم آلیاژ را فلز A تشکیل دهد، چگالی آلیاژ چند برابر چگالی فلز A است؟ (از تغییر حجم در اثر آلیاژ شدن صرف‌نظر کنید.)

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲)  $\frac{3}{75}$   
 (۳)  $\frac{4}{15}$   
 (۴)  $\frac{5}{16}$

پاسخ: گزینه ۱

اگر فرض کنیم جرم آلیاژ  $m$  و حجم آن  $V$  باشد چون در سوال گفته شده ۷۵ درصد جرم آلیاژ از فلز B است پس بقیه جرم یعنی ۲۵ درصد باقیمانده از فلز A است.

$$m_B = \frac{75}{100} m \Rightarrow m_B = \frac{3}{4} m \xrightarrow{A} m_A = \frac{1}{4} m$$

از طرفی چون ۸۰ درصد حجم آلیاژ از فلز A است، پس ۲۰ درصد آن از فلز B خواهد بود.

$$V_A = \frac{80}{100} V \Rightarrow V_A = \frac{4}{5} V \xrightarrow{\text{بقیه حجم فلز B می‌باشد}} V_B = \frac{1}{5} V$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_T}{\rho_A} = \frac{m_T}{m_A} \times \frac{V_A}{V_T} \Rightarrow \frac{\rho_T}{\rho_A} = \frac{m}{\frac{1}{4} m} \times \frac{\frac{4}{5} V}{V} = \frac{16}{5} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_T = \frac{3}{2} \rho_A$$



۱۴) وزن کره‌ای فلزی به شعاع ۱۰ سانتی‌متر ۲۴۵ نیوتون است. کدام گزینه در مورد این کره صحیح است؟

$$\left( \rho = 7 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg}, \pi = 3 \right)$$

۱) کره کاملاً توپر است.

۲) حفره‌ای به حجم ۵۰ سانتی‌متر مکعب در درون خود دارد.

۳) حفره‌ای به حجم ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب در درون خود دارد.

۴) حفره‌ای به حجم ۵۰۰ سانتی‌متر مکعب در درون خود دارد.

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا حجم کره را می‌یابیم:

$$\text{حجم کره} : V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

حال محاسبه می‌کنیم که اگر کره کاملاً توپر باشد وزن آن چند نیوتون می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7 \frac{g}{cm^3} = \frac{m}{4000 \text{ cm}^3} \Rightarrow m = 28000 \text{ g} \\ = 28000 \text{ g} \times \left( \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \right) = 28 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{وزن کره توپر} : W = mg = (28 \text{ kg}) \times \left( 10 \frac{N}{kg} \right) = 280 \text{ N}$$

از آنجایی که  $245 < 280$  است، بنابراین کره حتماً در درون خود، دارای حفره است. (رد گزینه ۱)

محاسبه حجم حفره:

$$W_{\text{کره}} = 245 \text{ N} \Rightarrow m_{\text{کره}} = \frac{245 \text{ N}}{10 \frac{N}{kg}} = 24.5 \text{ kg} = 24.5 \text{ kg} \times \left( \frac{1 \text{ g}}{10^{-3} \text{ kg}} \right)$$

$$= 24500 \text{ g} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} V_{\text{فلز}} = \frac{24500 \text{ g}}{7 \frac{g}{cm^3}} = 3500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{حجم حفره} = 4000 - 3500 = 500 \text{ cm}^3$$

۱۵) داخل مکعبی به ضلع  $10\text{cm}$  و جرم  $m$ ، یک حفره کروی به شعاع  $5\text{cm}$  وجود دارد. اگر حفره را با مایعی به چگالی  $2/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  پر کنیم، جرم مکعب نسبت به حالت قبل ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. چگالی ماده سازنده مکعب چند  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $12/5$

(۲)  $6/25$

(۳)  $2/5$

(۴)  $1/25$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا حجم حفره را محاسبه می‌کنیم.

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 125 = 500\text{cm}^3$$

چون جرم مایع  $0.2m$  است، پس می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow 0.2m = 2/5 \times 500 \Rightarrow m = 6250\text{g}$$

اکنون برای محاسبه حجم واقعی مکعب، ابتدا حجم ظاهری مکعب را محاسبه کرده و سپس حجم حفره را از آن کم می‌کنیم:

$$V_{\text{ظاهری}} (10)^3 = 1000\text{cm}^3$$

$$V_{\text{واقعی}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}} = 1000 - 500 = 500\text{cm}^3$$

در نهایت، می‌توانیم چگالی ماده سازنده مکعب را به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} = \frac{6250}{500} = 12/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱۶) مخلوطی از ۲ نوع مایع با چگالی‌های  $\rho_1$  و  $\rho_2$  درست شده است. اگر  $\frac{1}{3}$  حجم آن از مایعی با چگالی  $\rho_1$  بوده و  $\frac{2}{3}$  باقی‌مانده از مایعی با چگالی  $\rho_2$  باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام است؟ ( $\rho_1 \neq \rho_2$ )

(۱)  $\frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$

(۲)  $\frac{\rho_1 + 2\rho_1}{3}$

(۳)  $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 2\rho_2}$

(۴)  $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 2\rho_1}$

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه چگالی مخلوط می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_{\text{مخلوط}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{V_{\text{مخلوط}}}{3}\rho_1 + \frac{2V_{\text{مخلوط}}}{3}\rho_2}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۱۷) مقداری آب را در یخچال قرار می‌دهیم تا یخ بزند. اگر در اثر منجمد شدن، حجم آب  $200 \text{ cm}^3$  افزایش یابد، حجم آب پیش از یخ زدن چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟ ( $\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

۱۸۰۰ (۱)

۲۰۰۰ (۲)

۲۲۰۰ (۳)

۱۶۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

در اثر یخ زدن، جرم آب تغییر نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 1 \times V_{\text{آب}} = 0.9 \times V_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{آب}} = 0.9 V_{\text{یخ}}$$

از طرفی داریم:

$$V_{\text{یخ}} = V_{\text{آب}} + 200 \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 0.9 V_{\text{یخ}} + 200$$

$$\Rightarrow 0.1 V_{\text{یخ}} = 200 \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 2000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{آب}} = 0.9 \times 2000 \Rightarrow V_{\text{آب}} = 1800 \text{ cm}^3$$

۱۸) یک ظرف یک لیتری پُر از آب است. اگر یک قطعه نقره  $630 \text{ گرمی}$  را به آرامی درون ظرف بیندازیم، مقداری آب از ظرف سرریز می‌شود. اگر بعد از آن یک قطعه طلا هم حجم با قطعه نقره را نیز به آرامی درون ظرف بیندازیم، چند سانتی‌متر مکعب آب درون ظرف باقی‌مانده؟ ( $\rho_{\text{نقره}} = 10.5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $\rho_{\text{طلا}} = 19.3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )

۹۰۷ (۱)

۸۸۰ (۲)

۹۶۷ (۳)

۹۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

چون مقدار آب سرریز شده فقط به حجم جسم انداخته شده در آب بستگی دارد، بنابراین حجم آب سرریز شده در هر مرحله با هم برابر است و در نتیجه کل آب سرریز شده برابر است با دو برابر حجم آب سرریز شده در مرحله اول. بنابراین:

$$V_{\text{کل}} = 2 V_{\text{نقره}} = 2 \frac{m_{\text{نقره}}}{\rho_{\text{نقره}}} = 2 \times \frac{0.63}{10.5 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{کل}} = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \times \frac{(10^2 \text{ cm})^3}{(1\text{m})^3} = 120 \text{ cm}^3$$

بنابراین از یک لیتر آب موجود در ظرف  $120 \text{ cm}^3$  آن سرریز شده و  $880 \text{ cm}^3$  آب درون ظرف باقی مانده است.

۱۹) ربات چمن‌زنی که طول تیغه آن  $۲ft$  است با سرعت ثابت  $۱۸ \frac{km}{h}$  حرکت می‌کند. این ربات در چند دقیقه می‌تواند چمن زمین فوتبالی که طول آن  $۱۲۰m$  و عرض آن  $۶۰m$  متر است را کوتاه کند؟

$$(۱ft = ۱۲inch, ۱inch = ۲/۵cm)$$

۲۰ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا طول تیغه را برحسب متر به دست می‌آوریم:

$$\text{طول تیغه} = ۲ft \times \frac{۱۲inch}{۱ft} \times \frac{۲/۵cm}{۱inch} \times \frac{۱m}{۱۰۰cm} = ۰/۶m$$

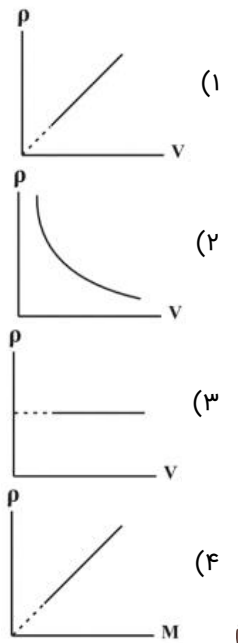
سرعت ربات را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v = ۱۸ \frac{km}{h} \times \frac{۱۰۰۰m}{۱km} \times \frac{۱h}{۳۶۰۰s} = ۵ \frac{m}{s}$$

اگر ربات بخواهد زمین را به صورت طولی طی کند می‌بایست به اندازه  $۱۰۰ = \frac{۶۰m}{۰/۶m}$  بار طول زمین را طی کند، در این حالت مسافتی که طی می‌کند برابر است با  $۱۲۰ \times ۱۰۰ = ۱۲۰۰۰m$  که مدت زمان طی این مسافت برابر است با:

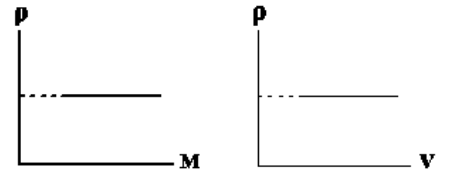
$$\text{مدت زمان} = \frac{۱۲۰۰۰m}{۵ \frac{m}{s}} = ۲۴۰۰s = ۴۰ \text{ min}$$

۲۰) اگر  $M$  بیانگر جرم،  $V$  بیانگر حجم و  $\rho$  بیانگر چگالی یک ماده معین باشد، در دمای ثابت کدام یک از نمودارهای زیر صحیح است؟



پاسخ: گزینه ۳

چگالی یک جسم از ویژگی‌های فیزیکی آن جسم است و در دمای ثابت به حجم و جرم آن بستگی ندارد. با توجه به این نکته، نمودار چگالی یک ماده معین بر حسب جرم و یا حجم به صورت یک خط افقی خواهد بود.



۲۱) ۶۰ گرم آب به چگالی  $\frac{1000}{cm^3} kg$  را با ۹۶ گرم از مایعی به چگالی  $\frac{1600}{cm^3} kg$  مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی مخلوط حاصل  $\frac{172}{cm^3} g$  باشد، پس از مخلوط شدن، حجم این دو مایع چه تغییری کرده است؟ (دما ثابت فرض شود و فرض کنید تغییر حجم در اثر یک واکنش شیمیایی بوده است.)

- (۱)  $1 cm^3$  - کاهش حجم  
 (۲)  $1 cm^3$  - افزایش حجم  
 (۳)  $10 cm^3$  - کاهش حجم  
 (۴)  $10 cm^3$  - افزایش حجم

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3} \xrightarrow{\div 1000} \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3} \\ \rho_{\text{مایع}} = 1600 \frac{kg}{m^3} \xrightarrow{\div 1000} \rho_{\text{مایع}} = 1.6 \frac{g}{cm^3} \end{cases}$$

ابتدا به کمک چگالی مخلوط، حجم مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مخلوط}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{مخلوط}} = \frac{60 + 96}{1.72} = 130 cm^3$$

حال حجم آب و مایع را قبل از مخلوط کردنشان با هم به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{60}{1} = 60 cm^3$$

$$V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{96}{1.6} = 60 cm^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{آب}} + V_{\text{مایع}} = 120 cm^3$$

با توجه به اعداد به دست آمده متوجه می‌شویم که بر اثر این اختلاط، حجم این دو مایع  $10 cm^3$  افزایش یافته است:

$$V_{\text{مخلوط}} - (V_{\text{آب}} + V_{\text{مایع}}) = 130 - (120) = 10 cm^3$$

۲۲) یک طلا ساز قصد دارد آلیاژی از ترکیب طلا و مقداری ناخالصی بسازد. اگر او بخواهد جرم کل آلیاژ ساخته شده برابر با  $92g$  و چگالی آن  $11/5 \frac{g}{cm^3}$  باشد، چند گرم طلا در ساخت این قطعه باید استفاده کند؟ (چگالی طلا و ماده ناخالصی را به ترتیب  $19 \frac{g}{cm^3}$  و  $7 \frac{g}{cm^3}$  در نظر بگیرید و تغییر حجم نداریم.)

(۱) ۳۵

(۲) ۳۰

(۳) ۶۲

(۴) ۵۷

پاسخ: گزینه ۴

اگر رابطه چگالی را برای این آلیاژ بنویسیم، داریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}}$$

$$\Rightarrow 11/5 = \frac{92}{V_{\text{آلیاژ}}} \Rightarrow V_{\text{آلیاژ}} = 8 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{طلا}} + V_{\text{ناخالصی}} = 8 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

از طرفی با استفاده از اصل پایستگی جرم داریم:

$$m_{\text{آلیاژ}} = m_{\text{ناخالصی}} + m_{\text{طلا}}$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} 92g = \rho_{\text{ناخالصی}} V_{\text{ناخالصی}} + \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}}$$

$$\Rightarrow 92g = 19 V_{\text{ناخالصی}} + 7 V_{\text{طلا}} \quad (2)$$

با حل این دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان حجم طلا را به دست آورد:

$$\begin{cases} V_{\text{ناخالصی}} + V_{\text{طلا}} = 8 \text{ cm}^3 \\ 19 V_{\text{ناخالصی}} + 7 V_{\text{طلا}} = 92g \end{cases}$$

$$\Rightarrow 12 V_{\text{طلا}} = 36 \Rightarrow V_{\text{طلا}} = 3 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{طلا}} = \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} = 19 \times 3 = 57g$$

۲۳) چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه  $V_A$  و  $V_B$ ، برابر  $0.75$  گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر  $600 \frac{g}{lit}$  و چگالی مایع B برابر  $800 \frac{g}{lit}$  باشد.  $V_A$  چند برابر  $V_B$  است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از رابطه تعیین چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{حجم کل}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\sum m}{\sum V} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\rho_A = 0.6 \frac{g}{cm^3}, \rho_B = 0.8 \frac{g}{cm^3} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{0.6V_A + 0.8V_B}{V_A + V_B}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.75 \frac{g}{cm^3} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{0.6V_A + 0.8V_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{0.6V_A + 0.8V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 15V_A + 15V_B = 12V_A + 16V_B$$

$$\Rightarrow 3V_A = V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{3}$$

توجه: یکای همه چگالی‌ها را یکسان و برحسب  $\frac{g}{cm^3}$  جایگزین کردیم

۲۴) طول یک جسم که توسط وسیله‌ای با دقت  $\frac{1}{1000}$  میلی‌متر اندازه‌گیری شده است، به صورت  $2.005 \text{ mm}$  گزارش شده است. اگر طول این جسم را توسط وسیله‌ای با دقت  $\frac{1}{10}$  میلی‌متر اندازه بگیریم، کدامیک از گزینه‌های زیر، مقدار گزارش شده توسط این اندازه‌گیری را بر حسب سانتی‌متر، به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) ۲/۰

(۲) ۲

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۲۰

پاسخ: گزینه ۴

کم‌ترین مقداری که می‌توان با یک وسیله اندازه گرفت، دقت اندازه‌گیری آن وسیله نامیده می‌شود. در حالت اول، دقت اندازه‌گیری برابر با  $\frac{1}{1000}$  میلی‌متر است و بنابراین عدد گزارش شده بر حسب میلی‌متر دارای سه رقم اعشار (تعداد صفرهای عدد ۱۰۰۰) می‌باشد.

دقت کنید اگر رقم سمت راست صفر بود، نمی‌توان آن را حذف کرد و باید حتماً آورده شود تا دقت اندازه‌گیری را به درستی نشان دهد.

در حالت دوم، دقت اندازه‌گیری برابر با  $\frac{1}{10}$  میلی‌متر است و بنابراین عدد گزارش شده باید بر حسب میلی‌متر دارای یک رقم اعشار باشد و به صورت  $2.0 \text{ mm}$  گزارش می‌شود. اما در صورت سؤال اندازه‌گیری بر حسب سانتی‌متر خواسته شده است و با توجه به این‌که هر سانتی‌متر برابر با  $10$  میلی‌متر (و در نتیجه هر میلی‌متر برابر با  $0.1$  سانتی‌متر) است، می‌توان نوشت:

$$2.0 \text{ mm} \xrightarrow{1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}} 2.0 \times 10^{-1} \text{ cm} = 0.20 \text{ cm}$$

نکته‌ی مهم در تبدیل واحدها این است که تعداد ارقام با معنی یک عدد در تبدیل واحدها نباید عوض شود.



۲۵) دو استوانه‌ی همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانه‌ی A توپر و استوانه‌ی B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانه‌ی B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی استوانه‌ی A چند برابر چگالی استوانه‌ی B است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به حجم استوانه‌ی توخالی و تعریف چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m_A=m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{\pi \left[ R^2 - \left( \frac{R}{2} \right)^2 \right] h}{\pi R^2 h} = \frac{3}{4}$$