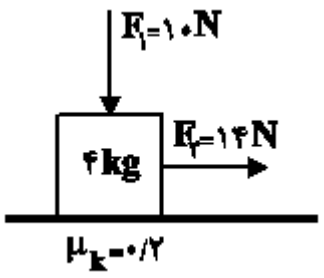
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **دینامیک - متوسط و دشوار**

مرکز مشاوره تحصیلی
راه روشن

۱) مطابق شکل زیر، بر جسم ساکنی دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ وارد می‌شوند و جسم از حالت سکون روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. پس از ۲۰ ثانیه هر دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قطع می‌شوند. از این لحظه به بعد جسم چند متر را طی می‌کند تا متوقف شود؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



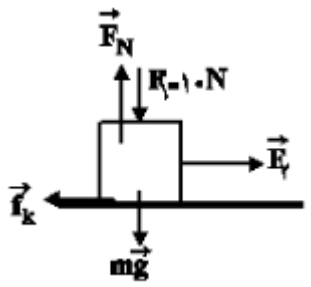
۱) ۴۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۰۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. چون در راستای قایم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند داریم :

$$F_N = F_۱ + mg = ۱۰ + ۴۰ = ۵۰N$$



سپس نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۲ \times ۵۰ = ۱۰N$$

از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت داریم:

$$F_۲ - f_k = ma_۱$$

$$\Rightarrow ۱۴ - ۱۰ = ۴a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۱\frac{m}{s^۲}$$

از معادلهٔ سرعت زمان- سرعت جسم را پس از را محاسبه می‌کنیم.

$$v_۱ = a_۱ t = ۲۰\frac{m}{s}$$

پس از قطع شدن دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$، داریم:

$$F'_N = mg \Rightarrow f_k = \mu_k F'_N = \mu_k mg$$

$$\Rightarrow ۰ - f_k = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = -\mu_k g = -۲\frac{m}{s^۲}$$

از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v_۲^۲ = v_۱^۲ + ۲a_۲\Delta x \Rightarrow ۰ = ۴۰۰ - ۴\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۱۰۰m$$

(۲) سه نیرو، هم زمان بر وزنه‌ای به جرم ۶۵ kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 70\vec{i} - 20\vec{j}$، $\vec{F}_2 = 50\vec{i} - 40\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = +10\vec{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

۱) ۱۳ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

کافی است برایند نیروها را یافته، از رابطه $F_{net} = ma$ شتاب را بیابیم:

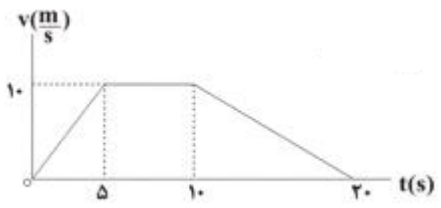
$$F_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (70\vec{i} - 20\vec{j}) + (50\vec{i} - 40\vec{j}) + (10\vec{j}) = 120\vec{i} - 50\vec{j}$$

بزرگی برایند:

$$F_{net} = \sqrt{(120)^2 + (50)^2} = 130\,N$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{130}{65} = 2\,m/s^2$$

(۳) آسانسوری از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. درون آسانسور شخصی به جرم ۶۰ kg روی ترازو ایستاده است. اگر نمودار سرعت – زمان حرکت آسانسور مطابق شکل زیر باشد، نسبت عدد نشان داده شده توسط ترازو در لحظه $t_1 = 4\,s$ به وزن ظاهری شخص در لحظه $t_2 = 15\,s$ کدام است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{8}{11}$
۳) $\frac{11}{8}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

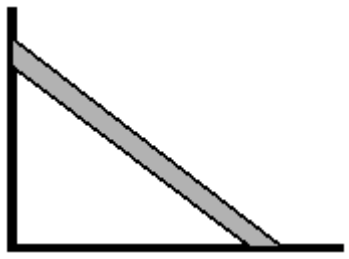
گزینه «۲»

با توجه به رابطه وزن ظاهری در آسانسور داریم:

$$F_N = m(g \pm a)\begin{cases} \text{تندشونده به سمت پایین} & F_N = m(g - a) \\ \text{کندشونده به سمت پایین} & F'_N = m(g + a') \end{cases}$$

$$\frac{F_N}{F'_N} = \frac{g-a}{g+a'} \xrightarrow[a=\frac{10}{5}=2\frac{m}{s^2}]{a'=\frac{10}{10}=1\frac{m}{s^2}} \frac{F_N}{F'_N} = \frac{10-2}{10+1} = \frac{8}{11}$$

④ نردبان همگنی به جرم ۴۸kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر اندازه نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند ۶۰۰ نیوتون باشد، اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

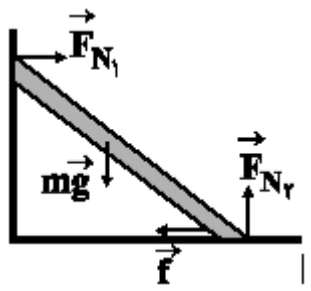


۱) ۱۲۰
۲) ۶۰۰
۳) ۴۰۰
۴) ۳۶۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



با توجه به اینکه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند، داریم:

$$\begin{cases} F_{N_2} = mg = ۴۸۰N \\ F_{N_1} = f \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$R = ۶۰۰N \Rightarrow R = \sqrt{f^{۲} + F_{N_2}{}^{۲}}$$

$$\Rightarrow ۶۰۰ = \sqrt{f^{۲} + ۴۸۰^{۲}} \Rightarrow f = ۳۶۰N$$

پس داریم:

$$F_{N_1} = ۳۶۰N$$

⑤ هنگامی که جسمی در هوا سقوط می‌کند، واکنش نیروی وزن جسم بر ..... وارد شده و هنگامی‌که شخصی طنابی به جرم m را به درختی بسته و محکم می‌کشد، عکس‌العمل نیروی (یا نیروهای) وارد بر طناب بر ..... وارد می‌شود.

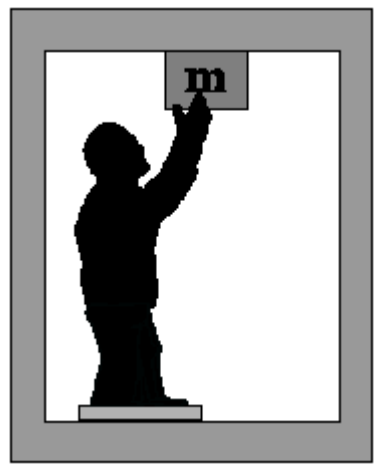
۱) هوا –شخص
۲) زمین و هوا –درخت
۳) زمین – شخص و درخت و زمین
۴) جسم – درخت و شخص

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

واکنش هر نیرو به جسمی وارد می‌شود که آن نیرو را وارد کرده است. بنابراین واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود و چون در حالت دوم از طرف شخص، درخت و زمین به طناب نیرو وارد شده است، پس طناب نیز طبق قانون سوم نیوتون به هر سه نیروی عکس‌العمل وارد می‌کند.

⑥ مطابق شکل مقابل، شخصی به جرم ۶۰kg درون آسانسوری که با شتاب ثابت در حال حرکت است، بر روی یک ترازو ایستاده است و جسمی به جرم ۱/۵ kg را مطابق شکل در تماس با سقف آسانسور نگه داشته است. اگر عددی که ترازو نشان می‌دهد و اندازه نیرویی که شخص به جسم وارد می‌کند، به‌ترتیب برابر ۷۵۰ N و ۷۰ N باشد، اندازه نیرویی که از طرف سقف به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



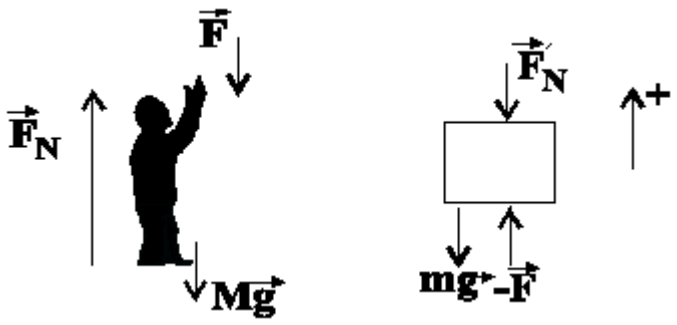
۱) ۴۸
۲) ۶۷
۳) ۵۵
۴) ۵۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه«۴»

نیروهای وارد بر شخص و نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. به شخص سه نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیرویی که جسم به آن وارد می‌کند، وارد می‌شود. به جسم هم سه نیروی وزن، عمودی سطح و نیرویی که شخص به آن وارد می‌کند، وارد می‌شود.

عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر با اندازه نیروی عمودی سطح است که به شخص وارد می‌شود.



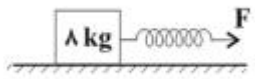
با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای قائم برای شخص و جسم داریم:

$$\begin{matrix} F_N - Mg - F = Ma \\ F - mg - F'_N = ma \end{matrix} \Rightarrow \frac{F_N - Mg - F}{M} = \frac{F - mg - F'_N}{m}$$

$$\xrightarrow[F=۷۰\,N\,,\,m=۱/۵\,kg]{F_N=۷۵۰\,N\,,\,M=۶۰\,kg\,,\,g=۱۰\frac{N}{kg}} \frac{۷۵۰-۶۰۰-۷۰}{۶۰} = \frac{۷۰-۱۵-F'_N}{۱/۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{۶} = \frac{۵۵-F'_N}{۱/۵} \Rightarrow F'_N = ۵۳\,N$$

(۷) مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۸ kg روی سطحی افقی تحت تأثیر نیروی افقی F کشیده می‌شود. اگر افزایش طول فنر ۱۰ cm باشد، شتاب حرکت جسم $۲/۵ \frac{m}{s^۲}$ و اگر افزایش طول فنر ۱۵ cm باشد، شتاب حرکت جسم $۵ \frac{m}{s^۲}$ خواهد شد. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و از جرم فنر صرف‌نظر شود.)



۱) ۰/۲ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۷۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. سپس از قانون دوم نیوتون در راستای y و x استفاده می‌کنیم.

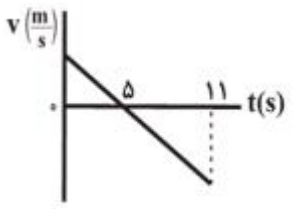
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۸۰\,N$$
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F_e - f_k = ma$$

اگر برای F_e از قانون هوک ($F_e = kx$) و برای f_k از $f_k = \mu_k F_N$ استفاده کنیم، در حالتی که $x_۱ = ۱۰\,cm$ و $x_۲ = ۱۵\,cm$ است. داریم:

$$kx - \mu_k mg = ma \begin{cases} k \times ۰/۱ - \mu_k \times ۸۰ = ۸ \times ۲/۵ \\ k \times ۰/۱۵ - \mu_k \times ۸۰ = ۸ \times ۵ \end{cases}$$

از حل این معادله μ_k به‌دست می‌آید. $\mu_k = ۰/۲۵$

⑧ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی به جرم۴/۵kg که روی خط راست در حرکت است، مطابق شکل مقابل می‌باشد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در مدت ۱۱s برابر با ۱۲۲m باشد، بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم در این مدت چند نیوتون است؟

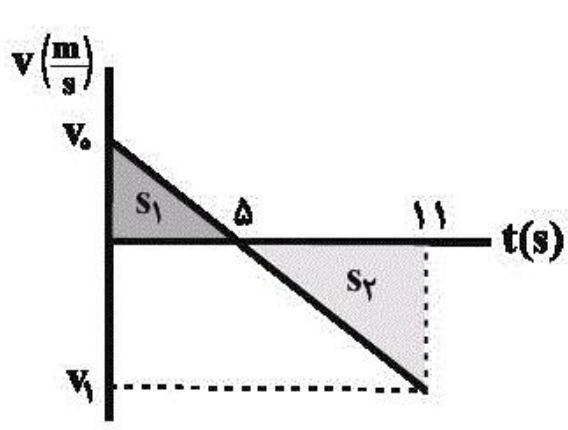


۱) ۴
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به ثابت بودن شیب نمودار و از تشابه دو مثلث نشان داده شده، داریم:



$$\frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{6} \Rightarrow v_1 = 1/2v_0$$

از طرفی حاصل جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها برابر مسافت است و در نمودار سرعت ـ زمان مساحت محصور بین نمودار سرعت ـزمان و محور زمان در یک بازه زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است.

$$\ell = s_1 + s_2 \Rightarrow 122 = \frac{v_0 \times 5}{2} + \frac{v_1 \times 6}{2}$$

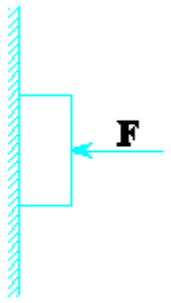
$$\Rightarrow 122 = 2/5v_0 + 3/6v_0 \Rightarrow 6/1v_0 = 122$$

$$\Rightarrow v_0 = 20\frac{m}{s}$$

شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان، همان شتاب متحرک در آن لحظه است که با توجه به نمودار ثابت است. $a = \frac{0-20}{5} = -4\frac{m}{s^2}$

از قانون دوم نیوتون داریم: $|F_{net}| = m|a| = 4/5 \times 4 = 18N$

⑨ مطابق شکل زیر، جسمی به وزن ۲۰N توسط نیروی افقی F = ۶۰N به حال سکون بر دیواره قائمی ثابت نگه داشته شده است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان دیواره و جسم به ترتیب ۰/۶ و ۰/۳ است. در این حالت نیرویی به بزرگی ۱۰N موازی با دیواره رو به پایین به جسم وارد می‌شود. نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟



۱) ۳۰

۲) ۳۶

۳) $۳۰\sqrt{۳}$

۴) $۳۰\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینه ۴

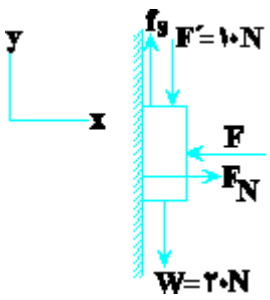
گزینه ۴

ابتدا بایستی بررسی کنیم آیا جسم پس از واردشدن نیروی F' ساکن می‌ماند یا خیر.

بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را به‌دست می‌آوریم و آن را با برایند دو نیروی $\vec{F'}$ و $\vec{W}$ مقایسه می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۶۰ = ۳۶N$$

جسم ساکن می‌ماند $\Rightarrow F'+W = ۳۰N \xrightarrow{f_{s\,max}=۳۶N} F'+W < f_{s,max}$



چون جسم ساکن است بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

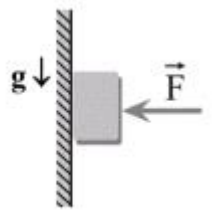
$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F_N = F = ۶۰N$$

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow f_s = F'+W = ۳۰N$$

نیروی عکس‌العمل سطح برابر با برایند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

$$R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲} = \sqrt{۳۰^۲ + ۶۰^۲} = \sqrt{۴۵۰۰} = ۳۰\sqrt{۵}N$$

(۱۰) در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به‌طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به‌ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ $(\mu_s > \mu_k)$



۱) $f_1 > f_2$ ،$F_1 > F_2$

۲) $f_1 > f_2$ ،$F_1 = F_2$

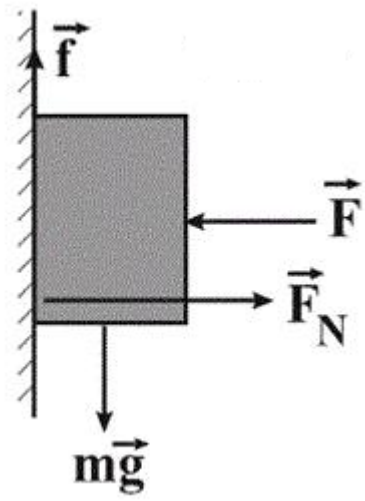
۳) $f_1 = f_2$ ،$F_1 < F_2$

۴) $f_1 = f_2$ ،$F_1 = F_2$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

در هر دو حالت نیروی اصطکاک برابر وزن جسم است، زیرا در هر دو حالت شتاب نداریم و برایند نیروها در راستای قائم صفر است. لذا داریم:



$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow mg - f = 0 \Rightarrow mg = f$$

$$\Rightarrow f_1 = f_2 = mg$$

حال با توجه به اینکه ضریب اصطکاک ایستایی از جنبشی بیشتر است، لذا داریم:

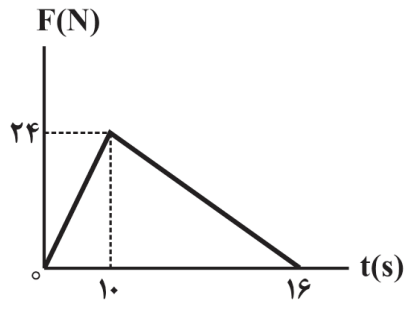
$$(1)\ (F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F_{N_1} - F_1 = 0 \Rightarrow F_{N_1} = F_1$$

$$(2)\ (F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F_{N_2} - F_2 = 0 \Rightarrow F_{N_2} = F_2$$

$$f_1 = f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} \underset{=}{(1)} \mu_s F_1$$
$$f_2 = f_k = \mu_k F_{N_2} \underset{=}{(2)} \mu_k F_2$$

$$\Rightarrow \mu_s F_1 = \mu_k F_2 \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

⑪ شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر متحرکی را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر آن از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر با چند نیوتون خواهد بود.؟



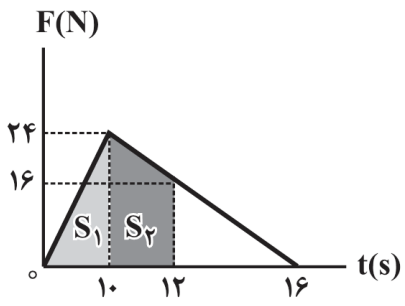
۱) ۱۰
۲) $\frac{۴۰}{۳}$
۳) $\frac{۸۰}{۳}$
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

با استفاده از تشابه مثلث‌ها می‌توان اندازهٔ نیرو را در لحظهٔ $t = ۱۲s$ به‌دست آورد.

$$\frac{۲۴}{F} = \frac{۶}{۴} \Rightarrow F = ۱۶N$$



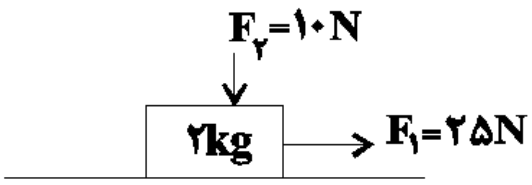
می‌دانیم که مساحت زیر نمودار نیرو – زمان برابر تغییرات تکانه است. بنابراین:

$$\Delta p = S_۱ + S_۲ = \frac{۲۴\times۱۰}{۲} + \frac{(۲۴+۱۶)\times۲}{۲} = ۱۲۰ + ۴۰ = ۱۶۰\frac{kg.m}{s}$$

در نتیجه:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۱۶۰}{۱۲} = \frac{۴۰}{۳}N$$

(۱۲) در شکل زیر دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ به جسمی به جرم ۲kg که روی سطح افقی قرار دارد وارد می‌شوند و جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ تغییر تکانهٔ جسم پس از ۱۰ ثانیه برابر ۱۰۰ واحد SI باشد، اندازهٔ نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

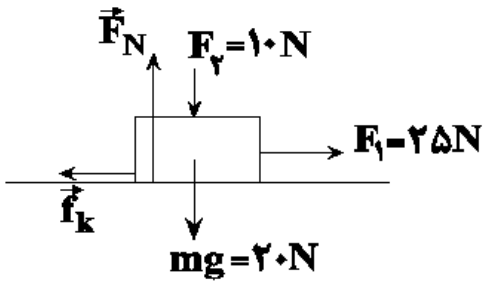


۱) $۱۰\sqrt{۵}$ ۲) $۱۰\sqrt{۵}$ ۳) $۱۵\sqrt{۵}$ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



با توجه به این‌که نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم متوازن هستند، با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$(f_{net})_y = ۰$

$\Rightarrow F_N = F_۲ + mg$

$\Rightarrow F_N = ۱۰ + ۲۰ = ۳۰\,N$

از طرفی با توجه به رابطه قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه داریم:

$(F_{net})_x = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow (F_{net})_x = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\,N$

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای افقی داریم:

$F_۱ - f_k = (F_{net})_x \Rightarrow ۲۵ - f_k = ۱۰ \Rightarrow f_k = ۱۵N$

از طرف سطح دو نیروی $\vec{f}_k$ و $\vec{F}_N$ بر جسم وارد می‌شود.

اندازهٔ نیروی وارد به جسم از طرف سطح برابر است با:

$R = \sqrt{f_k^۲ + F_N^۲}$

$\Rightarrow R = \sqrt{۱۵^۲ + ۳۰^۲} = ۱۵\sqrt{۵}N$

(۱۳) گلوله‌ای به جرم ۵۰۰ g از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها شده و پس از برخورد به سطح زمین، تا ارتفاع ۵ متری بالا می‌رود. اگر مدت زمان برخورد گلوله با سطح زمین ۰/۲ s باشد، اندازهٔ نیروی خالصی که در این مدت به گلوله وارد شده است، چند نیوتون است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

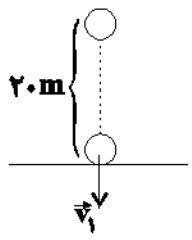
۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳

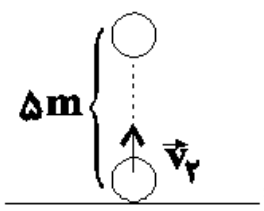
گزینهٔ «۳»

ابتدا تندی برخورد گلوله به زمین را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v_۱^۲ = -۲g(y - y_۰) = -۲ \times ۱۰(۰ - ۲۰) \Rightarrow v_۱^۲ = ۲۰^۲ \Rightarrow |v_۱| = ۲۰ \frac{m}{s}$$



گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۵ متری بالا می‌رود. تندی گلوله به هنگام جداشدن از سطح زمین را با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی گلوله محاسبه می‌کنیم:

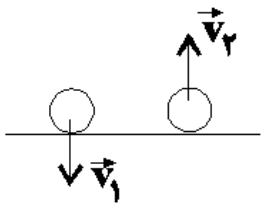


$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[K_۲=۰]{U_۱=۰}$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = mgh_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times v_۲^۲ = ۱۰ \times ۵$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۱۰ \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ تغییرات تکانه، اندازهٔ نیروی وارد بر گلوله را محاسبه می‌کنیم:



$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰/۵(۱۰-(-۲۰))}{۰/۲} = \frac{۵}{۲} \times ۳۰ = ۷۵\ N$$

(۱۴) تکانه جسمی در فاصله زمانی۰/۰۵ دقیقه از$-۲۵\frac{kg.m}{s}$ به$۳۵\frac{kg.m}{s}$ تغییر نموده است. اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در این فاصله زمانی چند نیوتون است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{۲۰}{۳}$ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم نیروی متوسط از رابطه $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} F = ma \\ F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_۱ = -۲۵\frac{kg.m}{s} \\ p_۲ = ۳۵\frac{kg.m}{s} \\ \Delta t = \frac{۵}{۱۰۰} \times ۶۰ = ۳s \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta p = p_۲ - p_۱ = ۳۵ - (-۲۵) = ۶۰\frac{kg.m}{s} \\ \Delta t = ۳s \end{matrix}$$

$$F = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰N$$

(۱۵) جسمی تحت‌تأثیر نیروی افقی F به بزرگی ۱۲N روی سطح افقی بدون اصطکاکی بر روی خط راست در حال حرکت است. اگر تکانه جسم در لحظه $t = ۱s$ برابر با p و در لحظه $t = ۳s$ برابر با $-\frac{p}{۲}$ باشد. بزرگی تکانه جسم در لحظه $t = ۵s$ در SI کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۱۲ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با استفاده از رابطه تکانه و نیرو، تکانه جسم را در لحظه $t = ۱s$ به دست می‌آوریم:

$$|F_{net}| = |\frac{\Delta p}{\Delta t}| \xrightarrow[p_۲=-\frac{p}{۲}\ ,\ p_۱=p]{F_{net}=۱۲\ N, t_۲=۳s\ ,\ t_۱=۱s}$$

$$۱۲ = |\frac{-\frac{p}{۲}-p}{۳-۱}| \Rightarrow ۲۴ = \frac{۳|p|}{۲}$$

$$\Rightarrow p = ۱۶\frac{kg.m}{s} \Rightarrow p_{t=۳s} = -\frac{p}{۲} = -۸\frac{kg.m}{s}$$

با توجه به اینکه بردار تکانه در لحظات $t = ۱s$ و $t = ۳s$ خلاف جهت یک‌دیگر است و از طرفی جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که در لحظه $t = ۳s$ بردار سرعت و نیرو با یکدیگر هم‌جهت هستند.

$$|F_{net}| = |\frac{\Delta p}{\Delta t}| \Rightarrow ۱۲ = |\frac{p_{t=۵s} - p_{t=۳s}}{۵-۳}|$$

$$\xrightarrow{p_{(t=۳s)}=-۸\frac{kg.m}{s}} ۱۲ \times ۲ = |p_{t=۵s} + ۸|$$

$$\Rightarrow p_{t=۵s} = -۲۴ - ۸ = -۳۲\frac{kg.m}{s}$$

⑯ معادله تکانه ـ زمان حجمی به‌صورت $p = ۴t^۲ - ۸t$ می‌باشد. نوع حرکت متحرک در سه ثانیه اول حرکت چیست؟

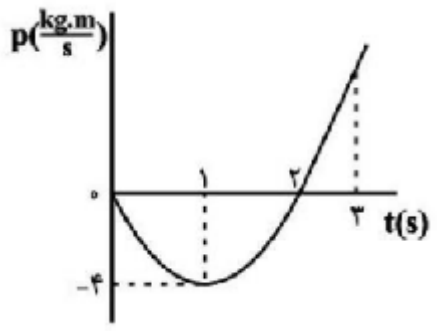
۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
۳) کندشونده ـ تندشونده ـ کندشونده
۴) تندشونده ـ کندشونده ـ تندشونده

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

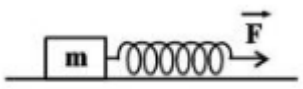
نمودار p – t شبیه به نمودار v – t است. و هرگاه نمودار از محور زمان دور شود، نوع حرکت تندشونده و هرگاه نزدیک شود، نوع حرکت کندشونده است پس کافی است.

نمودار p – t را رسم کنیم.



پس ابتدا حرکت تندشونده و پس از t = ۱s تا t = ۲s کندشونده و بعد از آن تندشونده می‌شود.

⑰ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m توسط یک فنر افقی و سبک، در امتداد سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۷۵$ با شتاب ثابت $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ در حرکت است. اگر بزرگی نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، ۵۰N و تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی فنر برابر با ۱۰cm باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

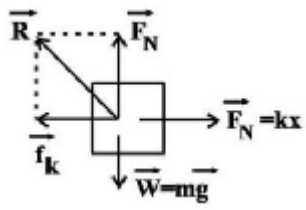


۱) ۳۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در ابتدا جرم جسم را می‌یابیم:



$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N} R = \sqrt{F_N^۲ + \mu_k^۲ F_N^۲}$$

$$\Rightarrow R = F_N\sqrt{۱ + \mu_k^۲} \xrightarrow[R=۵۰N]{\mu_k=\frac{۳}{۴}} ۵۰ = F_N\sqrt{۱ + \frac{۹}{۱۶}}$$

$$\Rightarrow F_N = ۴۰ \xrightarrow{F_N=mg} m \times ۱۰ = ۴۰ \Rightarrow m = ۴kg$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow kx - f_k = ma \Rightarrow k \times (۰/۱) - ۳۰ = ۴ \times ۲/۵$$

$$\Rightarrow k = ۴\frac{N}{m}$$

(۱۸) جرم یک ماهواره ۴۰۰kg و وزن آن در مدار چرخش به دور زمین برابر با ۱۰۰۰N است. فاصله ی ماهواره از سطح زمین چند برابر شعاع زمین است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ۱

ابتدا اندازه ی شتاب گرانی را در مدار چرخش ماهواره به دست می آوریم:

$$W_h = mg_h \xrightarrow{W_h=۱۰۰۰N\ ,\ m=۴۰۰kg} ۱۰۰۰ = ۴۰۰g_h \Rightarrow g_h = ۲/۵\frac{N}{kg}$$

اکنون با مقایسه ی اندازه ی شتاب گرانی بر روی سطح زمین و اندازه یشتاب گرانی در ارتفاع h از سطح زمین، می توان فاصله ی ماهواره از سطح زمین را حساب کرد.

$$g_r = \frac{GM_e}{r^۲} \Rightarrow \frac{g_۰}{g_h} = \left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^۲ \xrightarrow[g_h=۲/۵\frac{N}{kg}]{g_۰=۱۰\frac{N}{kg}}$$

$$\frac{۱۰}{۲/۵} = \left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^۲ \Rightarrow ۲ = \frac{R_e+h}{R_e} \Rightarrow h = R_e$$

(۱۹) فرض کنید سیاره‌ای باشد که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{۱}{۴}$ جرم کره زمین باشد. شتاب گرانشی در سطح آن سیاره، چند برابر شتاب گرانشی در سطح کره زمین خواهد بود؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

شتاب گرانشی در سطح هر سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{R^۲}$ به‌دست می‌آید که M جرم سیاره و R شعاع آن است. بنابراین داریم:

$$\frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R}\right)^۲ \xrightarrow[R=\frac{۱}{۲}R_e]{M=\frac{۱}{۴}M_e} \frac{g}{g_e} = \frac{۱}{۴} \times (۲)^۲ = ۱$$

(۲۰) اگر وزن جسمی در فاصله Re از سطح زمین ۶۰۰۰N باشد، وزن این جسم روی سطح سیاره‌ای که شعاع و جرم آن به‌ترتیب نصف شعاع و جرم زمین است، چند نیوتون است؟ (Re شعاع زمین است.)

۱) ۴۸۰۰۰ ۲) ۱۲۰۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۳۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$g = \frac{GM}{R^۲} \xrightarrow{W=mg} W = \frac{GMm}{R^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{M'}{M_e} \times \frac{(Re+h)^۲}{R^۲} \xrightarrow[M'=\frac{Me}{۲},\ W=۶۰۰۰N]{h=Re\ ,\ R'=\frac{Re}{۲}}$$

$$\frac{W'}{۶۰۰۰} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲^۲}{(\frac{۱}{۲})^۲} \Rightarrow W' = ۴۸۰۰۰N$$

(۲۱) جسمی به جرم m یک بار در فاصله R_A از سطح سیاره A و بار دیگر در سطح سیاره B از یک فنر آویزان می‌گردد، بعد از رسیدن به تعادل، طول فنر در حالت اول برابر با ۲۰cm و در حالت دوم برابر با ۵۵cm است. اگر جرم و شعاع سیاره A دو برابر جرم و شعاع سیاره B باشد، طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ (R_A شعاع سیاره A است.)

۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نسبت شتاب گرانش را در محل فنر در دو سیاره به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} m_A g_A = k\Delta x \\ m_B g_B = k\Delta x' \end{matrix} \xrightarrow{m_A=m_B=m} \frac{g_A}{g_B} = \frac{\Delta x}{\Delta x'}$$

$$\xrightarrow{g=\frac{GM}{R^2}} \frac{G\frac{M_A}{(R_A+R_A)^2}}{G\frac{M_B}{R_B^2}} = \frac{\ell-\ell_\circ}{\ell'-\ell_\circ}$$

$$\xrightarrow[R_A=2R_B]{M_A=2M_B} 2\times\frac{R_B^2}{16R_B^2} = \frac{\ell-\ell_\circ}{\ell'-\ell_\circ}$$

$$\Rightarrow 8\ell - 8\ell_\circ = \ell'-\ell_\circ \Rightarrow 8\ell - \ell' = 7\ell_\circ$$

$$\xrightarrow{\ell=20cm\ ,\ \ell'=55cm} 160 - 55 = 7\ell_\circ \Rightarrow \ell_\circ = \frac{105}{7} = 15cm$$

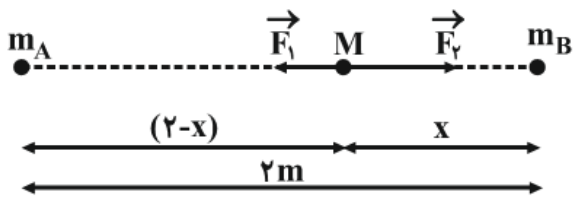
(۲۲) دو جرم نقطه‌ای A و B با نسبت جرم $\frac{m_A}{m_B} = \frac{4}{3}$ در فاصله ۲ متری از یک‌دیگر قرار دارند. جرم M را بین دو جسم و روی خط واصل آن‌ها طوری قرار می‌دهیم که بزرگی نیروی گرانشی بین m_A و M، $\frac{1}{3}$ بزرگی نیروی گرانشی بین m_B و M باشد. فاصله جرم M از جرم m_B چند سانتی‌متر است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{200}{3}$ ۴) $\frac{100}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

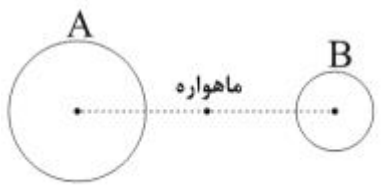
مطابق شکل مقابل و با استفاده از قانون گرانش نیوتون، داریم:



$$F_1 = \frac{1}{3}F_2 \Rightarrow G\frac{m_A M}{(2-x)^2} = \frac{1}{3}G\frac{m_B M}{x^2} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}\left(\frac{2-x}{x}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{m_A}{m_B}=\frac{4}{3}} \frac{4}{3} = \frac{1}{3}\left(\frac{2-x}{x}\right)^2 \Rightarrow 2 - x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3}m = \frac{200}{3}cm$$

(۲۳) مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای بین دو سیاره A و B و روی خط واصل مرکزهای آن‌ها قرار گرفته است. جرم سیاره A، ۹ برابر جرم سیاره B و فاصله میان مرکزهای دو سیاره r است. در چه فاصله‌ای بر حسب r، نیروهای گرانشی وارد بر ماهواره متوازن است؟



۱) $\frac{r}{3}$ از مرکز سیاره B

۲) $\frac{2r}{3}$ از مرکز سیاره B

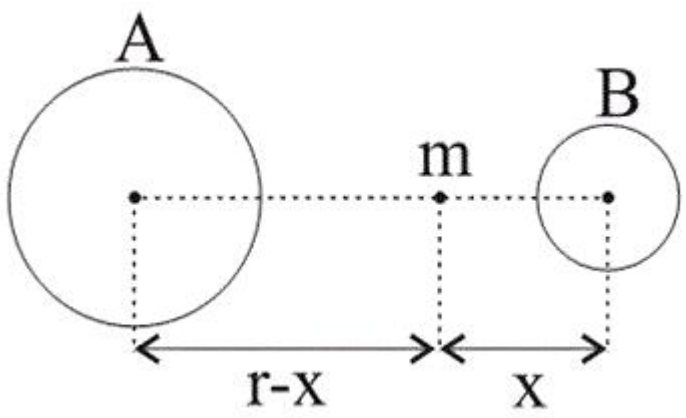
۳) $\frac{r}{4}$ از مرکز سیاره A

۴) $\frac{3r}{4}$ از مرکز سیاره A

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

فاصله مرکز دو سیاره برابر r است. برای آن‌که نیروهای وارد بر ماهواره متوازن باشند باید فاصله از مرکز سیاره با جرم بزرگ‌تر را بیش‌تر کرد. در این صورت می‌توان نوشت:



$$F_A = F_B$$

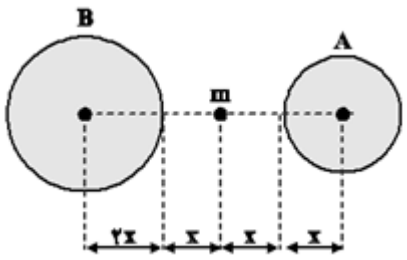
$$\Rightarrow /G\frac{m_A/m}{(r-x)^2} = /G\frac{m_B/m}{(x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9m_B}{(r-x)^2} = \frac{m_B}{(x)^2}$$

$$\Rightarrow 9x^2 = (r-x)^2 \Rightarrow 3x = r - x \Rightarrow x = \frac{r}{4}\ ,\ r - x = \frac{3r}{4}$$

بنابراین در فاصله $\frac{r}{4}$ از مرکز سیاره B و $\frac{3r}{4}$ از مرکز سیاره A نیروهای وارد بر ماهواره متوازن هستند.

(۲۴) مطابق شکل زیر، جسم m بین دو کره توپر A و B قرار دارد. اگر چگالی کره A دو برابر چگالی کره B باشد، اندازه نیروی گرانشی که کره A بر m وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیروی گرانشی است که کره B بر m وارد می‌کند؟



۱) $\frac{۹}{۸}$
۲) $\frac{۸}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۱۶}$
۴) $\frac{۱۶}{۹}$

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قانون گرانش عمومی، داریم:

$$F = G\frac{Mm}{r^۲} \xrightarrow[V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳]{M=\rho V} F = \frac{۴}{۳}\pi G\rho\frac{mR^۳}{r^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^۳ \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^۲ = ۲ \times \left(\frac{x}{۲x}\right)^۳ \times \left(\frac{۳x}{۲x}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{۹}{۱۶}$$

(۲۵) یک ماهواره مخابراتی از سطح زمین تا ارتفاع ۴ برابر شعاع زمین نسبت به سطح زمین، پرتاب می‌شود. اندازه شتاب گرانشی وارد بر آن چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۲۵
۲) ۲۴
۳) ۹۶
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e+h)^۲}$$

اگر $h = ۴R_e$ باشد، نسبت g_h به $g_۰$ (شتاب گرانشی در سطح زمین) برابر است با:

$$\frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲ \Rightarrow \frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{۵R_e}\right)^۲ = \frac{۱}{۲۵} \Rightarrow g_h = \frac{۱}{۲۵}g_۰$$

$$\text{درصد تغییرات اندازه شتاب گرانشی} = \frac{g_h-g_۰}{g_۰} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{-۲۴}{۲۵} \times ۱۰۰ = -۹۶$$

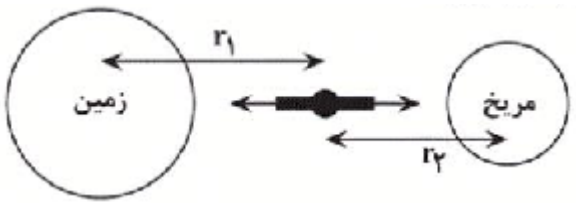
یعنی اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع $۴R_e$ از سطح زمین ۹۶% نسبت به سطح زمین کاهش می‌یابد.

(۲۶) ماهواره‌ای در فاصله بین مریخ و زمین قرار دارد. اگر جرم زمین ۹ برابر جرم مریخ باشد، فاصله ماهواره از مرکز زمین چند برابر فاصله آن از مرکز مریخ باشد تا برایند نیروهای گرانش وارد بر ماهواره از طرف این دو سیاره برابر صفر شود؟

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۸۱ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴

شکل زیر را درنظر بگیرید



$$F_{\text{زمین}} = F_{\text{مریخ}} \Rightarrow \frac{GmM_{\text{زمین}}}{r_1^2} = \frac{GmM_{\text{مریخ}}}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{r_1^2} = \frac{۱}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = ۳r_2$$

(۲۷) شخصی به جرم ۷۸kg درون آسانسوری قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ثابت $۱/۵\frac{m}{s^2}$ و به‌صورت کندشونده به سمت پایین حرکت کند، اندازه نیرویی که از طرف زمین بر شخص وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۸۹۷ ۲) ۶۶۳
۳) ۷۸۰ ۴) ۲۳۴

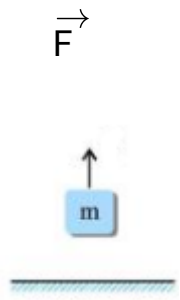
پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

نیرویی که از طرف زمین بر شخص وارد می‌شود، همان نیروی وزن شخص است که ثابت و اندازه آن برابر است با:

$$W = mg = ۷۸ \times ۱۰ = ۷۸۰N$$

(۲۸) در شکل زیر، بر جسمی که در حال سقوط به‌طرف زمین است، ناگهان نیروی قائم و ثابت $\vec{F}$ که به اندازه ۴۰ درصد از نیروی وزن جسم بیش‌تر است، وارد می‌شود. اگر جسم هم‌چنان به‌طرف پایین حرکت کند، شتاب حرکت جسم و نوع حرکت آن در لحظه اعمال نیروی $\vec{F}$ کدام است؟ (g شتاب گرانش زمین است.)



۱) $\frac{۲}{۵}g$، تندشونده
۲) $\frac{۳}{۵}g$، تندشونده
۳) $\frac{۲}{۵}g$، کندشونده
۴) $\frac{۳}{۵}g$، کندشونده

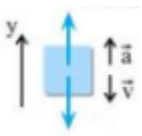
پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow a = \frac{F-mg}{m} = \frac{F}{m} - g$$

$$\xrightarrow{F=۱/۴\,mg} a = \frac{۱/۴\,mg}{m} - g = ۰/۴\,g = \frac{۲}{۵}g$$

$$\vec{F} = ۱/۴mg$$



$m\vec{g}$

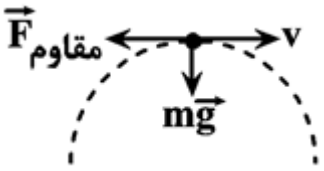
ملاحظه می‌شود شتاب حرکت مثبت است $(a = +۰/۴\,g)$. چون جهت مثبت محور مکان را رو به بالا گرفتیم، بنابراین شتاب رو به بالاست اما سوی حرکت طبق صورت سؤال (v) رو به پایین است. وقتی a و v در خلاف جهت هم هستند، حرکت کندشونده خواهد بود $(av < ۰)$.

(۲۹) یک گلوله کاغذی در هوا پرتاب می‌شود. اگر اندازه شتاب حرکت آن در لحظه‌ای که بردار سرعت گلوله در راستای افق می‌شود، $۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$ و اندازه نیروی مقاومت هوا ۰/۴۸N باشد، جرم گلوله کاغذی چند گرم است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ است و از سایر نیروها چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۴۰ ۲) ۶۴ ۳) ۹۲ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینه ۲

شتاب دو مؤلفه a_x و a_y دارد.



$$F_{net} = m.a = \sqrt{(mg)^۲ + (F_{مقاومت})^۲}$$

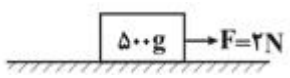
$$\Rightarrow m^۲ \times (۱۲/۵)^۲ = m^۲ \times ۱۰^۲ + (۰/۴۸)^۲$$

$$\Rightarrow m^۲((۱۲/۵)^۲ - ۱۰^۲) = (۰/۴۸)^۲$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{\frac{(۰/۴۸)^۲}{۵۶/۲۵}} = \sqrt{\frac{(۰/۴۸)^۲}{(۷/۵)^۲}}$$

$$\Rightarrow m = \frac{۰/۴۸}{۷/۵} = ۰/۰۶۴kg = ۶۴g$$

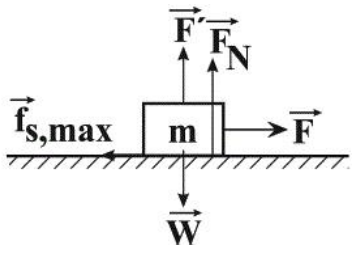
(۳۰) مطابق شکل زیر جسمی به جرم ۵۰۰g روی سطح افقی ساکن است. بزرگی نیروی قائم F' وارد بر جسم چند نیوتون باشد تا جسم در آستانه حرکت روی سطح افق قرار گیرد؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}, \mu_s = \frac{۴}{۵}$)



۱) ۱/۵ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. در لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد داریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = F \xrightarrow[m=۵۰۰\,g = ۰/۵\,kg,\ \mu_s = \frac{۴}{۵}]{F_N = mg - F', g = ۱۰\frac{N}{kg}}$$

$$f_{s,max} = \frac{۴}{۵} \times F_N = ۲ \Rightarrow \frac{۴}{۵} \times (۵ - F') = ۲$$

$$\Rightarrow ۵ - F' = \frac{۱۰}{۴} \Rightarrow F' = ۲/۵N$$