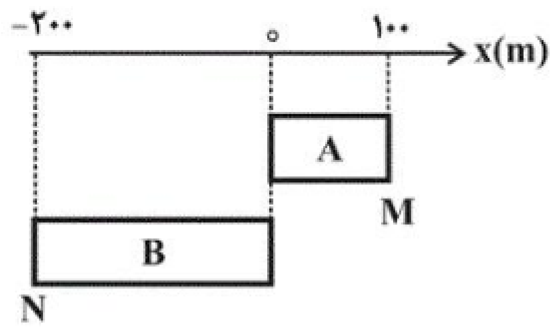
① قطار A به طول ۱۰۰ متر با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ در حال حرکت است و قطار B به طول ۲۰۰ متر روی ریل مجاور توقف کرده است. به محض آن که قطار A کاملاً از کنار آن عبور می‌کند، قطار B با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌دنبال قطارA شروع به حرکت می‌کند. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از کنار آن عبور می‌کند؟

۱) ۴۰   ۲) ۳۰   ۳) ۲۰   ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

مطابق شکل، هنگامی قطار B از قطار A کاملاً سبقت گرفته و از آن عبور می‌کند که نقطهٔ N به نقطهٔ M برسد.



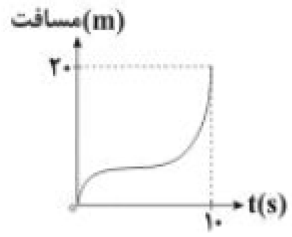
$$x_M = vt + x_0 \Rightarrow x_M = 20t + 100$$

$$x_N = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_N = \frac{1}{2} \times 2t^2 - 200 \Rightarrow x_N = t^2 - 200$$

$$x_M = x_N \Rightarrow 20t + 100 = t^2 - 200 \Rightarrow t^2 - 20t - 300 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 30)(t + 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 30s \\ t = -10s \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

۲ نمودار مسافت طی شده برحسب زمان متحرکی که در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای که در فاصله ۴ متری مبدأ حرکت است عوض شود، بردار سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیه اول حرکت در SI کدام است؟

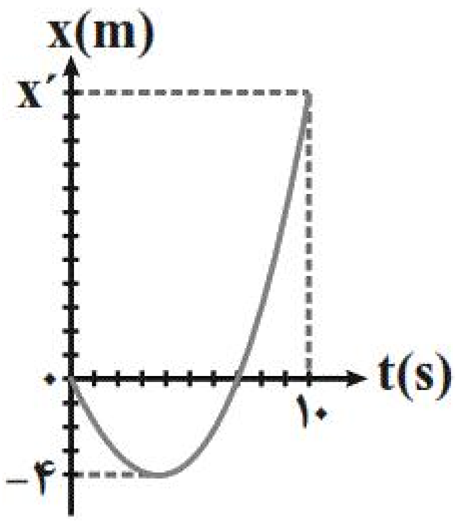


۱) $-۲\vec{i}$
۲) $۲\vec{i}$
۳) $۱/۲\vec{i}$
۴) $-۱/۲\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان برحسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.



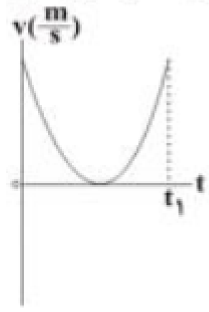
ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظه $t = ۱۰s$ را به‌دست می‌آوریم:

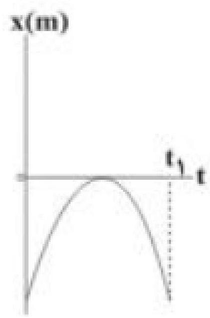
$l = ۲۰m \Rightarrow x' + ۲ \times ۴ = ۲۰ \Rightarrow x' = ۱۲m$

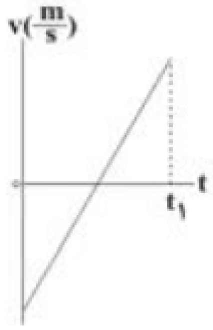
با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

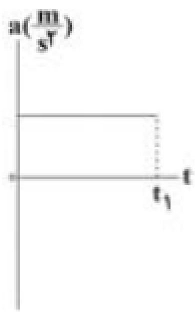
$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{۱۲-۰}{۱۰}\vec{i} = ۱/۲\vec{i}(\frac{m}{s})$

۳ متحرکی بر روی محورxها در حال حرکت است. در کدام‌یک از نمودارهای زیر الزاماً مسافت طی شده با بزرگی جابه‌جایی متحرک در t_1 ثانیه اول حرکت برابر است؟

۱) 

۲) 

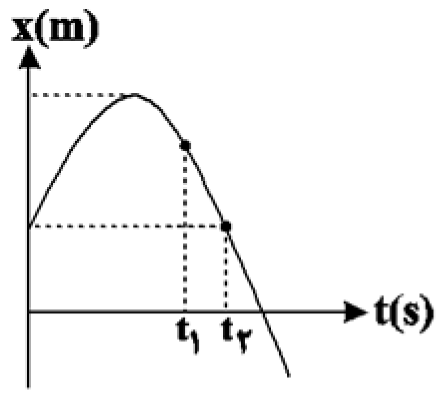
۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه ۱

در حرکت بر روی خط راست زمانی مسافت طی شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است که جهت حرکت متحرک (علامت سرعت) تغییر نکند. در گزینه‌های «۲» و «۳» جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و در مورد گزینه «۴» نیز برای تشخیص این‌که متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه نیاز به داشتن سرعت اولیه و اندازه شتاب و همچنین زمان t_1 داریم. بنابراین چون این موارد را نداریم نمی‌توان در مورد تغییر جهت متحرک اظهارنظر قطعی کرد. در گزینه «۱» متحرک پیوسته در جهت مثبت محورxها در حال حرکت است بنابراین جهت حرکت آن تغییر نمی‌کند و لذا بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر هستند.

۴) نمودار مکان برحسب زمان یک متحرک که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا t_1 برابر با s_{av} و v_{av} و تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا t_2 برابر با s'_{av} و v'_{av} باشد، در این‌صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مقایسه تندی متوسط و سرعت متوسط در این دو بازه زمانی صحیح است؟



۱) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$

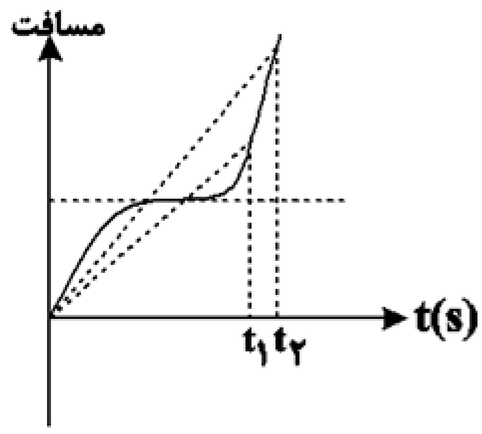
۲) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$

۳) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$

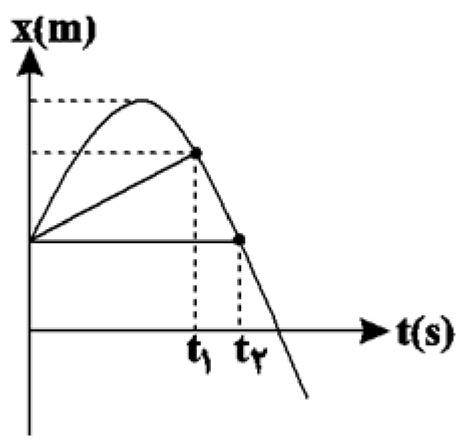
۴) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$

پاسخ: گزینه ۴

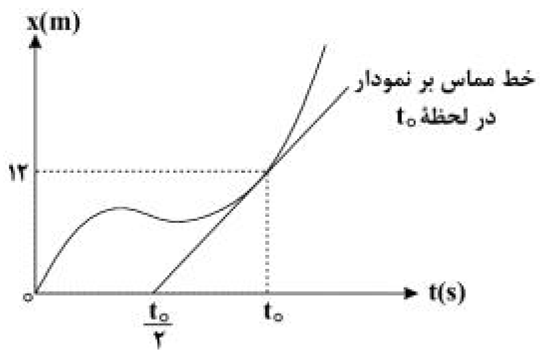
اگر نمودار مسافت برحسب زمان را رسم کنیم، شیب خطی که از مبدأ به لحظه t روی نمودار رسم می‌شود برابر با تندی متوسط است. از روی نمودار داریم: $s'_{av} > s_{av}$



از طرفی سرعت متوسط از لحظه ۰ تا t برابر با شیب خط از مبدأ زمان تا لحظه t روی نمودار x − t است که مطابق شکل داریم: $v_{av} > v'_{av}$



۵) در نمودار مکان – زمان شکل زیر، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در لحظه t_0 ، $2\frac{m}{s}$ بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در t_0 ثانیه اول حرکت باشد، t_0 برحسب ثانیه کدام است؟



۱) ۱۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۶

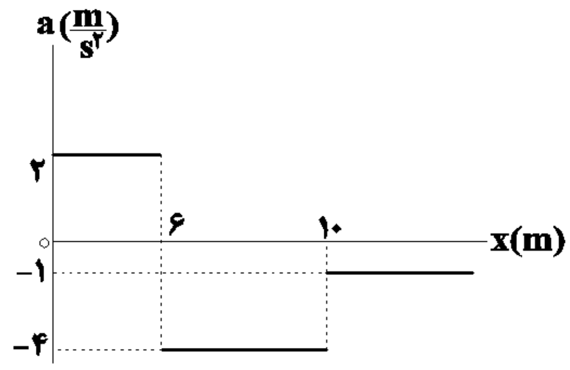
پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این‌که تندی لحظه‌ای متحرک در t_0 برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است، داریم:

$$\begin{cases} s_{\text{لحظه ای}} = \dfrac{12}{t_0-\dfrac{t_0}{2}} = \dfrac{24}{t_0} \\ v_{av} = \dfrac{12-0}{t_0-0} = \dfrac{12}{t_0} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{s_{\text{لحظه ای}} = v_{av}+2} \frac{24}{t_0} = \frac{12}{t_0} + 2 \Rightarrow t_0 = 6s$$

۶ نمودار شتاب – مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان با تندی $۴\frac{m}{s}$ در جهت محور x عبور کند، پس از چند متر جابه‌جایی، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟



۱) ۹۲
۲) ۱۱
۳) ۱۴
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متحرک را در مکان $x_۱ = ۶\,m$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_۱^۲ = v_۰^۲ + ۲a_۱\,\Delta x_۱ \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۶m\,,\,v_۰ = ۴\frac{m}{s}]{a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}} v_۱^۲ = ۱۶ + ۲(۲)(۶)$$

$$\Rightarrow v_۱ = \sqrt{۴۰}\,\frac{m}{s}$$

سپس سرعت متحرک را در مکان $x_۲ = ۱۰\,m$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲^۲ = v_۱^۲ + ۲a_۲\,\Delta x_۲ \xrightarrow[a_۲ = -۴\frac{m}{s^۲}\,,\Delta x_۲ = ۴m]{v_۱ = \sqrt{۴۰}\frac{m}{s}} v_۲^۲ = ۴۰ + ۲(-۴)(۴)$$

$$\Rightarrow v_۲ = \sqrt{۸}\,\frac{m}{s}$$

و در نهایت مکان تغییر جهت حرکت متحرک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v_۳^۲ = v_۲^۲ + ۲a_۳\Delta x_۳ \xrightarrow[a_۳ = -۱\frac{m}{s^۲}\,,\,v_۲ = \sqrt{۸}\frac{m}{s}]{v_۳ = ۰}$$

$$۰ = ۸ + ۲(-۱)(x - ۱۰) \Rightarrow x = ۱۴\,m$$

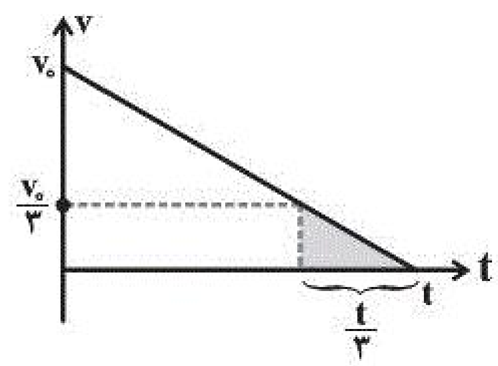
۷ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت v_0 در حرکت است. راننده با دیدن مانعی ترمز می‌کند و اتومبیل با شتاب ثابت پس از t ثانیه متوقف می‌شود. اگر این متحرک در مدت زمان $\frac{t}{3}$ انتهایی حرکت ۹ متر را طی کند، از لحظهٔ ترمز تا توقف کامل چند متر را می‌پیماید؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۷ ۳) ۵۴ ۴) ۸۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

نمودار v − t مربوط به اتومبیل را رسم می‌کنیم. سطح محصور بین نمودار و محور t بیانگر جابه‌جایی است. با توجه به تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظهٔ $\frac{2t}{3}$ برابر $\frac{v_0}{3}$ است. با توجه به شکل داریم:



$$\frac{1}{2} \times \frac{t}{3} \times \frac{v_0}{3} = 9m \Rightarrow \frac{1}{2}v_0 t = 81m$$

بنابراین جابه‌جایی کل از لحظهٔ ترمز تا توقف کامل برابر است با: $S = \frac{1}{2}v_0 t = 81m$

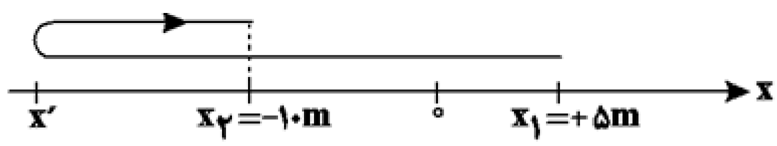
راه دوم: اگر حرکت اتومبیل را از انتها به ابتدا فرض کنیم در این صورت اتومبیل با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از $\frac{t}{3}$ به‌اندازهٔ ۹ متر جابه‌جا می‌شود. با توجه به رابطهٔ مکان − زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 , \Delta x' = \frac{1}{2}a\left(\frac{t}{3}\right)^2 \xrightarrow{\Delta x'=9m} \frac{\Delta x}{9} = \frac{t^2}{\left(\frac{t}{3}\right)^2} \Rightarrow \Delta x = 81m$$

⑧ متحرکی در لحظه t_1 از مکان $x_1 = +5m$ در جهت منفی محور xها شروع به حرکت می‌کند و در لحظه t_2 در مکان $x_2 = -10m$ متوقف می‌شود. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 مسافت طی‌شده توسط متحرک، ۲/۴ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک‌بار تغییر کرده است.)

۱) ۲۰/۵ **۲)** ۱۹ **۳)** ۲۵/۵ **۴)** ۱۸

پاسخ: گزینه ۳



ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\ell}{|\Delta x|} = ۲/۴ \xrightarrow{|\Delta x| = |-۱۰-۵| = ۱۵m} \ell = ۲/۴ \times ۱۵$$

$$\Rightarrow \ell = ۳۶m$$

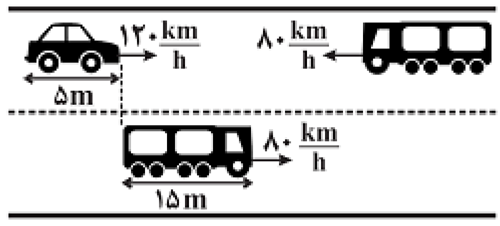
با توجه به نمودار بالا، مسافت طی‌شده برابر با مجموع اندازه‌های جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی است که جهت حرکت آن تغییر نکرده است.

$$\ell = |x' - x_1| + |x_2 - x'| \xrightarrow[\ell=۳۶m,\ x_1=+۵m,\ x_2=-۱۰m]{x'-x_1<۰,\ x_2-x'>۰}$$

$$۳۶ = ۵ - x' - ۱۰ - x' \Rightarrow x' = \frac{-۴۱}{۲} = -۲۰/۵m$$

بیش‌ترین فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت $\Rightarrow ۲۰/۵ + ۵ = ۲۵/۵m$

⑨ در یک جادهٔ دو طرفهٔ مستقیم، اتوبوس‌ها با تندی $۸۰\frac{km}{h}$ و خودروهای سواری با تندی $۱۲۰\frac{km}{h}$ در حال حرکت هستند. اگر مطابق شکل زیر، رانندهٔ خودروی سواری قصد سبقت گرفتن از اتوبوس را داشته باشد، کمترین فاصلهٔ بین خودرو تا اتوبوس مقابل آن چند متر باشد تا تصادفی رخ ندهد؟



۱) ۱۰۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۵۰
۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

خودروی سواری برای سبقت گرفتن کامل از اتوبوس باید در حین حرکت، مسافتی به اندازهٔ مجموع طول خودرو و اتوبوس را بیش‌تر از اتوبوس طی کند $(۱۵ + ۵ = ۲۰m)$. اگر عقب خودرو را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، و معادلهٔ حرکت را برای عقب خودرو و جلوی اتوبوس بنویسیم، داریم:

$$x_c = v_c t + x_{\circ c} \Rightarrow x_c = ۱۲۰t$$

$$x_b = v_b t + x_{\circ_b} \Rightarrow x_b = ۸۰t + ۰/۰۲$$

$$x_c = x_b \Rightarrow ۱۲۰t = ۸۰t + ۰/۰۲ \Rightarrow t = \frac{۱}{۲۰۰۰}h$$

مسافتی که اتوبوس مقابل در این مدت طی می‌کند، برابر است با:

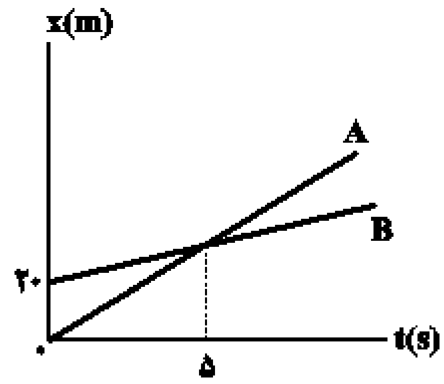
$$L = ۸۰ \times \frac{۱}{۲۰۰۰} = ۰/۰۴km = ۴۰m$$

همچنین مسافتی که خودروی سواری در این مدت طی می‌کند، برابر است با:

$$L' = ۱۲۰ \times \frac{۱}{۲۰۰۰} = ۰/۰۶km = ۶۰m$$

بنابراین کمترین فاصلهٔ لازم بین خودروی سواری و اتوبوس مقابل آن، باید برابر $۶۰ + ۴۰ = ۱۰۰m$ باشد.

۱۰ نمودار مکان − زمان حرکت دو متحرک A و B مطابق شکل مقابل است. در چه لحظاتی برحسب ثانیه، فاصله بین دو متحرک برابر با ۱۲m می‌شود؟

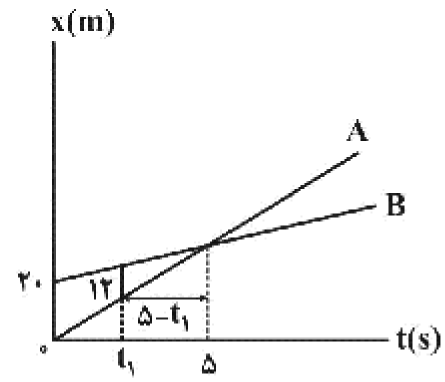


۱) ۳ و ۸
۲) ۲ و ۷
۳) ۳ و ۷
۴) ۲ و ۸

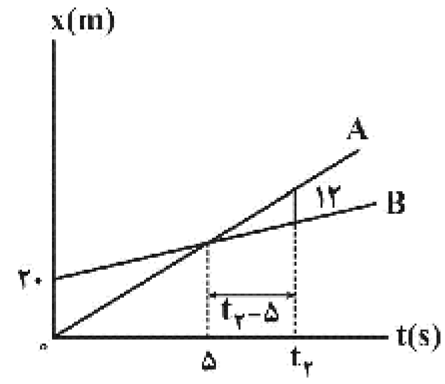
پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

دو متحرک ابتدا به یکدیگر نزدیک و سپس از هم دور می‌شوند. با توجه به این‌که فاصله اولیه بین آن‌ها ۲۰m است، بنابراین یک بار قبل از t = ۵s و بار دیگر پس از t = ۵s فاصله بین آن‌ها به ۱۲ متر می‌رسد.



تشابه: $\frac{۱۲}{۵-t_۱} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow t_۱ = ۲s$



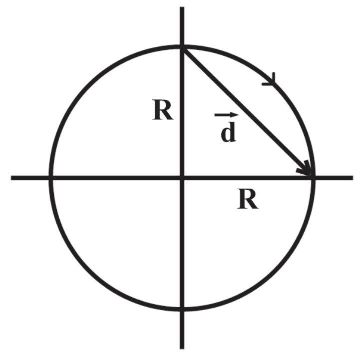
تشابه : $\frac{۱۲}{t_۲-۵} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow t_۲ = ۸s$

۱۱ متحرکی با تندی ثابت v، محیط دایره‌ای به شعاع R را می‌پیماید. v چند متر بر ثانیه باشد تا متحرک با سرعت متوسط $۵\sqrt{۲}\frac{m}{s}$، ربع محیط دایره را طی مدت زمان ۲s طی کند؟

۱) ۵π **۲)** $۵\sqrt{۲}$ **۳)** $۲/۵\pi$ **۴)** $۲/۵\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۳

زمانی که متحرک ربع محیط دایره را می‌پیماید، اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر است با:



$$d = \sqrt{R^{۲} + R^{۲}} \Rightarrow d = R\sqrt{۲}$$

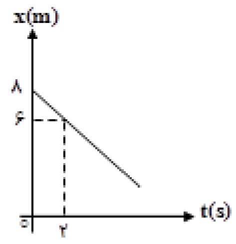
بنابراین طبق تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow ۵\sqrt{۲} = \frac{R\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow R = ۱۰m$$

با توجه به این‌که متحرک با تندی ثابت روی محیط دایره حرکت می‌کند، تندی متوسط و لحظه‌ای آن با هم برابر است و داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\frac{۱}{۴}۲\pi R}{۲} \xrightarrow{R=۱۰m} v_{av} = \frac{\pi \times ۱۰}{۴} = ۲/۵\pi\frac{m}{s}$$

۱۲) نمودار مکان − زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم در حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. این متحرک چند ثانیه پس از لحظه‌ی $t = ۰$ در فاصله‌ی ۱۰ متری از مبدأ مکان قرار می‌گیرد؟



۱) ۱۸
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) متحرک در هیچ لحظه‌ای در فاصله‌ی ۱۰ متری مبدأ مکان قرار نمی‌گیرد.

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله‌ی حرکت جسم را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} x = vt + x_۰ \\ \xrightarrow[x_۱=۸m]{t=۰} ۸ = ۰ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۸m \\ \xrightarrow[x_۲=۶m]{t=۲s\ ,\ x_۰=۸m} ۶ = ۲v + ۸ \Rightarrow v = -۱\frac{m}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow x = -t + ۸$$

برای این‌که بعد از لحظه‌ی $t = ۰$ جسم در فاصله‌ی ۱۰ متری مبدأ مکان قرار بگیرد لازم است در مکان $x = -۱۰\,m$ باشد، بنابراین:

$$x = -t + ۸ \xrightarrow{x=-۱۰m} -۱۰ = -t + ۸ \Rightarrow t = ۱۸s$$

۱۳) متحرک A با سرعت ثابت با اندازه ۲v و متحرک B با سرعت ثابت با اندازه ۳v در مسیری مستقیم و از فاصله‌ی ۸۰۰ متری به طرف یک‌دیگر شروع به حرکت می‌کنند و بعد از ۴ ثانیه به هم می‌رسند و سپس به مسیر خود ادامه می‌دهند. چند ثانیه پس از شروع حرکت، متحرک A ، فاصله‌ی اولیه بین دو متحرک را طی می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا سرعت متحرک A را حساب می‌کنیم. چون سرعت دو متحرک ثابت و مجموع جابه‌جایی آن‌ها برابر با ۸۰۰m است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_A + \Delta x_B = ۸۰۰m \xrightarrow{\Delta x=vt} v_A t + v_B t = ۸۰۰m$$
$$\xrightarrow{v_A=۲v\ ,\ v_B=۳v\ ,\ t=۴s} ۲v \times ۴ + ۳v \times ۴ = ۸۰۰$$
$$\Rightarrow ۲۰v = ۸۰۰ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s}$$

اکنون باید مدت زمانی که متحرک A فاصله‌ی ۸۰۰ متری اولیه‌ی بین A تا B را طی می‌کند، به‌دست آوریم:

$$\Delta x = v_A t_A \xrightarrow{v_A=۲v=۲\times۴۰=۸۰\frac{m}{s}} ۸۰۰ = ۸۰t_A \Rightarrow t_A = ۱۰s$$

۱۴) فاصله‌ی زمین تا نزدیک‌ترین ستاره $۶۴۸ \times ۱۰^{۹} km$ می‌باشد. اگر سرعت نور $۳ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s}$ باشد، چه مدت طول می‌کشد تا نوری از این ستاره به کره‌ی زمین برسد؟

۱) یک ماه **۲)** ۶ روز **۳)** ۲۵ روز **۴)** ۲۰ روز

پاسخ: گزینه ۳

مدت زمانی که طول می‌کشد تا نور به زمین برسد را ابتدا برحسب ثانیه می‌یابیم:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{۶۴۸ \times ۱۰^{۹} \times ۱۰^{۳} m}{۳ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s}} = ۲۱۶ \times ۱۰^{۴} s$$

حال این مقدار زمان به‌دست آمده را به روز تبدیل می‌کنیم می‌دانیم، هر ساعت ۳۶۰۰s می‌باشد، پس:

$$\text{تعداد روزها} = \frac{۲۱۶ \times ۱۰^{۴}}{۲۴ \times ۳۶۰۰} = \frac{۱۸ \times ۱۰^{۲}}{۲ \times ۳۶} = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵ \ \text{روز}$$

۱۵) اتومبیل A با سرعت ثابت $۵۰ \frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم از مکانی شروع به حرکت می‌کند. اگر اتومبیل B پس از دو ساعت از همان مکان با سرعت ثابت $۶۰ \frac{km}{h}$ به دنبال اتومبیل A شروع به حرکت کند، اتومبیل B چند ساعت پس از شروع حرکت خود، به اتومبیل A می‌رسد؟

۱) ۱۰ **۲)** ۷ **۳)** ۳ **۴)** ۱

پاسخ: گزینه ۲

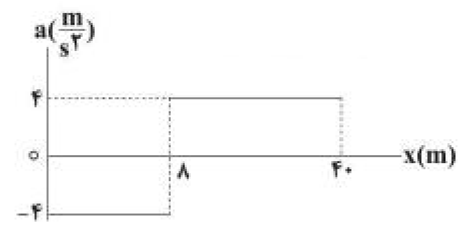
در لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، مکان آن‌ها با یک‌دیگر برابر است و می‌توان نوشت: $x_A = x_B$

و چون هر دو متحرک از یک نقطه حرکت کرده‌اند، پس جابه‌جایی آن‌ها نیز با هم برابر است، بنابراین داریم: $\Delta x_A = \Delta x_B$

$$\Rightarrow v_A t_A = v_B t_B \xrightarrow{t_A = t_B + ۲}$$

$$۵۰ \times (t_B + ۲) = ۶۰ \times t_B \Rightarrow t_B = ۱۰h$$

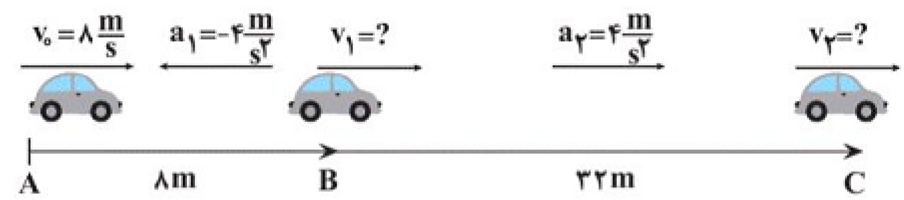
۱۶) نمودار شتاب – مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه $t = ۰$ از مبدأ مکان با سرعت $۸\frac{m}{s}$ عبور کند، سرعت متوسط آن در بازه‌ای که حرکت آن تندشونده است، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۶
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

حرکت متحرک مطابق شکل زیر است:



ابتدا معادله سرعت جابه‌جایی را برای مسیر AB می‌نویسیم و v_1 را به‌دست

می‌آوریم: $v_1^۲ - v_۰^۲ = ۲a_1 \Delta x_1 \Rightarrow v_1^۲ - ۸^۲ = ۲(-۴)(۸)$

$\Rightarrow v_1 = ۰$

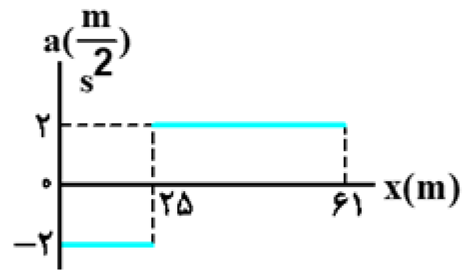
همین کار را برای مسیر BC انجام می‌دهیم:

$v_۲^۲ - v_1^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲(۴)(۳۲) \Rightarrow v_۲ = ۱۶\frac{m}{s}$

از آن‌جایی که فقط در مسیر BC حرکت تندشونده است، داریم:

$v_{av} = \frac{v_1 + v_۲}{۲} = \frac{۰+۱۶}{۲} = ۸\frac{m}{s}$

۱۷) نمودار شتاب- مکان متحرکی که روی محور xحرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان با سرعت ۱۰ m/s عبور کند، سرعت آن در مکان $x = 61\,m$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۴
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از معادله سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، ابتدا سرعت متحرک را در مکان $x_1 = 25\,m$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 25\,m,\ a_1 = -2\ m/s^2,\ v_0 = 10\ m/s}$$

$$v_1^2 - 10^2 = -2 \times 2 \times 25 \Rightarrow v_1 = 0$$

با استفاده مجدد از معادله سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متحرک را در مکان $x_2 = 61\,m$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2\Delta x' \xrightarrow[a_2 = 2\ m/s^2,\ v_1 = 0]{\Delta x' = 61 - 25 = 36\ m}$$

$$v_2^2 = 2 \times 2 \times 36 \Rightarrow v_2 = 12\,m/s$$

۱۸) متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. اگر این متحرک با تندی‌های $8\frac{m}{s}$ و $20\frac{m}{s}$ به ترتیب از مکان‌های ۱۲m و ۹۶m عبور کند، در چند متری از مبدأ مکان، تندی متحرک برابر با $12\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۲ ۳) ۲۰ ۴) ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

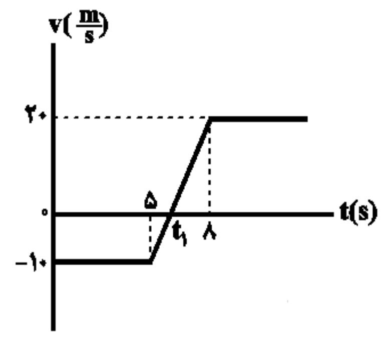
گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت، با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی، می‌توان نوشت:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_2 - x_1} = \frac{v_3^2 - v_1^2}{x_3 - x_1} \Rightarrow \frac{20^2 - 8^2}{96 - 12} = \frac{12^2 - 8^2}{x_3 - 12} \Rightarrow x_3 = 32m$$

۱۹ نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت است، به‌صورت شکل زیر می‌باشد. چند ثانیه پس از شروع حرکت، متحرک دوباره به محل آغاز حرکت باز می‌گردد؟



۱) ۱۲
۲) ۷/۵
۳) ۹/۷۵
۴) ۱۱/۵

پاسخ: گزینه ۳

هرگاه متحرک دوباره به محل آغاز حرکت باز گردد، یعنی جابه‌جایی آن صفر است. از طرفی سطح محصور بین نمودار v - t و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. ابتدا لحظه t_1 را به کمک تشابه مثلثاتی به‌دست می‌آوریم، داریم:

$\frac{t_1 - ۵}{۱۰} = \frac{۸ - t_1}{۲۰} \Rightarrow ۲t_1 - ۱۰ = ۸ - t_1 \Rightarrow ۳t_1 = ۱۸$

$\Rightarrow t_1 = ۶s$

در بازه زمانی صفر تا ۶s جابه‌جایی متحرک منفی و برابر است با:

$|\Delta x_1| = S_1 = \frac{۱}{۲} \times (۶ + ۵) \times ۱۰ = ۵۵m$

$\Rightarrow \Delta x_1 = -۵۵m$

بنابراین متحرک باید بعد از لحظه $t_1 = ۶s$، ۵۵m جابه‌جایی مثبت داشته باشد تا کل جابه‌جایی متحرک صفر شود. دقت کنید در بازه زمانی ۶s تا ۸s جابه‌جایی برابر است با:

$S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۰ = ۲۰m$

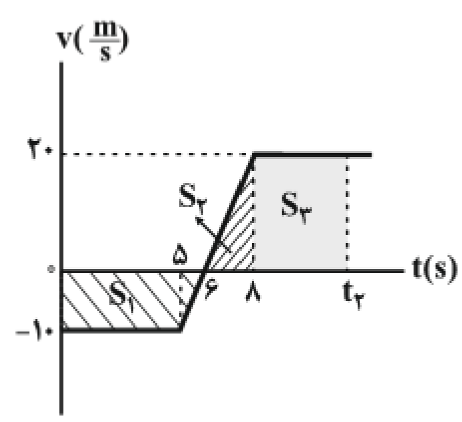
در نتیجه، لحظه مورد نظر ما بعد از $t = ۸s$ قرار دارد. داریم:

$\Delta x = ۰ \Rightarrow -S_1 + S_۲ + S_۳ = ۰ \Rightarrow -۵۵ + ۲۰ + S_۳$

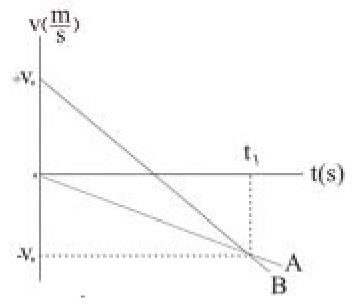
$\Rightarrow S_۳ = ۳۵m$

$S_۳ = (t_۲ - ۸) \times ۲۰ = ۳۵ \Rightarrow t_۲ - ۸ = \frac{۳۵}{۲۰}$

$\Rightarrow t_۲ = ۹/۷۵s$



۲۰) نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B، که در امتداد خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد مقایسه بین بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط این دو متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 صحیح است؟



۱) $|v_{av,A}| > |v_{av,B}|$ ، $s_{av,A} = s_{av,B}$

۲) $|v_{av,A}| > |v_{av,B}|$ ، $s_{av,A} < s_{av,B}$

۳) $|v_{av,A}| = |v_{av,B}|$ ، $s_{av,A} < s_{av,B}$

۴) $|v_{av,A}| = |v_{av,B}|$ ، $s_{av,A} = s_{av,B}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه«۱»

مقایسه سرعت متوسط:

با توجه به نمودار سرعت – زمان این دو متحرک، سرعت متحرک‌ها با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودارهای سرعت – زمان ثابت است. بنابراین حرکت این دو متحرک با شتاب ثابت است؛ پس برای پیدا کردن v_{av} می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v_0+v}{2}$ استفاده کرد:

$$\left.\begin{array}{l} \text{A متحرک} : V_{av} = \frac{0-v_0}{2} = \frac{-v_0}{2} \\ \text{B متحرک} : V_{av} = \frac{v_0-v_0}{2} = 0 \end{array}\right\} |V_{av,A}| > |V_{av,B}|$$

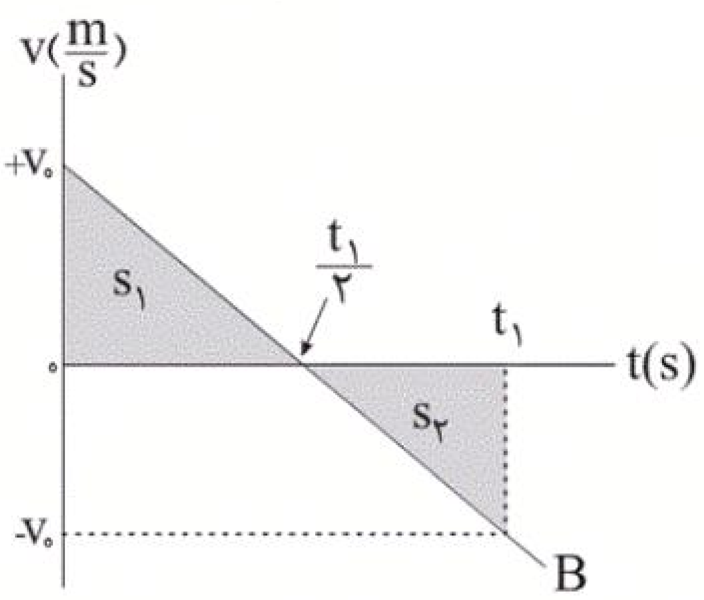
مقایسه تندی متوسط:

چون متحرک A در بازه زمانی ۰ تا t_1 تغییر جهت نمی‌دهد، تندی متوسط آن با اندازه سرعت متوسط آن برابر است، یعنی:

$$S_{av,A} = |V_{av,A}| = \frac{v_0}{2}$$

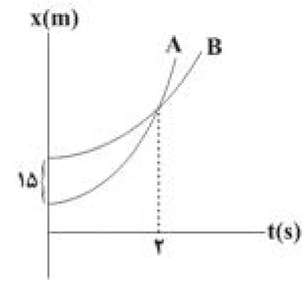
متحرکBدر لحظه $\frac{t_1}{2}$ (با توجه به تقارن نمودار سرعت – زمان متحرک B)، تغییر جهت می‌دهد. (محور زمان را قطع کرده است و علامت سرعت آن تغییر کرده است). در نتیجه مسافت طی شده توسط این متحرک، برابر است با:

$$\ell_B = s_1 + s_2 = \frac{v_0 \times \frac{t_1}{2}}{2} + \frac{v_0 \times \frac{t_1}{2}}{2} = \frac{v_0 t_1}{2}$$



$S_{av,B} = \frac{\ell_B}{\Delta t} = \frac{\frac{v_\circ t_۱}{۲}}{t_۱} = \frac{v_\circ}{۲} \Rightarrow S_{av,B} = S_{av,A}$

۲۱ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که با شتاب ثابت، هم‌زمان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اختلاف اندازه سرعت دو متحرک $۱۲\frac{m}{s}$ می‌شود؟



۱) ۲/۵
۲) ۰/۸
۳) ۲
۴) ۱/۶

پاسخ: گزینه ۴

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[v_{\circ B}=\circ]{v_{\circ A}=\circ} \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + x_{\circ A} \\ x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + x_{\circ B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x_A = x_B]{t=۲s} \frac{۱}{۲}a_A \times ۲^۲ + x_{\circ A} = \frac{۱}{۲}a_B \times ۲^۲ + x_{\circ B}$$

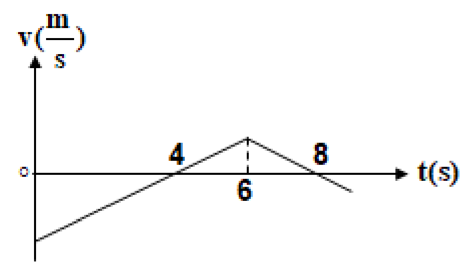
$$\xrightarrow{x_{\circ B} - x_{\circ A} = ۱۵m} ۲(a_A - a_B) = ۱۵$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲} \xrightarrow{v=at+v_\circ, v_{\circ A}=v_{\circ B}=\circ} \begin{cases} v_A = a_A t \\ v_B = a_B t \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = (a_A - a_B)t \xrightarrow[v_A - v_B = ۱۲\frac{m}{s}]{a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲}} ۱۲ = \frac{۱۵}{۲}t$$

$$\Rightarrow t = \frac{۲۴}{۱۵} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶\,s$$

۲۲) اتومبیلی در مسیری مستقیم حرکت می‌کند و نمودار اعدادی که سرعت‌سنج آن بر حسب زمان نشان می‌دهد، مطابق شکل زیر است، کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟



۱) در لحظه‌ی $t = ۶s$، جهت حرکت اتومبیل تغییر می‌کند.

۲) در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۶s، متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

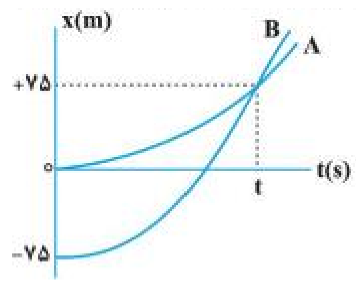
۳) در بازه‌ی زمانی ۶s تا ۸s متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۴) در لحظه‌ی ۴s، اتومبیل توقف لحظه‌ای داشته است.

پاسخ: گزینه ۴

سرعت‌سنج اتومبیل، سرعت لحظه‌ای آن‌را نشان می‌دهد. زمانی‌که سرعت اتومبیل مثبت است، اتومبیل در جهت مثبت محور و زمانی که سرعت اتومبیل منفی است، اتومبیل در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین در لحظه‌های ۴s و ۸s، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و در لحظه‌های۴s و ۸s، چون سرعت لحظه‌ای صفر شده است، بنابراین اتومبیل توقف لحظه‌ای داشته است.

۲۳) نمودار مکان – زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به‌صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $۱/۵ \frac{m}{s^۲}$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۲

۳) ۳

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲

گزینه۲

مطابق نمودار در لحظه t متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد. شیب نمودار مکان – زمان برای هر دو متحرک A و B در لحظه $t = ۰$ برابر صفر است؛ پس سرعت اولیه دو متحرک برابر صفر است. با استفاده از رابطه مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \begin{cases} \xrightarrow[v_{۰A}=۰]{\Delta x_A = ۷۵\ m} ۷۵ = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ \ (۱) \\ \xrightarrow[v_{۰B}=۰]{\Delta x_B = ۷۵-(-۷۵)=۱۵۰\ m} ۱۵۰ = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ \ (۲) \end{cases}$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{۱۵۰}{۷۵} = \frac{\frac{۱}{۲}a_B t^۲}{\frac{۱}{۲}a_A t^۲} \Rightarrow ۲ = \frac{a_B}{a_A} (۳)$$

مطابق معادله سرعت – زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_۰ \begin{cases} \xrightarrow{v_{۰A}=۰} v_A = a_A t (۴) \\ \xrightarrow{v_{۰B}=۰} v_B = a_B t (۵) \end{cases}$$

$$(۴) , (۵) \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{a_B t}{a_A t} = \frac{a_B}{a_A} \xrightarrow{(۳)} \frac{v_B}{v_A} = ۲$$

راه دوم: با استفاده از رابطه مستقل از شتاب داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \begin{cases} \xrightarrow[v_{۰A}=۰]{\Delta x_A = ۷۵m} \frac{۷۵}{\Delta t_A} = \frac{۰ + v_A}{۲} \\ \xrightarrow[v_{۰B}=۰]{\Delta x_B = ۱۵۰m} \frac{۱۵۰}{\Delta t_B} = \frac{۰ + v_B}{۲} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B} \frac{v_A}{v_B} = \frac{۱}{۲}$$

۲۴) دو متحرک A و B در مسیری مستقیم به ترتیب با شتاب ثابت با اندازه ی $۱/۲\frac{m}{s^۲}$ و $۰/۸\frac{m}{s^۲}$ به سمت یکدیگر به صورت تند شونده در حال حرکت هستند. اگر در فاصله ی ۳۰ متری از هم به ترتیب دارای تندی های

$۱/۶\frac{m}{s}$ و $۲/۴\frac{m}{s}$ باشند، پس از چند ثانیه دوباره فاصله ی آن ها از یکدیگر برابر با ۳۰m می شود؟

۱) ۱۰ **۲)** ۴ **۳)** ۶ **۴)** ۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳

مبدا مکان را محل اولیه ی متحرک A و جهت مثبت را در جهت حرکت آن در نظر می گیریم.معادله های مکان - زمان حرکت دو متحرک A و B برابر است با:

$x_A = \frac{۱}{۲}a_A + v_{\circ_A}t + x_{\circ_A} \Rightarrow x_A = \frac{۱}{۲} \times ۱/۲\ t^۲ + ۱/۶t + \circ$

$\Rightarrow x_A = \circ/۶t^۲ + ۱/۶t$

$\Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{\circ B}t + x_{\circ_B}$

$\Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲} \times (-\circ/۸)t^۲ + (-۲/۴)t + ۳\circ$

$\Rightarrow x_B = -\circ/۴t^۲ - ۲/۴t + ۳\circ$

زمانی برای دومین بار فاصله ی دومتحرک برابر با ۳۰m می شود که دو متحرک از کنار هم عبور می کنند و در حال دور شدن از یکدیگر باشند. بنابراین داریم:

$x_A - x_B = ۳\circ m \Rightarrow \circ/۶t^۲ + ۱/۶t - \left(-\circ/۴t^۲ - ۲/۴t + ۳\circ\right) = ۳\circ$

$\Rightarrow t^۲ + ۴t - ۶\circ = \circ \begin{cases} t = -۱\circ s & \text{غ.ق.ق} \\ t = ۶s & \text{ق.ق} \end{cases}$

۲۵) متحرکی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که ناگهان ترمز می‌کند و با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه دوم و چهارم بعد از ترمزکردن به‌ترتیب ۱۲ متر و ۴ متر باشد، کل جابه‌جایی متحرک از لحظه ترمز گرفتن تا لحظه توقف چند متر است؟

۱) ۴۰/۵ **۲)** ۹۱ **۳)** ۵۰ **۴)** ۲۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی در ثانیه nام برابر با $\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_\circ$ می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\Delta x_۴ - \Delta x_۲ = ۴ - ۱۲ = a(۴-۲) \Rightarrow -۸ = ۲a \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_\circ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۲ = ۱/۵(-۴) + v_\circ$$

$$\Rightarrow v_\circ = ۱۸\frac{m}{s}$$

$$|\Delta x| = \left|\frac{v_\circ^۲}{۲a}\right| = \left|\frac{۱۸^۲}{۲\times(-۴)}\right| = ۴\circ/۵m$$

(۲۶) خودروهای A و B به‌ترتیب با سرعت‌های $v_A = ۲۱۶\frac{km}{h}$ و $v_B = ۱۸\frac{km}{h}$ در یک جهت بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت می‌باشند. در لحظه‌ای که فاصله دو خودرو از یکدیگر ۱۷۶ متر می‌باشد، راننده خودرو A، خودروی B را در جلوی خود می‌بیند و ۱ ثانیه طول می‌کشد تا عکس‌العمل نشان داده و ترمز کند. حداقل اندازه شتاب ترمز لازم برحسب $\frac{m}{s^۲}$ برای اینکه خودروی A به خودروی B برخورد نکند، در کدام گزینه آمده است؟

۱) ۱۱/۵ **۲)** ۱۲/۵ **۳)** ۱۲ **۴)** ۱۱/۶

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جابه‌جایی هر کدام از اتومبیل‌ها در مدت ۱ ثانیه را بررسی می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} A : v_A = ۲۱۶\frac{km}{h} = ۶۰\frac{m}{s} \\ B : v_B = ۱۸\frac{km}{h} = ۵\frac{m}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta x_A = v_A \times ۱ = ۶۰m \\ \Delta x_B = v_B \times ۱ = ۵m \end{array}\right.$$

در نتیجه، بعد از گذشت ۱ ثانیه، دو اتومبیل به اندازه ۵۵ متر به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

فاصله دو اتومبیل در لحظه ترمز گرفتن $= ۱۷۶ - ۵۵ = ۱۲۱m$

معادله حرکت دو اتومبیل را می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۶۰t$$

$$x_B = ۵t + ۱۲۱$$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، معادله $x_A = x_B$ نباید ریشه حقیقی داشته باشد، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲ + ۶۰t = ۵t + ۱۲۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲ + ۵۵t - ۱۲۱ = ۰$$

$$\xrightarrow{\Delta<۰} (۵۵)^۲ - ۴ \times \frac{۱}{۲}a \times (-۱۲۱) < ۰$$

$$\Rightarrow -۲a \times ۱۲۱ > (۵۵)^۲$$

$$\Rightarrow a < -\frac{۳۰۲۵}{۲\times۱۲۱} \Rightarrow a < -۱۲/۵\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a| > ۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

حتی به اندازه ε هم بزرگتر باشد، مورد قبول است. در جواب هم همان $۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$ باید انتخاب گردد.

۲۷ دو متحرک A و B با شتاب‌های ثابت $a_A > 0$ و $a_B > 0$ به‌ترتیب با تندی‌های اولیه $v_A = 2\frac{m}{s}$ و $v_B = 6\frac{m}{s}$ در مبدأ زمان از مبدأ مکان و در جهت مثبت محور x عبور می‌کنند. اگر متحرک A در لحظه $t = 12s$ از متحرک B سبقت بگیرد، فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه $t = 24s$ چند متر است؟

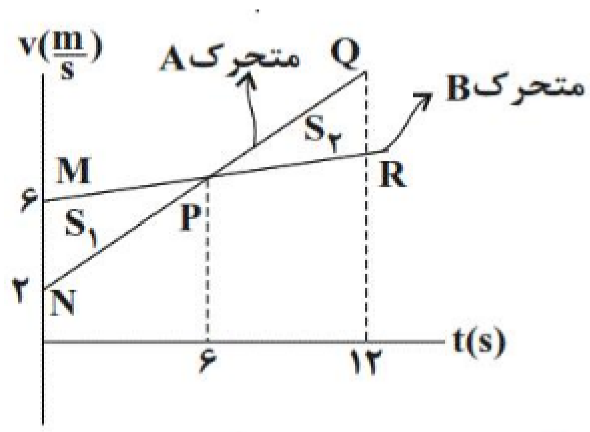
۱) ۱۰۸ ۲) ۹۶ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

نمودار سرعت – زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم؛ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین مطابق شکل زیردر لحظه‌ای که متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد، $S_1 = S_2$ است. از مثلث‌های $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{PQR}$ که با یکدیگر مشابه هستند پس در لحظه $t = 6s$ تندی دو متحرک با یکدیگر برابر می‌شود، در ۱۲ ثانیه اول حرکت، حداکثر فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر است با:

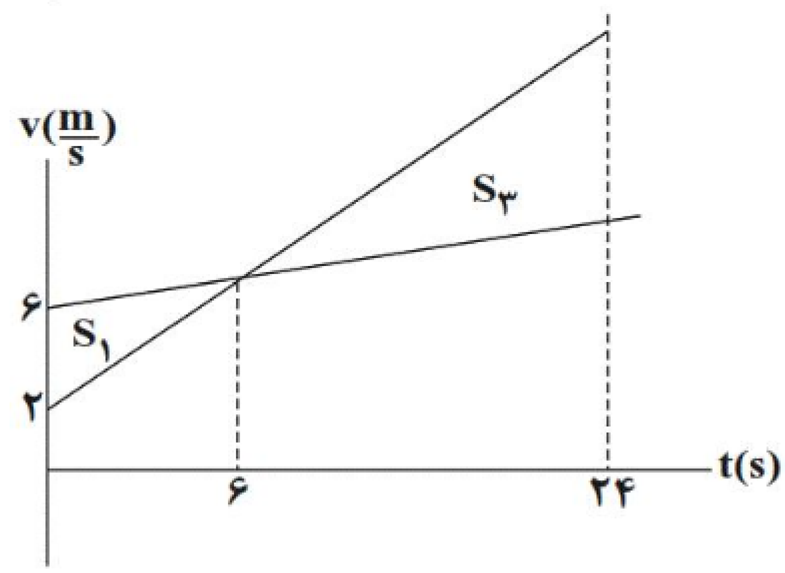
$$S_1 = S_2 = \frac{(6-2)\times 6}{2} = 12m$$



اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 24s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{24-6}{6}\right)^2 \xrightarrow{S_1 = 12m}$$

$$S_3 = 9 \times 12 = 108m$$



فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه $t = 24s$ = $S_3 - S_1$ =

$$108 - 12 = 96m$$

راه دوم: با استفاده از رابطه حرکت نسبی دو متحرک داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 + (v_{0A} - v_{0B})t$$

$$\xrightarrow[\Delta x_{\text{نسبی}}]{t=12s\ ,\ v_{0A}-v_{0B}=2-6=-4\frac{m}{s}} 0 = \frac{1}{2}(a_A - a_B)\times 12^2 - 4\times 12$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 24s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times (a_A - a_B)t^2 + (v_{0A} - v_{0B})t$$

$$\xrightarrow[v_{0A} - v_{0B} = -4\frac{m}{s},\ t = 24s]{a_A - a_B = \frac{2}{3}\frac{m}{s^2}} \Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 24^2 - 4 \times 24$$

$$= 24(8 - 4) = 96m$$

۲۸) متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است و در مبدأ زمان، در جهت مثبت محور x از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{10}{3}\frac{m}{s}$ و بردار سرعت متوسط آن در این مدت $2\vec{i}(\frac{m}{s})$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ در SI کدام است؟

۱) ۴-

۲) ۸

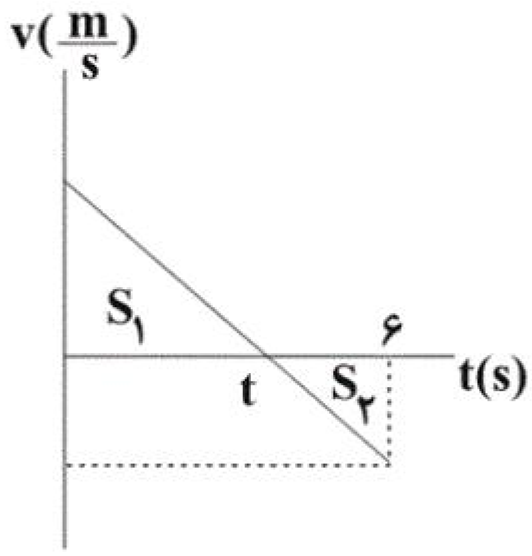
۳) ۸-

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، با توجه به این‌که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، نوع حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. از طرفی چون در مبدأ زمان متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، نمودار سرعت – زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.



$$S_1 + S_2 = \frac{10}{3} \times 6 \Rightarrow S_1 + S_2 = 20\,m$$

$$S_1 - S_2 = 2 \times 6 \Rightarrow S_1 - S_2 = 12\,m$$

$$\Rightarrow 2S_1 = 32 \Rightarrow S_1 = 16\,m \Rightarrow S_2 = 4\,m$$

$$\left.\begin{array}{l} |\Delta x_{(0-t)}| = \frac{1}{2}|a|t^2 \\ |\Delta x_{(t-6s)}| = \frac{1}{2}|a|(6-t)^2 \end{array}\right\} \xrightarrow[|\Delta x_{t-6s}| = S_2 = 4\,m]{|\Delta x_{0-t}| = S_1 = 16\,m}$$

$$\frac{|\Delta x_{0-t}|}{|\Delta x_{t-6s}|} = \frac{t^2}{(6-t)^2} \Rightarrow \frac{t}{6-t} = \sqrt{\frac{16}{4}} \Rightarrow 3t = 12 \Rightarrow t = 4s$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}|a|t^2 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}|a| \times 4^2 \Rightarrow |a| = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow a = -2\frac{m}{s^2}$$

$$v_{t=6s} = a(6-4) \Rightarrow v_{t=6s} = -2 \times 2 = -4\frac{m}{s}$$

۲۹) متحرکی با سرعت ثابت $۴\frac{m}{s}$، در مسیری مستقیم، از نقطه O می‌گذرد. پس از دو ثانیه، متحرک دیگری از نقطه O، از حال سکون و با شتاب ثابت به‌دنبال متحرک اول شروع به حرکت می‌کند. اگر دو متحرک در پایان ثانیه هشتم حرکت متحرک دوم به یکدیگر برسند، تندی متحرک دوم در لحظه رسیدن به هم، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

هنگامی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، برای متحرک اول ۱۰ ثانیه و برای متحرک دوم، ۸ ثانیه سپری شده است. با توجه به این‌که حرکت متحرک اول با سرعت ثابت و حرکت متحرک دوم با شتاب ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow v_۱ t_۱ = \frac{v_۲+v_۰}{۲} t_۲$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰ = \frac{v_۲+۰}{۲} \times ۸ \Rightarrow v_۲ = ۱۰\frac{m}{s}$$

۳۰) متحرکی با شتاب ثابت روی محور xها در حال حرکت است. اگر تندی متوسط متحرک در tثانیه اول حرکت ، بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط متحرک در این بازه زمانی باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد لحظه t الزاماً صحیح است؟

۱) نوع حرکت متحرک کندشونده است.
۲) متحرک درحال نزدیک‌شدن به مبدأ حرکت است.
۳) تندی متحرک در حال افزایش است.
۴) متحرک درحال دورشدن از مبدأ حرکت است.

پاسخ: گزینه ۳

از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در حرکت با شتاب ثابت اگر متحرک تغییر جهت دهد ابتدا نوع حرکت متحرک کندشونده است و سپس تندشونده می‌شود.