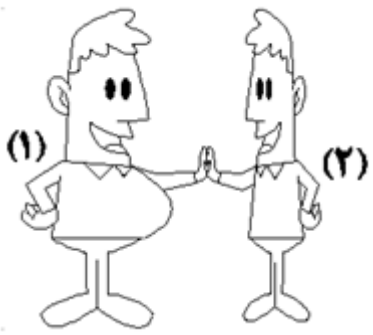
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **دینامیک - دشوار**

مرکز مشاوره تحصیلی
راه روشن

۱) مطابق شکل زیر دو شخص ساکن بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی، شروع به وارد کردن نیرو به یک‌دیگر در راستای افق می‌کنند. اگر $m_1 = ۲m_۲$ و بزرگی شتابی که شخص (۱) می‌گیرد $۲\frac{m}{s^۲}$ باشد هم‌چنین مدت زمانی‌که دو شخص به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند۰/۴ ثانیه باشد، فاصله دو شخص ۴ ثانیه پس از جدا شدن از یکدیگر چند متر می‌شود؟ (در لحظهجداشدن فاصله دو شخص از یکدیگر را صفر درنظر بگیرید و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) ۹/۶
۲) ۳/۲
۳) ۴/۸
۴) ۲/۴

پاسخ: گزینه ۱

مطابق قانون سوم نیوتون بزرگی نیرویی که دو شخص به یکدیگر وارد می‌کنند برابر است. با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\left|\vec{F_{۱۲}}\right| = |\vec{F_{۲۱}}| \xrightarrow[|\vec{F_{۲۱}}| = m_۱|\vec{a_۱}|]{|\vec{F_{۱۲}}| = m_۲|\vec{a_۲}|} m_۲|\vec{a_۲}| = m_۱|\vec{a_۱}|$$

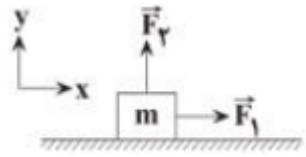
$$\xrightarrow[|\vec{a_۱}|=۲\frac{m}{s^۲}]{m_۱=۲m_۲} |\vec{a_۲}| = ۴\frac{m}{s^۲}$$

پس از جداشدن دو شخص از یکدیگر، با سرعت ثابت درخلاف جهت یکدیگر به حرکت خود ادامه می‌دهند، بنابراین ابتدا سرعت دو شخص را در لحظه جدایی از یکدیگر به‌دست می‌آوریم. با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت راست داریم:

$$v = at \begin{cases} \xrightarrow[a_۱=-۲\frac{m}{s^۲}]{t_۱=۰/۴s} v_۱ = -۰/۸\frac{m}{s} \xrightarrow[t'_۱=۴s]{\Delta x_۱=v_۱t'_۱} \Delta x_۱ = -۳/۲m \\ \xrightarrow[t_۲=۰/۴s]{a_۲=۴\frac{m}{s^۲}} v_۲ = ۱/۶\frac{m}{s} \xrightarrow[t'_۲=۴s]{\Delta x_۲=v_۲t'_۲} \Delta x_۲ = ۶/۴m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۳/۲ + ۶/۴ = ۹/۶m$$

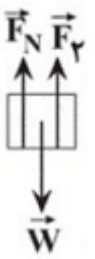
(۲) مطابق شکل زیر جسم m به جرم ۱/۸kg در حال سکون است. اگر معادله نیرو – زمان $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ در SI به‌صورت $\vec{F_1} = 3t\vec{i}$ و $\vec{F_2} = (-t + 8)\vec{j}$ باشد، بزرگی سرعت جسم در لحظه $t = 8s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح افق به‌ترتیب ۰/۵ و ۰/۴ است.)



۱) ۳۰
۲) ۲۰
۳) ۵۴
۴) ۲۵

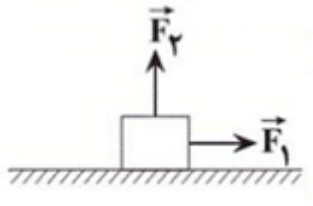
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله نیروی عمودی سطح را به‌دست می‌آوریم، داریم:



$$(\vec{F}_{net})_y = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{F}_2 + \vec{W} = 0$$
$$\Rightarrow \vec{F}_N = -\vec{W} - \vec{F}_2 \xrightarrow[\vec{W}=-mg\vec{j}]{\vec{F}_2=(8-t)\vec{j}} \vec{F}_N = mg\vec{j} - (8 - t)\vec{j}$$
$$\xrightarrow{mg=18N} \vec{F}_N = (10 + t)\vec{j}$$

اکنون لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:



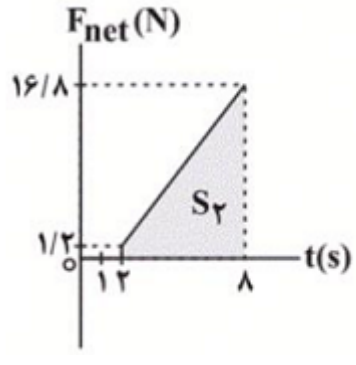
$$F_1 = f_{s,max}$$
$$\xrightarrow[F_N=10+t\ ,\ \mu_s=0/5]{f_{s,max}=\mu_s F_N\ ,\ F_1=3t} 3t = 0/5(10 + t)$$
$$t = \frac{5}{2/5} = 2s$$

پس از لحظه $t = 2s$، اصطکاک بین جسم و سطح از نوع جنبشی خواهد شد و در این حالت نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net} = F_1 - \mu_k F_N = 3t - 0/4(10 + t) \Rightarrow F_{net} = 2/6t - 4$$

اکنون نمودار نیروی خالص برحسب زمان را برای این جسم می‌کشیم.

دقت شود تا لحظه $t = 2s$، چون جسم در حال سکون است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن برابر صفر است. با توجه به این‌که سطح محصور بین نمودار نیروی خالص و زمان برابر با تغییر تکانه است، داریم:



$$(\Delta p)_{2s-8s} = S_2 = \frac{(1/2+16/8)\times 6}{2} = 54\frac{kg.m}{s}$$
$$\xrightarrow[p_{t=8s}=mv\ ,\ m=1/8kg]{p_{t=2s}=0} 1/8v = 54 \Rightarrow v = 30\frac{m}{s}$$

③ جعبه‌ای به جرم ۲kg روی یک سطح افقی به حالت سکون قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به‌ترتیب ۰/۵ و ۰/۳ باشد و به جعبه نیرویی افقی به بزرگی ۸ نیوتون وارد شود، اندازه نیروی وارد از طرف سطح بر جعبه برابر با چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۰ **۲)** ۲۰

۳) ۸ **۴)** $۴\sqrt{۲۹}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

جعبه در ابتدا ساکن است. اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه، برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = ۰/۵ \times ۲ \times ۱۰ = ۱۰N$$

چون $F < f_{s,max}$ است، جعبه ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر با ۸N خواهد شد. برجعبه از طرف سطح دو نیروی عمود بر هم $F_N = ۲۰N$ و $f_s = ۸N$ وارد می‌شود. بنابراین اندازه نیرویی که از طرف سطح بر جعبه وارد می‌شود، برابر است با:

$$R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲} = \sqrt{۸^۲ + ۲۰^۲} = \sqrt{۴۶۴} = ۴\sqrt{۲۹}N$$

④ جسمی به جرم m تحت اثر دو نیروی $\vec{F_۱} = \alpha\vec{i} + ۳\vec{j}$ و $\vec{F_۲} = ۴\vec{i} + \beta\vec{j}$ با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ در صفحه xoy در حرکت است. حال اگر در این شرایط نیروی $\vec{F_۳} = \alpha\vec{i} + (\alpha+۱)\vec{j}$ نیز به جسم وارد شود، جسم بر روی خط راست با تندی ثابت حرکت خواهد کرد. به‌ترتیب از راست به چپ α، β و m برحسب واحدهای SI کدام است؟ (تمام نیرو ها در SI هستند.)

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۴}, -۲, ۲$ **۲)** $\frac{\sqrt{۱۰}}{۴}, ۱, -۲$

۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۴}, -۲, -۲$ **۴)** $\frac{\sqrt{۱۰}}{۴}, -۲, ۱$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

در حالت نهایی، طبق قانون اول نیوتون نیروی خالص وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳} = ۰ \Rightarrow (۴ + \alpha + \alpha)\vec{i} + (\beta + ۳ + \alpha + ۱)\vec{j} = ۰$$

$$\Rightarrow (۲\alpha + ۴)\vec{i} + (\beta + \alpha + ۴)\vec{j} = ۰$$

$$\begin{cases} ۲\alpha + ۴ = ۰ \Rightarrow \alpha = -۲ \\ \beta + \alpha + ۴ = ۰ \Rightarrow \beta - ۲ + ۴ = ۰ \Rightarrow \beta = -۲ \end{cases}$$

از طرفی در حالت اول، داریم:

$$\vec{F}_{net} = (\alpha + ۴)\vec{i} + (\beta + ۳)\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = \sqrt{(\alpha + ۴)^۲ + (\beta + ۳)^۲}$$

$$|\vec{F}_{net}| = ma \Rightarrow \sqrt{(\alpha + ۴)^۲ + (\beta + ۳)^۲} = ۴m$$

$$\Rightarrow \sqrt{(-۲ + ۴)^۲ + (-۲ + ۳)^۲} = ۴m \Rightarrow m = \frac{\sqrt{۵}}{۴}kg$$

⑤ در چند مورد از حالت‌های زیر، نیروهای وارد بر جسم متوازن نیستند؟

آ) چتربازی که با تندی حدی در حال حرکت در آسمان است.

ب) اتومبیلی که با تندی ثابت در حال دور زدن است.

پ) هواپیمایی که در ارتفاعی ثابت از سطح زمین، با سرعت ثابت در حال حرکت است.

ت) اتومبیلی که با شتاب ثابت روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

۱) ۲ **۲)** ۱ **۳)** ۴ **۴)** ۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

بررسی همه موارد:

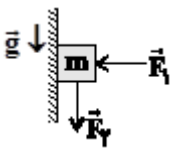
آ) هنگامی‌که یک چترباز پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند، تندی چترباز به تدریج کاهش می‌یابد و در نتیجه اندازه نیروی مقاومت هوا هم کم می‌شود تا این‌که نیروهای وارد بر چترباز متوازن شوند. پس از این چترباز با تندی ثابتی موسوم به تندی حدی، به‌طرف پایین حرکت می‌کند.

ب) در این حالت با این‌که تندی ثابت است ولی چون اتومبیل در حال دور زدن است، پس جهت سرعت تغییر می‌کند و حرکت شتابدار است؛ پس برآیند نیروها مخالف صفر است $(F_{net} = ma \neq 0)$، درنتیجه نیروهای وارد بر جسم متوازن نیستند.

پ) با توجه به این‌که هواپیما در ارتفاع ثابت از سطح زمین و با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین شتاب حرکت آن صفر است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن نیز صفر است. بنابراین نیروهای وارد بر هواپیما در این حالت متوازن هستند.

ت) در این حالت نیز حرکت شتاب‌دار است، پس $(F_{net} = ma \neq 0)$ است.

⑥ در شکل زیر جسمی به جرم $m = ۴۰۰g$ تحت‌تأثیر دو نیروی افقی و قائم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ از حال سکون به‌سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، و پس از طی مسافت ۱۰cm، تندی آن به $۱\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر در این لحظه جهت نیروی $\vec{F}_۲$ عکس شود، جسم پس از طی مسافت ۲۰cm متوقف می‌شود. اندازه نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۲/۵
۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۴

شتاب در هر مرحله را حساب می‌کنیم با انتخاب جهت مثبت حرکت به‌سمت پایین داریم:

$$v^۲ - ۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{v^۲}{۲\Delta x_۱} \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۰/۱m]{v = ۱\frac{m}{s}} a_۱ = \frac{۱^۲}{۲\times ۰/۱} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

$$۰^۲ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{-۱^۲}{۲\times ۰/۲} = -۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

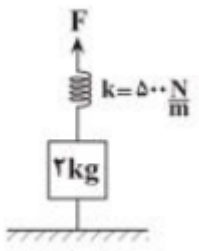
اکنون قانون دوم نیوتون را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{r} F_۲ + mg - \mu_k F_۱ = ma_۱ \\ F_۲ + \mu_k F_۱ - mg = m|a_۲| \end{array}\right\} \Rightarrow ۲F_۲ = m(a_۱ + |a_۲|)$$

$$\Rightarrow F_۲ = \frac{m(a_۱ + |a_۲|)}{۲} \xrightarrow[a_۲ = -۲/۵\frac{m}{s^۲}]{a_۱ = ۵\frac{m}{s^۲},\ m = ۴۰۰g = ۰/۴kg}$$

$$F_۲ = \frac{۰/۴\times(۲/۵ + ۵)}{۲} = ۱/۵N$$

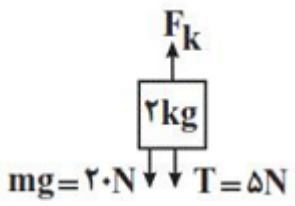
⑦ در شکل زیر مجموعه در حال تعادل و نیروی کشش نخ برابر با ۵N است، اگر طول عادی فنر ۱۲cm باشد. طول فنر در این حالت چند سانتی‌متر است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۱
۲) ۱۵
۳) ۱۷
۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم، چون جسم در حال سکون است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.



$$F_k = T + mg = ۲۵\,N \xrightarrow[k=۵۰۰\frac{N}{m}]{F_k = k\Delta l} \Delta l = \frac{۲۵}{۵۰۰} = ۵cm$$

$$\Rightarrow l = l_۰ + \Delta l = ۱۲ + ۵ = ۱۷cm$$

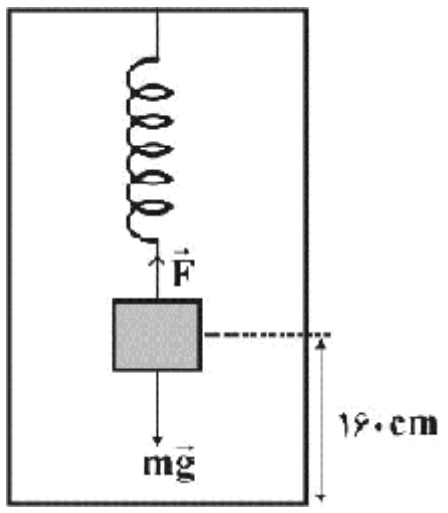
⑧ وزنه‌ای به جرم ۴kg را به فنر سبکی به طول ℓ_0 که از سقف آسانسوری ساکن، آویزان است، وصل می‌کنیم. بعد از تعادل وزنه، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۶۰cm است. اگر آسانسور با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ به‌طرف بالا شروع به حرکت کند، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۵۴cm می‌شود. ثابت فنر چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶۵

پاسخ: گزینه ۱

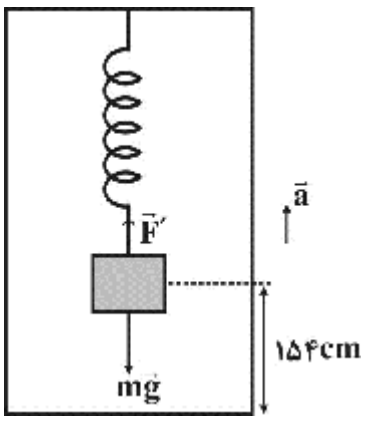
گزینه‌ی «۱»

در حالت اول به کمک قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ۰ \Rightarrow F = mg \Rightarrow k\Delta x_۱ = ۴۰(۱)$$

درحالت دوم داریم:

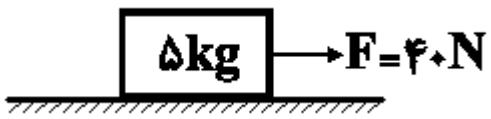


$$F' - mg = ma \xrightarrow[\Delta x_۲ = ۱۶۰ - ۱۵۴ = ۶cm]{F = k(\Delta x_۱ + \Delta x_۲)}$$

$$k\Delta x_۱ + k\Delta x_۲ = mg + ma \Rightarrow ۴۰ + ۰/۰۶k = ۴۰ + ۲ \times ۲$$

$$\Rightarrow k = \frac{۴}{۰/۰۶}\frac{N}{M} = \frac{۲۰۰}{۳}\frac{N}{m} = \frac{۲}{۳}\frac{N}{cm}$$

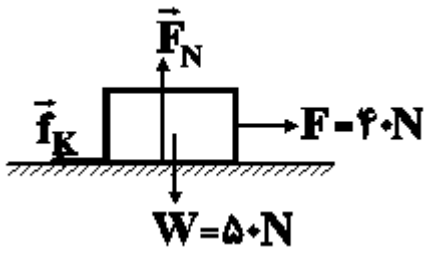
⑨ مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم ۵kg توسط نیروی افقی F = ۴۰N روی سطحی افقی با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. اندازه نیرویی که سطح به وزنه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۳۰ ۴) $۱۰\sqrt{۳۴}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»



با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

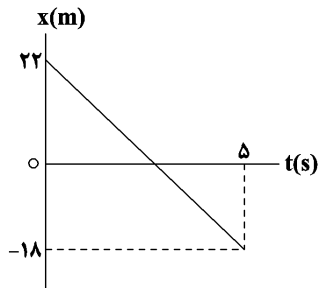
$$\vec{F_{net}} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_N - W = ۰ \Rightarrow F_N = W = ۵۰N \\ F - f_k = ma_x \Rightarrow ۴۰ - f_k = ۵ \times ۲ \Rightarrow f_k = ۳۰N \end{cases}$$

از طرف سطح دو نیروی عمود بر هم $\vec{f}_x$ و $\vec{F}_N$ بر وزنه وارد می‌شوند. بنابراین داریم:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} = \sqrt{۵۰^۲ + ۳۰^۲} \Rightarrow R = ۱۰\sqrt{۳۴}N$$

(۱۰) نمودار مکان – زمان متحرکی به جرم ۴۰۰g که روی سطح افقی دارای اصطکاکی تحت تأثیر دو نیروی افقی و هم‌راستای $\vec{F_1} = -4\vec{i}$ در SI و $\vec{F_2}$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 5s$ نیروی $\vec{F_1}$ حذف شود، دو ثانیه پس از این لحظه تندی جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟ $(g = 10\frac{N}{kg}\ ,\ \mu_k = 0/4\ ,\ \mu_s = 0/5)$



۱) ۲/۵

۲) ۲/۴

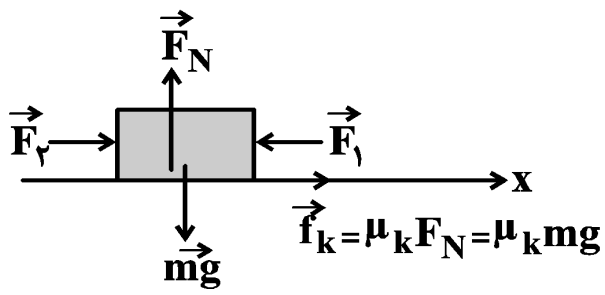
۳) ۶/۴

۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با توجه به این‌که متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در جهت مثبت محور x به جسم وارد می‌شود. از طرفی نمودار مکان – زمان به صورت خط راست است. بنابراین شتاب متحرک برابر صفر و برایند نیروهای وارد بر آن مطابق قانون اول نیوتون برابر صفر است. داریم:



$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{f_k} = 0 \xrightarrow[\mu_k=0/4\ ,\ m=400g=0/4kg]{\vec{f_k}=\mu_k mg\vec{i}\ ,\ g=10\frac{N}{kg}\ ,\ \vec{F_1}=-4\vec{i}N}$$

$$-4\vec{i} + \vec{F_2} + 4\times 0/4\vec{i} = 0 \Rightarrow \vec{F_2} = 2/4\vec{i}$$

پس از حذف نیروی $\vec{F_1}$ شتاب حرکت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F_2} + \vec{f_k} = m\vec{a} \xrightarrow[\vec{f_k}=1/6\vec{i}N]{\vec{F_2}=2/4\vec{i}N} \vec{a'} = \frac{4}{0/4} = 10\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-18-22}{5} = -8\frac{m}{s}$$

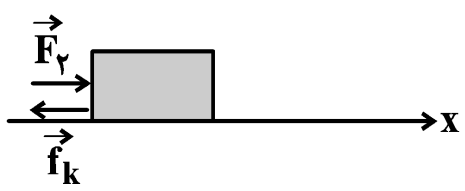
در این لحظه $a' = 10\frac{m}{s^2}$ و $v = -8\frac{m}{s}$ بنابراین حرکت متحرک تا لحظه توقف آن کندشونده است و پس از آن در جهت نیروی F_2 حرکت می‌کند و اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا متحرک پس از حذف نیروی $\vec{F_1}$ به حال سکون برسد را به‌دست می‌آوریم.

$$v = a't + v_0 \xrightarrow[a'=10\frac{m}{s^2}]{v=0\ ,\ v_0=-8\frac{m}{s}} t = \frac{8}{10}s$$

پس از این لحظه نیروی $\vec{F_2}$ و $\vec{f_k}$ خلاف جهت یکدیگر هستند. بار دیگر با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F_2} - \vec{f'_k} = m\vec{a''} \Rightarrow 2/4\vec{i} - 1/6\vec{i} = 0/4\vec{a''}$$

$$\Rightarrow \vec{a''} = 2\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

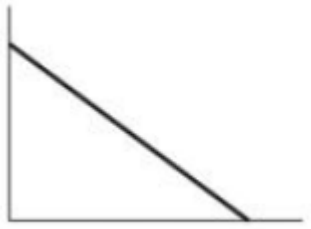


اکنون تندی متحرک را ۱/۲s پس از این لحظه به‌دست می‌آوریم:

$$v = a''t \xrightarrow[a''=۲\frac{m}{s^۲}]{t=۱/۲s} v = ۲/۴\frac{m}{s}$$

نکته: دقت کنید چون $F_۲ > f_{s,max}$ بنابراین پس از این‌که جسم به حال سکون رسید دوباره شروع به حرکت می‌کند.

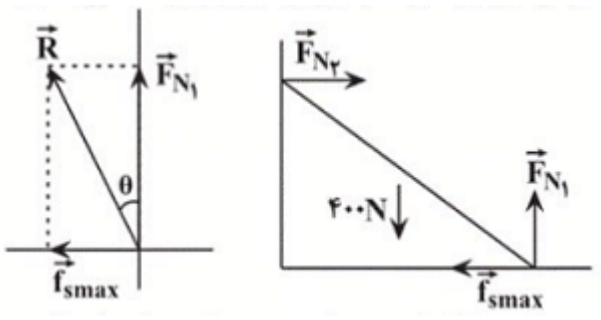
(۱۱) مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم ۴۰kg به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $\frac{۳}{۴}$ باشد، در آستانه لغزیدن نردبان، نیرویی که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود چه زاویه‌ای با راستای قائم می‌سازد؟
($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۳۰°
۲) ۳۷°
۳) ۵۳°
۴) ۶۰°

پاسخ: گزینه ۲

نیروهای وارد بر نردبان از طرف زمین و دیوار را رسم می‌کنیم.



چون نردبان در حال تعادل است برایند نیروها در راستای افقی و قائم برابر صفر است:

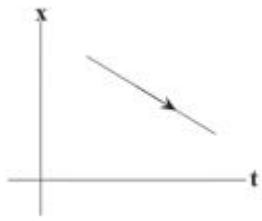
$$F_{N_۱} = ۴۰۰N$$

$$f_{s\,max} = F_{N_۲} = \mu_s \times F_{N_۱} = \frac{۳}{۴} \times ۴۰۰ = ۳۰۰N$$

از طرف زمین بر نردبان دو نیروی $F_{N_۱}$ و $f_{s\,max}$ وارد می‌شود. برایند این دو نیرو را با R نشان داده و زاویه آن با راستای قائم از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\tan\theta = \frac{f_{s\,max}}{F_{N_۱}} = \frac{۳۰۰}{۴۰۰} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \theta = ۳۷^\circ$$

(۱۲) نمودار مکان – زمان حرکت جسمی که روی محور x و بر روی سطح افقی دارای اصطکاکی تحت تأثیر دو نیروی افقی و هم‌راستای $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر با $\vec{f}$ باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



۱) $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{f}$

۲) $\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$

۳) بردار $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ در خلاف جهت محورxها است.

۴) بردار $\vec{f}$ در خلاف جهت محورxها است.

پاسخ: گزینه ۳

چون حرکت جسم، یکنواخت بر روی خط راست است؛ بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. از طرفی با توجه به نمودار $v < 0$ است. بنابراین نیروی اصطکاک درخلاف جهت حرکت جسم یعنی در جهت مثبت است. لذا با توجه به رابطه $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{f} = 0$ داریم:

$\vec{F_1} + \vec{F_2} = -\vec{f} \Rightarrow \vec{F_1} + \vec{F_2}$ درخلاف جهت محورxها است

(۱۳) در چه فاصله‌ای از سطح زمین برحسب شعاع کره‌ی زمین، اندازه‌ی شتاب گرانشی، به اندازه‌ی۹۶% شتاب گرانشی سطح زمین کاهش می‌یابد؟ (شعاع کره‌ی زمین= R_e)

۱) $3R_e$ **۲)** $4R_e$ **۳)** $5R_e$ **۴)** $8R_e$

پاسخ: گزینه ۲

شتاب گرانشی در محل مورد نظر ۰/۰۴ برابر شتاب گرانشی در سطح زمین می‌باشد.

$$g_2 = g_1 - \Delta g \Rightarrow g_2 = g_1 - \frac{96}{100} g_1 = \frac{4}{100} g_1$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2} \times \frac{(R_e)^2}{GM_e} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

$$\xrightarrow{g_2 = 0/04 g_1} 0/04 = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{R_e}{R_e+h} \Rightarrow 5R_e = R_e + h \Rightarrow h = 4R_e$$

(۱۴) شخصی به وزن واقعی ۵۵۰ نیوتون روی ترازوی فنری داخل آسانسوری ایستاده است. اگر ترازو ۶۲۷ نیوتون را نشان دهد اندازه‌ی شتاب حرکت آسانسور در SI چقدر و جهت آن (شتاب حرکت آسانسور) چگونه است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۲/۵، الزاماً رو به پایین است.
۲) ۲/۵، می‌تواند رو به بالا یا پایین باشد.
۳) ۱/۴، الزاماً رو به بالا است.
۴) ۱/۴، می‌تواند رو به بالا یا پایین باشد.

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

عددی که ترازو نشان می‌دهد (F_N) بیش‌تر از وزن شخص است؛ پس مطابق قانون دوم نیوتون و با درنظر گرفتن جهت مثبت محورy به سمت بالا داریم:

$$F_N - mg = ma \quad (*)$$

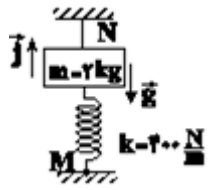
با توجه به این‌که وزن شخص در حال سکون ۵۵۰N بوده است، پس جرم آن برابر است با:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{۵۵۰}{۱۰} = ۵۵kg$$

$$\xrightarrow{(*)} ۶۲۷ = ۵۵۰ + ۵۵a \Rightarrow a = ۱/۴ \frac{m}{s^۲}$$

با توجه به این‌که مقدار شتاب مثبت شد، پس جهت شتاب الزاماً به سمت بالا است. وقتی عدد ترازو بیش‌تر از وزن شخص باشد جهت شتاب حتماً رو به بالا است. چون در این حالت یا حرکت آسانسور تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین است که در هر دو حالت جهت شتاب رو به بالا خواهد شد.

(۱۵) در شکل زیر، مجموعه در حال تعادل است و نیروی وارد بر سطح در نقطه M برابر با $۱۲\vec{j}$ در SI است. اگر طول عادی فنر برابر با ۱۲ cm باشد، طول فنر در این حالت و نیروی کشش نخ به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟ (جرم فنر و نخ ناچیز است و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱) ۰/۱۵ و ۸

۲) ۰/۱۵ و ۳۲

۳) ۰/۰۹ و ۳۲

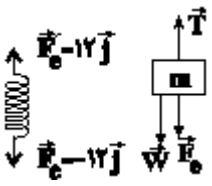
۴) ۰/۰۹ و ۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

نیرویی که از طرف فنر به سطح وارد می‌شود به‌سمت بالا است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون نیرویی که از طرف سطح به فنر وارد می‌شود، به سمت پایین است. از آن‌جا که برایند نیروهای وارد بر فنر برابر صفر است، بنابراین نیروی وارد بر فنر از طرف جسم m به سمت بالا و لذا عکس‌العمل آن یعنی نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند، به سمت پایین است.

با نوشتن قانون اول نیوتون برای جرم m داریم:



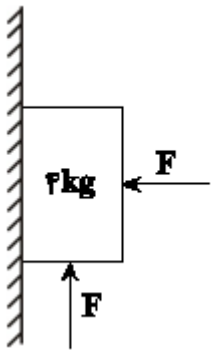
$$T = W + F_e \xrightarrow[F_e=۱۲\,N]{W=mg=۲\times۱۰=۲۰\,N} T = ۳۲N$$

با توجه به جهت نیروی وارد بر فنر، فنر تحت کشش قرار دارد و طول آن افزایش یافته است. با توجه به رابطه تغییر طول فنر داریم:

$$F_e = k\Delta\ell \xrightarrow[k=۴۰۰\frac{N}{m}]{F_e=۱۲N} \Delta\ell = \frac{۱۲}{۴۰۰} = ۰/۰۳\,m \xrightarrow{l=۰/۱۲\,m}$$

$$L_۱ = ۰/۱۵\,m$$

(۱۶) در شکل زیر، جسم در آستانهٔ حرکت روبه‌بالا قرار دارد و نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، برابرRاست. اگرFرا۲۰Nکاهش دهیم، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برابرR′می‌شود، $\frac{R'}{R}$کدام است؟ ($\mu_k = ۰/۲$، $\mu_s = ۰/۵$و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۴}$

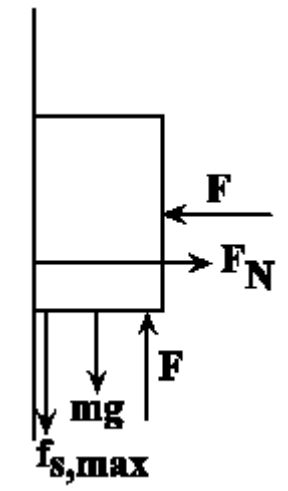
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در حالت اول که جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا است نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به سمت پایین به جسم وارد می‌شود و برایند نیروها در راستای قائم برابر صفر است. با نوشتن برایند نیروها در راستای قائم Fرا به دست می‌آوریم:

$$F = mg + f_{s,max} \xrightarrow[F_N = F]{f_{s,max} = F_N \mu_s} F = mg + \mu_s F \Rightarrow F = \frac{mg}{۱-\mu_s}$$

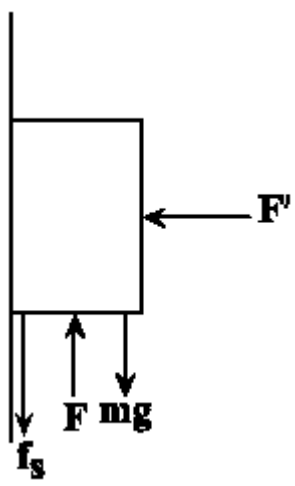
$$\xrightarrow[\mu_s = ۰/۵]{m = ۴kg, g = ۱۰\frac{N}{kg}} F = \frac{۴۰}{۱-۰/۵} = ۸۰N$$



نیروی سطح برابر با برایند نیروی عمودی سطح(F_N)و نیروی اصطکاک است بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند در حالت اول برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + (\mu_s F_N)^۲} = F_N\sqrt{۱+\mu_s^۲}$$

$$\xrightarrow{[\mu_s = \frac{۱}{۲}]} F_N = F = ۸۰N \quad R = ۸۰\sqrt{۱+\frac{۱}{۴}} = ۴۰\sqrt{۵}N \quad (۱)$$



$$F' = mg + f_s \xrightarrow{F'=۶۰N, mg=۲۰N} f_s = ۲۰N$$

اکنون بررسی می‌کنیم آیا نیروی اصطکاک در این حالت از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه کمتر است یا خیر.

$$f'_{s,max} = \mu_s F'_N \xrightarrow[\mu_s=۰/۵]{F'_N=F'=۶۰N} f'_{s,max} = ۳۰N$$

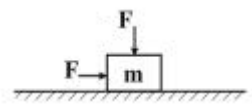
$$\xrightarrow{f_s=۲۰N} f_s < f'_{s,max} \Rightarrow$$ جسم در حالت تعادل است

اکنون نیروی سطح وارد بر جسم را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$R' = \sqrt{f_s^۲ + F'^۲} \xrightarrow[F'=۶۰N]{f_s=۲۰N} R' = ۲۰\sqrt{۱۰}\,N \qquad (II)$$

$$I, II \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

⑰ مطابق شکل زیر جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر دو نیروی هم‌اندازه و عمود بر هم روی سطح افقی دارای اصطکاکی در حال حرکت است. اگر بزرگی نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، ۱۵۰N باشد، شتاب حرکت جسم چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg}, \mu_k = \frac{۳}{۴})$



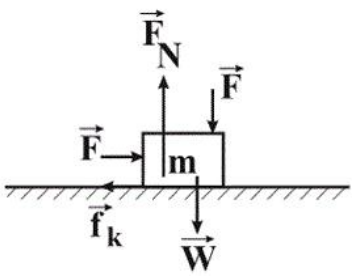
۱) ۲ **۲)** ۶/۵

۳) ۵ **۴)** ۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

نیروی سطح برایند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.



$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲}$$

با توجه به رابطه نیروی سطح، نیروی $\vec{F}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N]{F_N=W+F} R = \sqrt{(W+F)^۲ + (\mu_k(W+F))^۲}$$

$$\Rightarrow R = (W+F)\sqrt{۱+\mu_k^۲} \xrightarrow[W=۲\times۱۰=۲۰N, R=۱۵۰N]{\mu_k=\frac{۳}{۴}}$$

$$۱۵۰ = (۲۰+F)\sqrt{۱+(\frac{۳}{۴})^۲} \Rightarrow ۱۵۰ = (۲۰+F)(\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}})$$

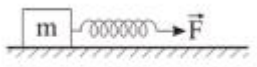
$$\Rightarrow ۲۰+F = \frac{۱۵۰\times۴}{۵} \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

..اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم m می‌نویسیم:

$$F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N=W+F=۱۲۰N}$$

$$۱۰۰ - ۱۲۰ \times \frac{۳}{۴} = ۲a \Rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

(۱۸) وزنه‌ای به جرم m را از یک فنر در راستای قائم آویزان می‌کنیم. در این حالت افزایش طول فنر نسبت به طول عادی آن ۲۰ cm است. اگر مطابق شکل مجموعه جرم و فنر را روی سطح افقی با نیروی افقی $\vec{F}$ به سمت راست بکشیم افزایش طول فنر نسبت به حالت عادی ۱۶ cm می‌شود و جسم با شتاب $۴\frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی کدام است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از جرم فنر صرف‌نظر شود.)

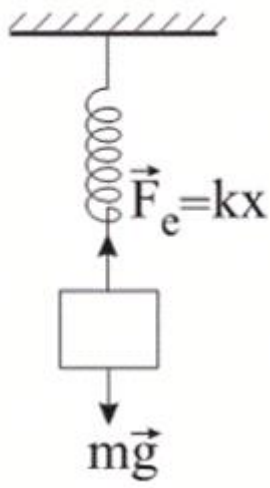


۱) ۰/۳ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون در حالت اول جسم در راستای قائم شتاب ندارد، از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌شود که برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر است.



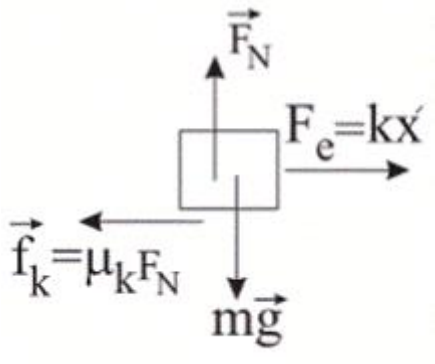
$F_e - mg = ۰$

$\xrightarrow{Fe=kx} mg = kx$

$\xrightarrow{x=۲۰cm=۰/۲m} mg = ۰/۲k$

$\Rightarrow k = ۵mg$

در حالت دوم طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma$

$\xrightarrow[F_N = mg]{f_k=\mu_k F_N \ , \ F_e=kx'} kx' - \mu_k mg = ma$

$$\xrightarrow[x'=۱۶cm=۰/۱۶m]{k=۵mg\ ,\ a=۴\frac{m}{s^۲}} ۵mg\times ۰/۱۶ - \mu_k mg = ۴m$$

$$\xrightarrow{g=۱۰\frac{N}{kg}} ۰/۸ - \mu_k = \frac{۴}{۱۰} \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

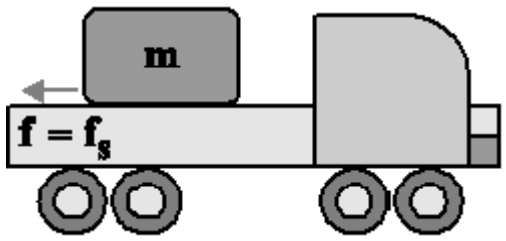
(۱۹) صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است و ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون ۰/۲۵ است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه‌ترین فاصله‌ای که می‌تواند طی کند و متوقف شود، بدون این‌که صندوق بلغزد چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه۴

ابتدا بیشینه شتابی که کامیون می‌تواند داشته باشد به شرط آن‌که صندوق نلغزد را به‌دست می‌آوریم:



$$-f_{s,max} = ma \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s mg}$$

$$a_{max} = -\mu_s g \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{\mu_s=\frac{۱}{۴}} a_{max} = -۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

اکنون مطابق معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، حداقل فاصله‌ای که کامیون به شرط نلغزیدن جعبه طی می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[v=۰\ ,\ v_۰=۱۵\frac{m}{s}]{a=a_{max}=-۲/۵\frac{m}{s^۲}}$$

$$-۱۵^۲ = -۲\times ۲/۵\times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۴۵m$$

(۲۰) وزنه‌ای به جرم m را به یک فنر که ثابت آن $k = ۲۰۰ \frac{N}{m}$ و طول آن ۵۰cm است، می‌بندیم و از سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم. وقتی وزنه ساکن می‌شود، طول فنر به ۶۵cm می‌رسد. اسانسور با چه شتابی برحسب متر بر مربع ثانیه حرکت کند که طول فنر به ۶۰cm برسد؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) $\vec{a} = -\frac{۱۰}{۳}\vec{j}$ ۲) $\vec{a} = \frac{۱۰}{۳}\vec{j}$ ۳) $\vec{a} = -\frac{۲۰}{۳}\vec{j}$ ۴) $\vec{a} = \frac{۲۰}{۳}\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۱

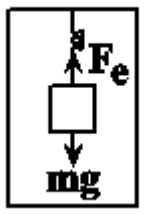
گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از رابطهٔ نیروی فنر جرم وزنه را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} F_e = k\Delta x \\ F_e = mg \end{matrix}\right\} \Rightarrow k\Delta\ell = mg \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg},\ell_۰=۵۰cm]{k=۲۰۰\frac{N}{m},\ell=۶۵cm}$$

$$۲۰۰ \times (۶۵ - ۵۰) \times ۱۰^{-۲} = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۳kg$$

در حالتی که آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت است، با نوشتن قانون دوم نیوتون شتاب حرکت آسانسور را به دست می‌آوریم:



$$Fe' = k\Delta\ell' \xrightarrow[\Delta\ell'=۶۰-۵۰=۱۰cm]{k=۲۰۰\frac{N}{m}} Fe' = ۲۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲۰N$$

با توجه به اینکه $mg > Fe'$ است پس جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

$$mg - Fe' = ma \xrightarrow[Fe'=۲۰N]{m=۳kg,g=۱۰\frac{N}{kg}} ۳۰ - ۲۰ = ۳a \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا شتاب برابر است با:

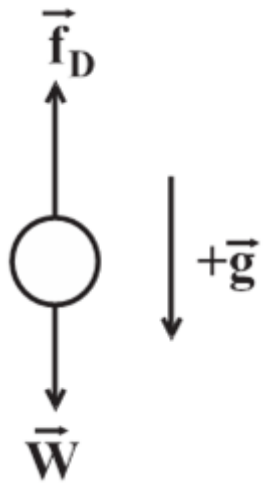
$$\vec{a} = -\frac{۱۰}{۳}\vec{i}\left(\frac{m}{s^۲}\right)$$

(۲۱) دو گلولهٔ هم‌اندازهٔ A و B به‌ترتیب با جرم‌های ۲۰۰g و ۵۰۰g از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین به‌طور هم‌زمان رها می‌شوند. اگر اندازهٔ متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر این دو گلوله در حال سقوط یکسان و برابر با ۰/۵N باشد، شتاب سقوط گلولهٔ A چند برابر شتاب سقوط گلولهٔ B است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»



اگر جهت مثبت محور yها را رو به پایین فرض کنیم، با استفاده از قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

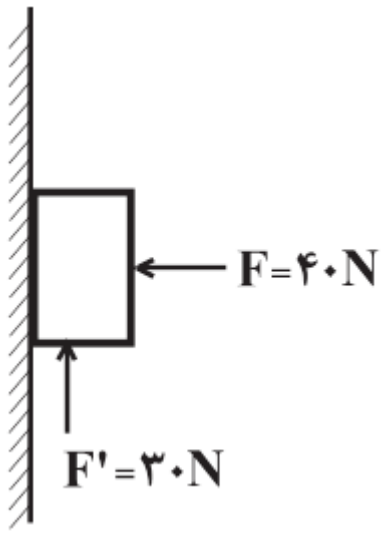
$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow \begin{cases} ۰/۲ \times ۱۰ - ۰/۵ = ۰/۲a_A \\ ۰/۵ \times ۱۰ - ۰/۵ = ۰/۵a_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲} \ , \ a_B = ۹\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین:

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{۱۵}{۲}}{۹} = \frac{۵}{۶}$$

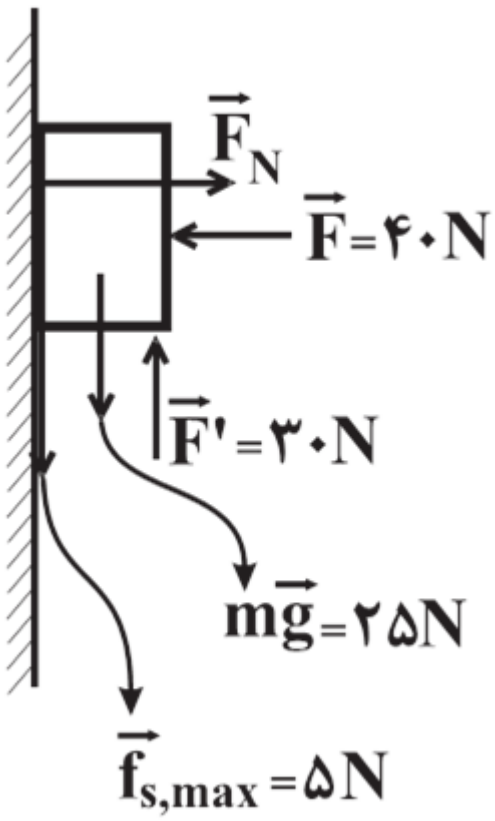
(۲۲) مطابق شکل جسمی به وزن ۲۵N توسط دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}$ و $\vec{F'}$ به دیوار قائمی فشرده شده و ساکن است. اگر بدانیم این جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و جسم کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۱۱}{۸}$
۴) ۰/۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»



اگر نیروهای وارد به جسم را رسم کنیم، متوجه می‌شویم اگر اصطکاک نباشد، جسم به‌طرف بالا حرکت خواهد کرد. پس چون جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به‌طرف پایین است و مانع حرکت جسم به طرف بالا می‌شود. در راستای قائم داریم:

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F' - f_{s,max} - mg = ۰ \Rightarrow f_{s,max} = ۳۰ - ۲۵ = ۵N$$

در راستای افقی داریم: $(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F - F_N = ۰ \Rightarrow F_N = ۴۰N$

بنابراین: $f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow ۵ = \mu_s \times ۴۰ \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۸}$

(۲۳) جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر سه نیروی $F_۱ = ۱۰N$، $F_۲ = ۲۰N$ و $F_۳ = ۱۵N$ با سرعت ثابت $۱۵\frac{m}{s}$ و هم‌جهت با نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حرکت می‌کند. اگر نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حذف شود، دو ثانیه پس از این لحظه، بزرگی سرعت جسم چند متر برثانیه می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

$$\vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳} = ۰ \Rightarrow \vec{F_۲} + \vec{F_۳} = -\vec{F_۱} \Rightarrow \left|\vec{F_۲} + \vec{F_۳}\right| = \left|\vec{F_۱}\right| = ۱۰N$$

مطابق رابطه‌ی بالا با حذف‌شدن نیروی $\overrightarrow{F_۱}$، بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با ۱۰N و جهت آن درخلاف جهت نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ می‌شود. اگر جهت نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ را مثبت درنظر بگیریم شتاب جسم پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ برابر می‌شود با:

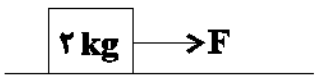
$$\sum F = ma \xrightarrow[m=۲kg]{\sum F=-۱۰N} a = \frac{-۱۰}{۲} = -۵\frac{m}{s^۲}$$

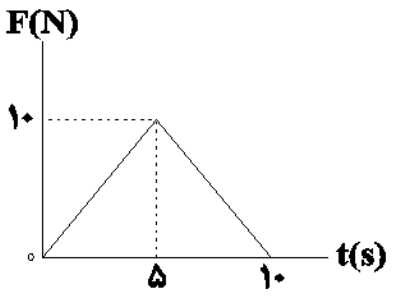
با توجه به رابطه‌ی سرعت و شتاب داریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[t=۲s]{v_۰=۱۵\frac{m}{s}\ ,\ a=-۵\frac{m}{s^۲}} v = -۵ \times ۲ + ۱۵ = ۵\frac{m}{s}$$

(۲۴) مطابق شکل زیر به جسمی ساکن به جرم ۲kg که روی سطحی افقی و دارای اصطکاک قرار دارد، نیروی افقی $\vec{F}$ وارد می‌شود. اگر تغییرات اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، کل مدت زمانی که جسم در حال حرکت است، چند ثانیه است؟

$(\mu_k = ۰/۲ , \mu_s = ۰/۴ , g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$





۱) ۸/۵

۲) ۱۲/۵

۳) ۴

۴) ۲/۵

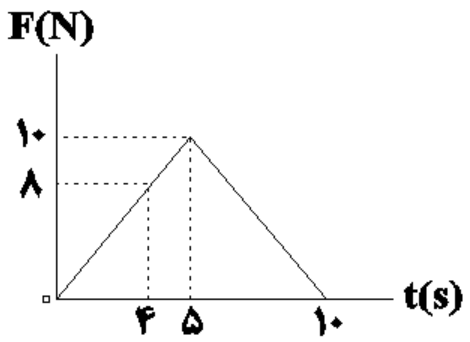
پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

ابتدا اندازهٔ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[m=۲\ kg\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg}]{F_N = mg\ ,\mu_s=۰/۴} f_{s,max} = ۸N$$

مطابق شکل در لحظهٔ $t = ۴\ s$، $F = f_{s,max}$ می‌شود و جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد.

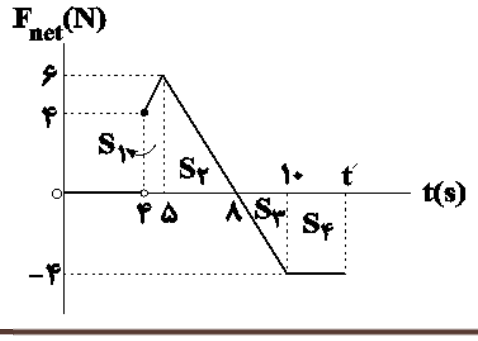


پس از آن نیروی وارد بر جسم از نوع اصطکاک جنبشی است و در بازهٔ زمانی $۴\ s \le t \le ۱۰s$ نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net} = F - f_k \xrightarrow[F_N = mg\ ,\ m=۲\ kg\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg}]{f_k=\mu_k F_N\ ,\ \mu_k=۰/۲} F_{net} = F - ۰/۲ \times ۲ \times ۱۰ = (F - ۴)N$$

اکنون نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

پس از لحظهٔ $t = ۱۰\ s$ در راستای افقی تنها نیروی اصطکاک جنبشی تا لحظهٔ توقف در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.



می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص بر حسب زمان و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین برابر با اندازهٔ تغییرات تکانه در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین در لحظهٔ t' که تندی جسم صفر می‌شود داریم:

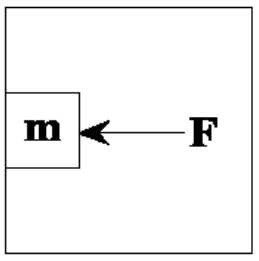
$$S_۱ + S_۲ = S_۳ + S_۴ \Rightarrow \frac{(۴+۶)\times ۱}{۲} + \frac{۶\times ۳}{۲} = \frac{۴\times(۱۰-۸)}{۲} + (t'-۱۰)\times ۴$$

$$\Rightarrow ۱۴ = ۴ + ۴(t'-۱۰) \Rightarrow t' = ۱۲/۵\ s$$

بنابراین کل مدت زمان حرکت جسم برابر است با:

$$۱۲/۵ - ۴ = ۸/۵\ s$$

(۲۵) شکل زیر جسمی به جرم ۲kg، روی دیوارهٔ آسانسوری که با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ نسبت به آسانسور ساکن است. اگر بزرگی نیرویی که از طرف دیوارهٔ آسانسور به جسم وارد می‌شود $۶\sqrt{۲۹}N$ باشد، بیشینهٔ بزرگی شتاب آسانسور هنگام توقف چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا جسم همچنان نسبت به آسانسور ساکن بماند؟
$(g = ۱۰\frac{N}{kg} \ , \ \mu_s = ۰/۸)$

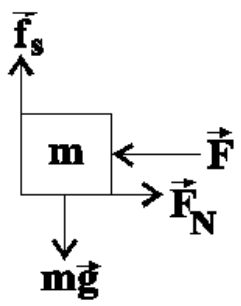


۱) ۴ ۲) ۳ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۲

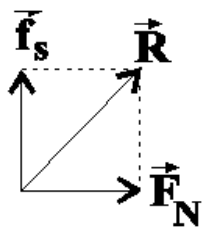
پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



سپس نیروی افقی F را به‌دست می‌آوریم:



$R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲}$ (I)

قانون دوم نیوتن : $mg - f_s = ma \xrightarrow[m=۲kg,\ g=۱۰\frac{N}{kg}]{a=۴\frac{m}{s^۲}}$

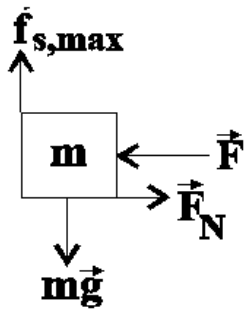
$f_s = ۲(۱۰ - ۴) = ۱۲\ N$

$\xrightarrow{I} ۶\sqrt{۲۹} = \sqrt{۱۲^۲ + F_N^۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۲۹} = ۶\sqrt{۲^۲ + (\frac{F_N}{۶})^۲}$

$\Rightarrow ۴ + (\frac{F_N}{۶})^۲ = ۲۹ \Rightarrow (\frac{F_N}{۶})^۲ = ۲۵ \Rightarrow F_N = ۳۰\ N = F$

$\xrightarrow{F_N = F} F = ۳۰N$

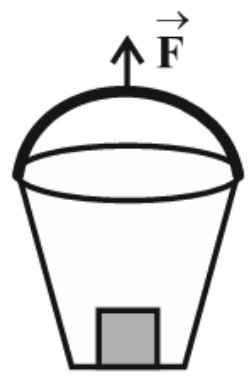
هنگام توقف جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است. حداکثر شتاب حرکت آسانسور زمانی است که نیروی اصطکاک ایستایی، بیشینه باشد. با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:



$$f_{s,max} - mg = ma'$$

$$\xrightarrow[F=F_N=۳۰\ N\ ,\ m=۲\ kg]{f_{s,max}=\mu_s F_N\ ,\ \mu_s=۰/۸} ۰/۸ \times ۳۰ - ۲۰ = ۲ \times a' \Rightarrow a' = ۲\frac{m}{s^۲}$$

(۲۶) در شکل زیر درون سطلی به جرم ۱/۵kg، وزنه‌ای به جرم ۱kg گذاشته شده و با نیروی قائم $\vec{F}$ به سمت بالا حرکت داده می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از سوی وزنه به کف سطل وارد می‌شود۸ نیوتن باشد، اندازه نیروی $\vec{F}$چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

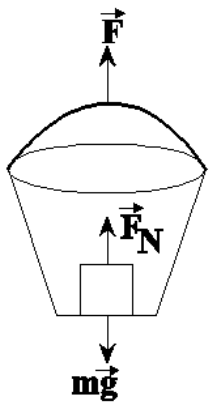


۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر وزنه و جهت حرکت آن، شتاب حرکت سطل و وزنه به‌دست می‌آید.



$$\Sigma F = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\xrightarrow[m=۱kg\ ,\ \ g=۱۰\frac{N}{kg}]{F_N=۸N} ۸ - ۱۰ = a \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون برای سطل و وزنه درون آن، اندازه نیروی $\vec{F}$ به‌دست می‌آید.

$$\Sigma F = (\Sigma m)a \Rightarrow F - (m + m')g = (m + m')a$$

$$\xrightarrow[a=-۲\frac{m}{s^۲}]{m=۱\ kg\ ,\ m'=۱/۵\ kg} F - (۱ + ۱/۵) \times ۱۰ = (۱ + ۱/۵) \times (-۲)$$

$$\Rightarrow F = ۲۰N$$

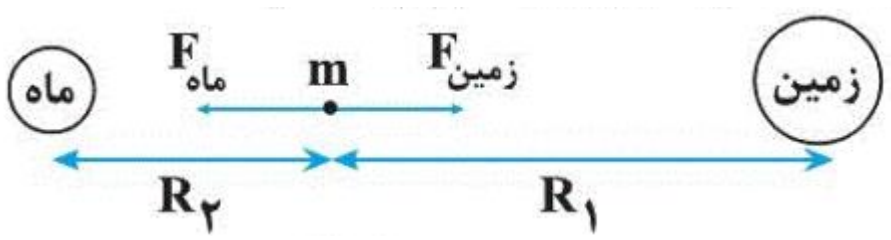
(۲۷) نقطه‌ای را بین کره ماه و کره زمین تصور کنید که اگر جسمی در آن‌جا قرار گیرد، نیروی خالصی که از طرف ماه و زمین بر آن جسم وارد می‌شود، برابر صفر باشد. فاصله آن نقطه تا مرکز زمین چند برابر فاصله نقطه تا مرکز کره ماه است؟ (جرم کره زمین را ۸۱ برابر جرم کره ماه فرض کنید.)

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۸۰ ۴) ۸۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ۱

نیروی گرانش وارد بر جسم از طرف زمین و ماه برابر است با:



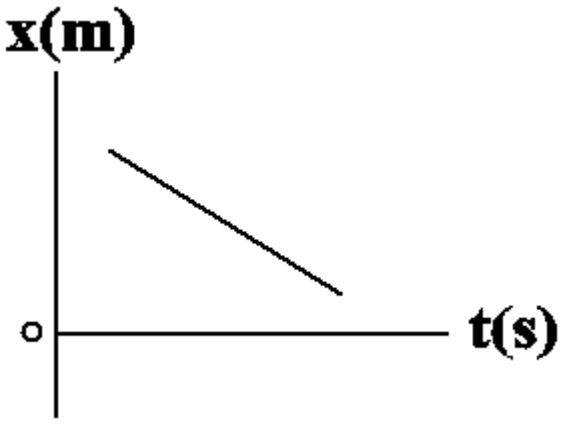
$$F_{\text{زمین به جسم}} = \frac{GM_{زمین}m}{R_۱^۲}$$

$$F_{\text{ماه به جسم}} = \frac{GM_{ماه}m}{R_۲^۲}$$

$$\xrightarrow{F_{\text{ماه به جسم}} = F_{\text{زمین به جسم}}} \frac{M_{زمین}}{R_۱^۲} = \frac{M_{ماه}}{R_۲^۲} \Rightarrow \frac{۸۱}{R_۱^۲} = \frac{۱}{R_۲^۲} \rightarrow \frac{R_۱}{R_۲} = ۹$$

$M_{زمین} = ۸۱ M_{ماه}$

(۲۸) شکل مقابل نمودار مکان – زمان متحرکی به جرم ۱/۵ kg را نشان می‌دهد که تحت تأثیر دو نیروی افقی $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2} = 8\vec{i}(N)$ روی سطح افقی دارای اصطکاکی در حال حرکت است. اگر در یک لحظهٔ مشخص نیروی $\vec{F_1}$ حذف شود، نوع حرکت متحرک پس از آن چگونه خواهد بود؟ $(g = 10\frac{N}{kg}, \mu_k = 0/4, \mu_s = 0/5)$



۱) پیوسته تندشونده
۲) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

نمودار مکان – زمان جسم به صورت خط راست است. بنابراین نوع حرکت متحرک یکنواخت است و لذا نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. از طرفی چون متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین نیروی اصطکاک در جهت مثبت محور x به آن وارد می‌شود و از طرفی دیگر چون $\vec{F_2}$ در جهت مثبت محور x است، پس از حذف نیروی $\vec{F_1}$، ابتدا حرکت جسم کندشونده می‌شود تا به حال سکون برسد ولی پس از آن چون $F_2 > f_{s,max}$ است، نوع حرکت جسم تندشونده می‌شود.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s=0/5\ ,\ g=10\frac{N}{kg}]{F_N=mg\ ,\ m=1/5\ kg}$$

$$f_{s,max} = 0/5 \times 15 = 7/5N \xrightarrow{F_2=8\ N} F_2 > f_{s,max}$$

(۲۹) طول اولیه‌ی فنری ۱۰۰ سانتی‌متر است. با آویزان کردن وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی به آن و پس از ایجاد تعادل، ۸ سانتی‌متر به طول آن افزوده می‌شود. اگر به فنر وزنه‌ی ۵۰۰ گرمی آویخته شود، طول آن چند سانتی‌متر خواهد شد؟ (از جرم فنر صرف نظر شود.)

۱) ۱۱۵ ۲) ۱۱۳ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۲۰

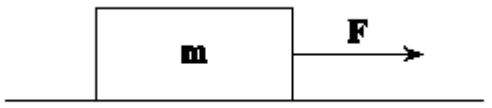
پاسخ: گزینه ۴

در هر دو حالت اندازه‌ی نیروی فنر با اندازه‌ی نیروی وزن جسم برابر است. بنابراین داریم:

$$F = mg \Rightarrow k\Delta x = mg \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{8} = \frac{500}{200}$$

$$\Delta x_2 = 20cm \xrightarrow[l-l_\circ=\Delta x]{l_\circ=100cm} l - 100 = 20cm \Rightarrow l = 120cm$$

۳۰) مطابق شکل زیر به جسمی به جرم ۳۶kg که روی سطح افقی ساکن است، نیروی افقی F = ۱۷۷N وارد می‌شود و تندی جسم ۴ ثانیه پس از شروع حرکت به $۳\frac{m}{s}$ می‌رسد. نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۳۶۰
۲) ۳۹۰
۳) ۴۰۰
۴) ۵۰۰

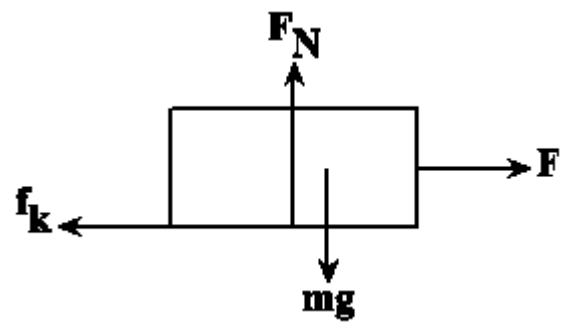
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم و با نوشتن قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۴s]{\Delta v=۳\frac{m}{s}} a = \frac{۳}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow \xrightarrow[a=\frac{۳}{۴}\frac{m}{s^۲},m=۳۶kg]{F=۱۷۷N} f_k = ۱۷۷ - \frac{۳}{۴} \times ۳۶ = ۱۵۰N$$



نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر با برایند نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f_k) است. داریم:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} \xrightarrow[f_k=۱۵۰N]{F_N=mg,m=۳۶kg,g=۱۰\frac{m}{s^۲}} R = \sqrt{۳۶۰^۲ + ۱۵۰^۲}$$

$$= ۳۰\sqrt{۱۲^۲ + ۵^۲} \Rightarrow R = ۳۰\sqrt{۱۶۹} = ۳۹۰N$$