۱) در حالی‌که نیروی خالص وارد بر یک جسم ثابت است جرم آن‌را ۵ kg تغییر می‌دهیم، در نتیجه بزرگی شتاب جسم ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. جرم اولیه جسم چند کیلوگرم بوده است؟

۱) ۱۴ **۲)** ۲۱ **۳)** ۲۸ **۴)** ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma$$

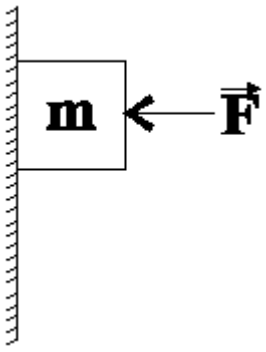
$$\Rightarrow a = \frac{F_{net}}{m}$$

چون شتاب افزایش یافته، پس باید جرم کاهش یافته باشد.

$$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{m_۱}{m_۲} \Rightarrow \frac{\frac{۵}{۴}a_۱}{a_۱} = \frac{m_۱}{m_۱ - ۵} \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{m_۱}{m_۱ - ۵}$$

$$\Rightarrow ۵m_۱ - ۲۵ = ۴m_۱ \Rightarrow m_۱ = ۲۵\,kg$$

(۲) مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم m تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ به دیواری قائم تکیه داده شده است. اگر در لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد، زاویه نیروی عکس‌العمل سطح با نیروی $\vec{F}$ برابر θ_1 و در لحظه‌ای که جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، زاویه نیروی عکس‌العمل سطح با نیروی $\vec{F}$ برابر با θ_2 باشد، کدام گزینه در مورد مقایسه θ_1 و θ_2 صحیح است؟



۱) $\theta_1 = \theta_2 > 90^\circ$

۲) $\theta_1 = \theta_2 < 90^\circ$

۳) $\theta_1 < \theta_2$

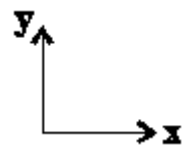
۴) $\theta_2 < \theta_1$

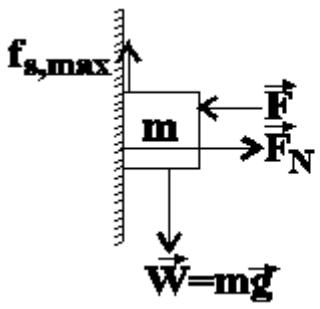
پاسخ: گزینه ۳

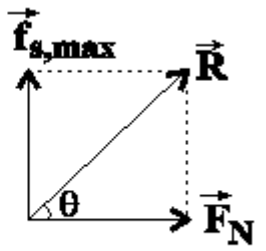
گزینه«۳»

اگر برایند نیروها در راستای قائم را مشخص کنیم، در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است:

الف) جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد.

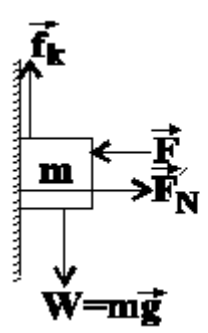


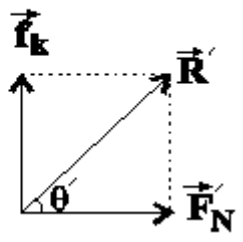




$$\tan\theta = \frac{f_{s,max}}{F_N} \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N} tg\theta = \mu_s \quad (I)$$

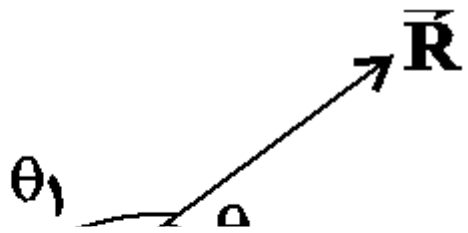
ب) جسم با تندی ثابت به سمت پایین در حال حرکت است.





$$\tan\theta' = \frac{f_k}{F'_N} \xrightarrow{f_k=\mu_k F'_N} \tan\theta' = \mu_k \quad (II)$$

$$(I),(II) \xrightarrow{\mu_s>\mu_k} \theta > \theta'$$



۳) سه گوی هم‌اندازه با جرم‌های $m_1 = ۲۰۰g$، $m_۲ = ۵۰۰g$ و $m_۳ = ۳۰۰g$ را از بالای برجی به ارتفاع h رها می‌کنیم. با فرض اینکه مقاومت هوا طی حرکت سه گوی ثابت و یکسان باشد، مقایسه تندی برخورد گوی‌ها با زمین در کدام گزینه درست بیان شده است؟

۱) $v_1 = v_۲ = v_۳$
۲) $v_1 > v_۲ > v_۳$
۳) $v_۲ > v_۳ > v_1$
۴) $v_1 > v_۳ > v_۲$

پاسخ: گزینه ۳

قانون دوم نیوتون را برای هر گلوله می‌نویسیم. داریم:

$$W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{W - f_D}{m} \xrightarrow{W=mg} a = \frac{mg - f_D}{m}$$

(جهت مثبت شتاب را به‌سمت پایین می‌گیریم.)

f_D: نیروی مقاومت هوا $a = g - \frac{f_D}{m}$

با توجه به یکسان بودن نیروی مقاومت هوا، هر چه m بیش‌تر باشد، شتاب حرکت بیش‌تر است. در نتیجه:

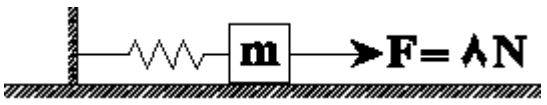
$$m_۲ > m_۳ > m_1 \Rightarrow a_۲ > a_۳ > a_1$$

از طرفی طبق رابطه سرعت ـ جابه‌جایی می‌توانیم بنویسیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta y$$

$$v^۲ - ۰ = ۲ah \Rightarrow v = \sqrt{۲ah} \xrightarrow{a_۲ > a_۳ > a_1} v_۲ > v_۳ > v_1$$

④ اگر به فنر سبکی با طول عادی ۱۶ cm جسمی به جرم ۲۰۰ g را به طور قائم آویزان کنیم، بعد از ایجاد تعادل، طول فنر به ۲۰ cm می‌رسد. هنگامی‌که این جسم و فنر را مطابق شکل بر روی سطحی افقی با نیرویی به بزرگی ۸ نیوتون می‌کشیم، جسم در آستانه حرکت به‌سمت راست قرار گرفته و طول فنر به ۳۰ cm می‌رسد. ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم و سطح کدام است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

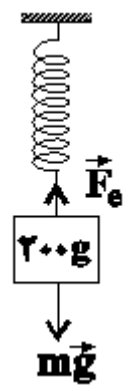


۱) ۰/۶
۲) ۰/۷
۳) ۰/۵
۴) ۰/۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه«۳»

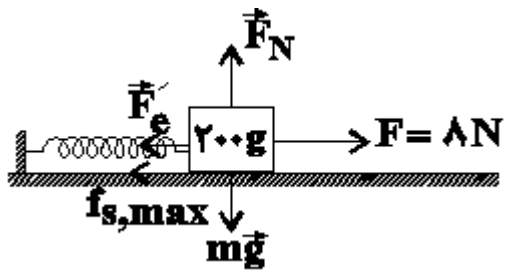
هنگامی‌که جسم را به‌طور قائم آویزان می‌کنیم، نیروی وزن و نیروی فنر بر آن وارد می‌شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:



$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow mg - kx = ۰ \Rightarrow mg = kx$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰ = k(\frac{۲۰-۱۶}{۱۰۰}) \Rightarrow k = ۵۰ \frac{N}{m}$$

در حالت دوم هنگامی‌که جسم بر روی سطح افقی در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، به جسم نیروی افقی $\vec{F}$، نیروی فنر، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح وارد می‌شود.



جسم در راستای قائم بی‌حرکت است. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم: $F'_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_N = mg$

جسم در راستای افقی نیز ساکن است و در آستانه حرکت قرار دارد. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای افقی داریم:

$$F - f_{s,max} - F'_e = ۰ \rightarrow F - kx' - f_{s,max} = ۰$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = ۸ - ۵۰ \times (\frac{۳۰-۱۶}{۱۰۰}) = ۱ N$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s \times \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰ = ۱ \Rightarrow \mu_s = ۰/۵$$

⑤ جسمی به جرم m روی سطح افقی بدون اصطکاکی تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}_1$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر نیروی افقی $\vec{F}_2$ در یک لحظه عمود بر مسیر حرکت به جسم وارد شود، بزرگی شتاب جسم دو برابر می‌شود، $\frac{|\vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \begin{cases} \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \quad (1) \\ \vec{F}'_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}_2 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1),(2) \xrightarrow{|\vec{a}_2| = 2|\vec{a}_1|} \frac{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|} = \frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|} = 2$$

$$\xrightarrow[|\vec{F}_1| = F_1]{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}} \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{F_1} = 2 \Rightarrow F_2^2 = 3F_1^2$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_2| = \sqrt{3}|\vec{F}_1| \Rightarrow \left|\frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_1}\right| = \sqrt{3}$$

⑥ به انتهای فنری با جرم ناچیز، یک بار جسمی به جرم ۱۸۰g و بار دیگر جسمی به جرم ۴۲۰g می‌آویزیم. اگر بعد از ایجاد تعادل، طول فنر در دو حالت به‌ترتیب ۳۱cm و ۳۹cm شود، به‌ترتیب از راست به چپ طول عادی فنر برحسب سانتی‌متر و ثابت فنر بر حسب $\frac{N}{m}$ کدام است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

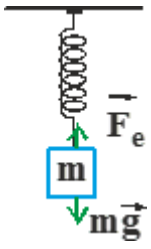
۱) ۰/۳،۰/۲۵ ۲) ۳۰،۰/۲۵
۳) ۰/۳،۲۵ ۴) ۳۰،۲۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

در هر حالت، جسم در حال تعادل است. بنابراین اگر قانون دوم نیوتون را برای جسم بنویسیم، داریم:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg$$



$$\vec{F}_e \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{L' - L_0}{L - L_0} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{39 - L_0}{31 - L_0} = \frac{420}{180} \Rightarrow L_0 = 25cm$$

از طرفی برای جرم ۱۸۰ گرمی، می‌توان نوشت:

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg \Rightarrow k \times (31 - 25) \times 10^{-2} = 180 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow k = 30\frac{N}{m}$$

(۷) جسمی به جرم ۲kg که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، تحت تأثیر سه نیروی افقی $F_۱ = ۸N$ ، $F_۲ = ۵N$ و $F_۳ = ۱۲N$ به حالت تعادل قرار دارد. اگر اندازه دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ بدون تغییر جهت به $\frac{۲}{۳}$ مقدار اولیه کاهش یابد، چند ثانیه پس از این طول می‌کشد تا تندی جسم از صفر به $۸\frac{m}{s}$ برسد؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

چون جسم در حال تعادل است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳$$

$$\xrightarrow[\vec{F'}_۲=\frac{۲}{۳}\vec{F}_۲]{\vec{F'}_۱=\frac{۲}{۳}\vec{F}_۱} \vec{F'}_۱ + \vec{F'}_۲ + \vec{F}_۳ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۱ + \frac{۲}{۳}\vec{F}_۲ + \vec{F}_۳$$

$$= \frac{۲}{۳}(\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲) + \vec{F}_۳ \xrightarrow{\vec{F}_۱+\vec{F}_۲=-\vec{F}_۳} \vec{F}_{net} = -\frac{۲}{۳}\vec{F}_۳ + \vec{F}_۳ = \frac{۱}{۳}\vec{F}_۳$$

$$F_{net} = ma \xrightarrow{|\vec{F}_{net}|=\frac{۱}{۳}|\vec{F}_۳|} \frac{۱}{۳} \times ۱۲ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۸ = ۲t + ۰ \Rightarrow t = ۴s$$

(۸) جسمی به جرم ۵ کیلوگرم تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_۱ = -۱۵\vec{i} + ۸\vec{j}$ و $\vec{F}_۲ = -۲۱\vec{i} + ۱۹\vec{j}$ و $\vec{F}_۳$ قرار گرفته و با شتاب $\vec{a} = -۴\vec{i} + ۳\vec{j}$ حرکت می‌کند. اندازه نیروی $\vec{F}_۳$ کدام است؟ (همه اندازه‌ها در SI هستند.)

۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۲۸ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

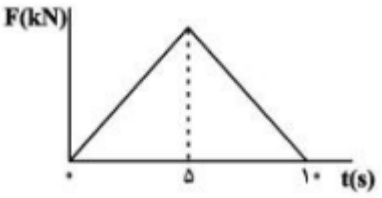
با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = m\vec{a}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_۲+\vec{F}_۱=-۳۶\vec{i}+۲۷\vec{j}} \vec{F}_۳ - ۳۶\vec{i} + ۲۷\vec{j} = ۵ \times (-۴\vec{i} + ۳\vec{j})$$

$$\vec{F}_۳ = ۱۶\vec{i} - ۱۲\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_۳| = \sqrt{۱۶^۲ + ۱۲^۲} = ۲۰\,N$$

⑨ نمودار تغییرات نیرو برحسب زمان در برخورد یک توپ بیسبال به چوب بسیبال مطابق شکل زیر است. اگر نیروی متوسط خالص وارد بر توپ در ۱۰ms ابتدایی ۱۰kN باشد، اندازه تغییر تکانه توپ در ۸ms ابتدایی برخورد چند واحد SI است؟



۱) ۱۰۰
۲) ۹۲
۳) ۹۸
۴) ۴۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در ابتدا ارتفاع مثلث را می‌یابیم:

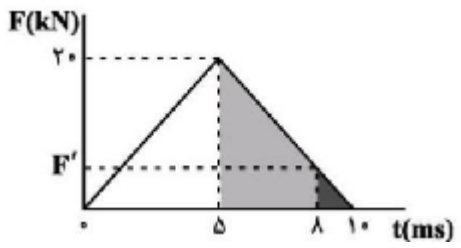
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰ = \frac{\Delta P}{۱۰} \Rightarrow \Delta P = ۱۰۰N.S$$

$$\Delta P = S_{F-t} \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{F_{max} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳}}{۲} \Rightarrow F_{max} = ۲۰kN$$

حال در $t = ۸ms$ داریم: $\frac{۲}{۵} = \frac{F'}{۲۰} \Rightarrow F' = ۸kN$

حال در ۸ ثانیه اول داریم:

$$\Delta P = S_{p.t} = \frac{۵ \times ۲۰}{۲} + \left(\frac{۲۰+g}{۲}\right) \times ۳ = ۹۲N.S$$



(۱۰) کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم ۱۶ kg را با طناب سبکی در راستای قائم به‌طرف بالا می‌کشد. اگر شتاب حرکت سطل ۳ برابر شتاب گرانش باشد، اندازه نیروی کشش طناب چند برابر نیروی وزن سطل محتوی مصالح است؟

۱) ۳ ۲) ۲۰ ۳) ۴ ۴) ۴۰

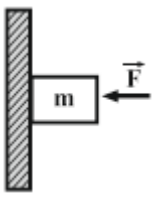
پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$
$$\Rightarrow a = \frac{T - mg}{m} \xrightarrow{a=3g}$$
$$3g = \frac{T-mg}{m} \Rightarrow 3mg = T - mg \Rightarrow T = 4mg$$

(۱۱) مطابق شکل زیر، جسمی با نیروی افقی $\vec{F}$ طوری به دیوار قائم تکیه داده شده است که جسم در آستانه لغزش به‌سمت پایین باشد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار از $(\mu_s)_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ به $(\mu_s)_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ برسد، $\vec{F}$ را چند برابر کنیم تا اندازه نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، تغییر نکند؟



۱) ۱
۲) $\frac{\sqrt{47}}{7}$
۳) $\frac{\sqrt{42}}{6}$
۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول جسم ساکن و در آستانه حرکت به‌طرف پایین است، بنابراین:

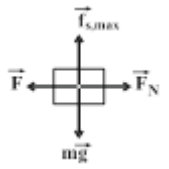
$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F = F_N$$

$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = mg \Rightarrow \mu_{s_1} F_N = mg \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_{s_1}}$$

نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_{s,max}$ است. داریم:

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{\mu_{s_1}}\right)^2 + (mg)^2}$$

$$\Rightarrow R_1 = mg\sqrt{1 + \frac{1}{\mu_{s_1}^2}} \quad (*)$$



همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این‌که جسم ساکن باشد، اندازه نیروی اصطکاک همواره با اندازه نیروی وزن باید برابر باشد. در حالت دوم، با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار، با همان نیروی $\vec{F}$ قبلی، اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه افزایش می‌یابد ولی همچنان اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار برابر با اندازه وزن جسم است.

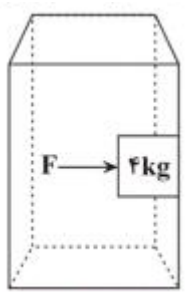
بنابراین در حالت دوم داریم: $f_s = mg$

بنابراین برای این‌که نیروی وارد از طرف دیوار به جسم تغییر نکند، اندازه نیروی F نیز نباید تغییر کند.

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + F_2^2} = \sqrt{(mg)^2 + F_2^2} \quad (**)$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \frac{1}{\mu_{s_1}} = \frac{F_2}{mg} \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{\mu_{s_1}} \Rightarrow F_2 = F_1$$

(۱۲) آسانسوری که در حال حرکت به سمت پایین است، با شتابی به بزرگی $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ در حال توقف است. شخصی درون این آسانسور، جسمی به جرم $۴kg$ را با نیروی افقی $F = ۱۲۰N$ به دیواره قائم آسانسور می‌فشارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی دیواره آسانسور با جسم برابر ۰/۵ باشد و در مدت حرکت آسانسور، جسم روی دیواره نلغزد، نیروی برایندی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



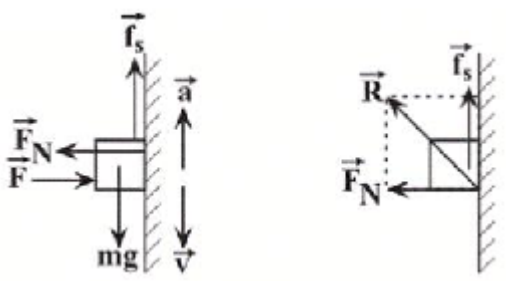
۱) ۵۰

۲) $۳۰\sqrt{۱۷}$

۳) ۱۳۰

۴) $۶۰\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینه ۳



جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانه حرکت قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی، f_s است نه $f_{s,max}$)

x :برایند نیروها در راستای $F_N = F = ۱۲۰N$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین می‌باشد، جهت v به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت a و v برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت a به سمت بالا است:

y :برایند نیروها در راستای $f_s - mg = ma$

$$\Rightarrow f_s = m(g + a) = ۴(۱۰ + ۲/۵) = ۵۰N$$

نیروی برایندی که دیواره آسانسور به جسم وارد می‌کند را واکنش سطح می‌نامیم و با R نشان داده و برابر است با:

$$R = \sqrt{(F_N)^۲ + (f_s)^۲} = \sqrt{(۱۲۰)^۲ + (۵۰)^۲} = ۱۳۰N$$

دقت کنید که در صورت سؤال، راجع به نیرویی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند، پرسیده است که در واقع عکس‌العمل R است که طبق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با R می‌باشد.

⑬ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

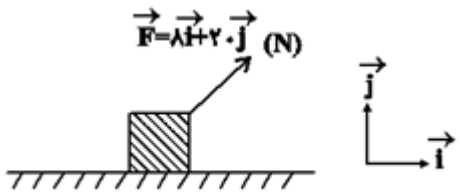
۱) اگر نیروهای وارد بر یک جسم در حال حرکت متوازن باشند، تندی جسم ثابت می‌ماند.
۲) ممکن است نیروهای کنش و واکنش منجر به اثرات متفاوتی شوند.
۳) برای یک جسم که در هوا در حال سقوط است، واکنش نیروی مقاومت شاره وارد بر آن به سمت بالا است.
۴) نیروهای کنش و واکنش هم‌اندازه و هم‌راستا هستند.

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

هنگامی‌که یک جسم در هوا در حال سقوط است، جهت نیروی مقاومت شاره وارد بر جسم به سمت بالا است، پس واکنش این نیرو به سمت پایین از طرف جسم به هوا وارد می‌شود.

(۱۴) مطابق شکل زیر، نیروی $\vec{F} = ۸\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ نیوتون بر جسم ساکنی به جرم ۳kg اثر می‌کند و آن‌را در راستای افقی به حرکت در می‌آورد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰/۲ باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

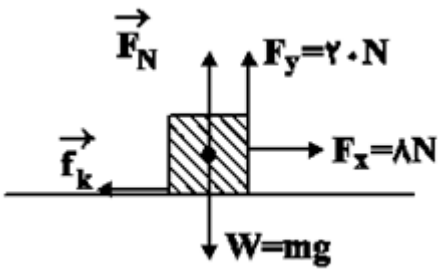


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۰/۵
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل زیر، نیروی $\vec{F} = ۸\vec{i} + ۲۰\vec{j}(N)$ از دو نیروی عمود بر هم $F_y = ۲۰N$ و $F_x = ۸N$ تشکیل شده است.

ابتدا اندازه نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم. چون جسم در راستای قائم حرکتی ندارد، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است. بنابراین داریم:



$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_N + F_y = mg$$

$$\xrightarrow{m=۳kg} F_N + ۲۰ = ۳ \times ۱۰ \Rightarrow F_N = ۱۰N$$

$$f_k = \mu_k . F_N \xrightarrow{\mu_k = ۰/۲} f_k = ۰/۲ \times ۱۰ \Rightarrow f_k = ۲N$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را می‌یابیم:

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[f_k=۲N]{F_x=۸N \ , \ m=۳kg} ۸ - ۲ = ۳a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

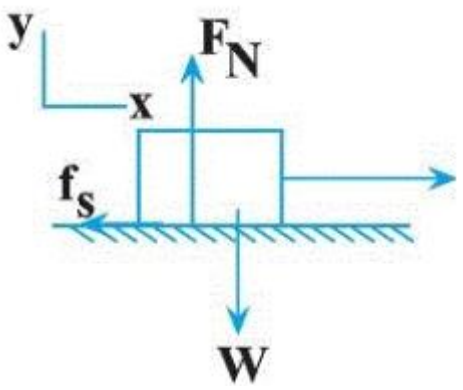
⑮ صندوقی به جرم ۵۰kg روی سطح افقی قرار دارد. ابتدا صندوق را با نیروی ۲۵۰ نیوتون در راستای افقی هُل می‌دهیم و صندوق ساکن می‌ماند. در ادامه، نیروی افقی را به ۳۵۰ نیوتون می‌رسانیم، صندوق در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی چقدر است و نیروی اصطکاک در حالت اول چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۰/۷ و ۲۵۰ **۲)** ۰/۵ و ۲۵۰ **۳)** ۰/۷ و ۳۵۰ **۴)** ۰/۵ و ۳۵۰

پاسخ: گزینه ۱

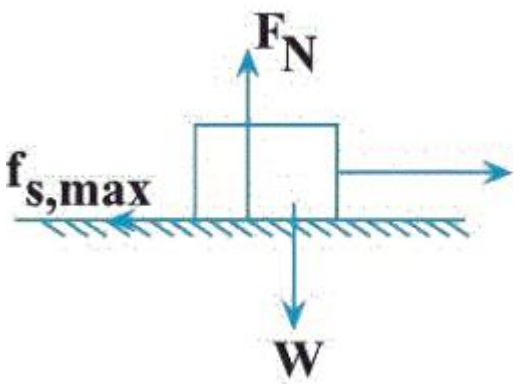
گزینه۱

در ابتدا چون جسم در حال سکون است، طبق قانون اول نیوتون، برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. در راستای افق به جسم دو نیروی $F = ۲۵۰\,N$ و نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) وارد می‌شود. با توجه به شکل داریم:



$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F - f_s = ۰ \Rightarrow F = f_s \Rightarrow f_s = ۲۵۰\,N$$

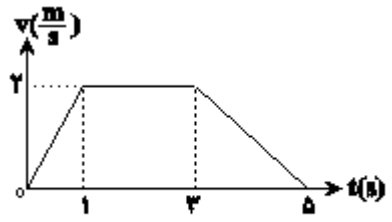
زمانی که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، نیروی افقی $F' = ۳۵۰\,N$ با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر می‌شود. با توجه به رابطه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه داریم:



$$f_{s,max} = F' \xrightarrow[f_{s,max}=\mu_s F_N \ , m=۵۰\,kg \ , g=۱۰\frac{N}{kg}]{F'=۳۵۰\,N \ , F_N = W = mg} \mu_s \times ۵۰ \times ۱۰ = ۳۵۰$$

$$\Rightarrow \mu_s = ۰/۷$$

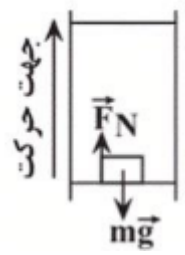
(۱۶) نمودار سرعت – زمان آسانسوری که در راستای قائم به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر اندازه نیروی عمودی که کف آسانسور به شخص داخل آسانسور وارد می‌کند، در لحظه $t = ۰/۵s$ برابر با $F_{N_۱}$ و در لحظه $t = ۴s$ برابر با $F_{N_۲}$ باشد، حاصل $\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}}$ کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینه ۳

زمانی که آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی کف آسانسور که بر شخص وارد می‌شود برابر است با:



$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F_N - mg}{m} \Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{m(g+a_۱)}{m(g+a_۲)} \xrightarrow[a_۲ = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{۰-۲}{۲} = -۱\frac{m}{s^۲}]{a_۱ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲-۰}{۱} = ۲\frac{m}{s^۲}} \frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{۱۰+۲}{۱۰-۱}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{۱۲}{۹} = \frac{۴}{۳}$$

(۱۷) چتربازی به جرم ۸۰kg از ارتفاع مشخصی نسبت به سطح زمین به پایین می‌پرد. وقتی تندی چترباز به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد، چترباز چتر خود را باز می‌کند. اگر پس از بازکردن چتر رابطه بین تندی چترباز و نیروی مقاومت هوا در SI به‌صورت $f_D = ۵v^۲$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ بیشینه بزرگی شتاب و تندی حدی این چترباز چند واحد SI است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۵ و ۴ ۲) ۱۵ و $۴\sqrt{۱۰}$ ۳) ۲۵ و $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) ۲۵ و ۵

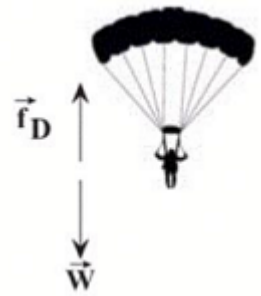
پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه نیروی مقاومت هوا و تندی، با باز شدن چتر، چترباز شتابی به‌سمت بالا پیدا می‌کند. با کاهش تندی چترباز، نیروی مقاومت هوا نیز کاهش می‌یابد تا جایی‌که اندازه نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن با یکدیگر برابر می‌شوند. در این لحظه، شتاب حرکت صفر می‌شود و چترباز با تندی حدی مسیر حرکت را ادامه می‌دهد. با انتخاب جهت مثبت حرکت به‌سمت بالا داریم:

$$f_D - W = ma \Rightarrow a = \frac{f_D}{m} - \frac{W}{m}$$

$$\xrightarrow[f_D=۵v^۲ \, , \, g=۱۰\frac{N}{kg}]{W=mg \, , \, m=۸۰kg} a = \frac{۵v^۲}{۸۰} - ۱۰ \xrightarrow{a=۰} v^۲ = ۱۶۰$$

$$\Rightarrow |v| = ۴\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$$



در لحظه بازشدن چتر بزرگی شتاب چترباز بیشینه مقدار را دارد:

$$a = \frac{f_D}{m} - g \xrightarrow[v=۲۰\frac{m}{s}]{m=۸۰kg \, , \, f_D=۵v^۲} a_{max} = \frac{۵\times۲۰^۲}{۸۰} - ۱۰ = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

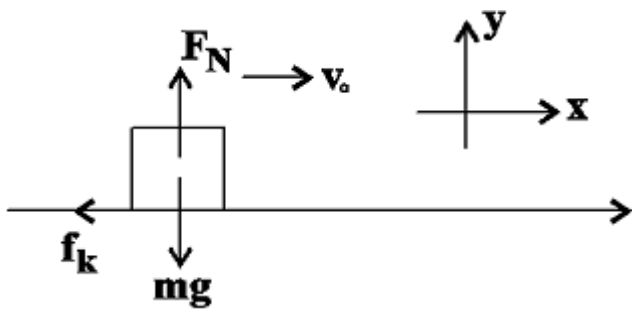
(۱۸) دو جعبه A و B به جرم‌های $m_A = m$ و $m_B = ۶m$ را با تندی یکسان روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم. اگر ضرایب اصطکاک دوجعبهٔ A و B با سطح یکسان باشند و جابه‌جایی دو جعبهٔ A و B از نقطهٔ پرتاب تا توقف را به‌ترتیب x_A و x_B بنامیم، $\frac{X_A}{X_B}$ کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

با فرض این‌که جعبه در جهت محور x پرتاب شده است، شتاب حرکت آن و جابه‌جایی آن قبل از توقف را محاسبه می‌کنیم. ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای محور x و yداریم:



$F_{net\,(y)} = ۰ \rightarrow F_N = mg$

$F_{net\,(x)} = ma \rightarrow -f_k = ma\,,\ f_k = \mu_k F_N$

$\Rightarrow -\mu_k F_N = ma - \mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$

حال جابه‌جایی قبل از توقف جسم را محاسبه می‌کنیم.

$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x\,,\ -v_۰^۲ = ۲a\Delta x$

$\Delta x = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{-v_۰^۲}{-۲\mu_k g} = \frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g}$

با توجه به برابری تندی اولیهٔ جعبه‌ها و ضریب اصطکاک دو جعبه با سطح، جابه‌جایی هر دو جعبه از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ توقف یکسان و نسبت $\frac{x_A}{x_B}$ برابر با یک است.

(۱۹) معادلهٔ مکان – زمان جسمی به جرم ۵۰۰g که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = t^۲ + ۴t - ۲$ است. تکانهٔ جسم در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۳s$ چند $kg\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

$$\left.\begin{array}{l} x = t^۲ + ۴t - ۲ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{array}\right\} \Rightarrow (a = ۲\frac{m}{s^۲}),\ (v_۰ = ۴\frac{m}{s}),\ (x_۰ = -۲m)$$

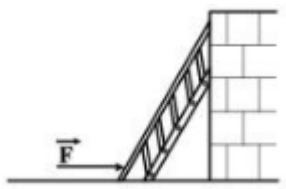
معادلهٔ سرعت – زمان: $v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t + ۴$

$t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۱ + ۴ \Rightarrow v_۱ = ۶\frac{m}{s}$

$t_۲ = ۳s \Rightarrow v_۲ = ۲ \times ۳ + ۴ \Rightarrow v_۲ = ۱۰\frac{m}{s}$

$\Delta P = m\Delta v = ۰/۵(۱۰ - ۶) = ۲kg\frac{m}{s}$

(۲۰) اگر مطابق شکل، نردبان در آستانه حرکت باشد و در این حالت، تکیه‌گاه افقی بدون اصطکاک بیشترین نیرو را که تعادل ۱۵۰N است، تحمل کند، اندازه نیروی F چند نیوتون است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و نردبان ۰/۲ است.)



۱) ۱۵۰
۲) ۲۵۰
۳) ۳۰۰
۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۲

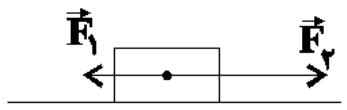
گزینه «۲»

در صورتی نیروی عمودی تیکه‌گاه افقی، بیشترین مقدار خود را دارد که نردبان در آستانه حرکت روبه‌بالا باشد. بنابراین داریم:

$$(F)_{max} = mg + f_{s,max} \Rightarrow ۱۵۰ = ۱۰۰ + \mu_s F'_N$$

$$\xrightarrow{F'_N = F} ۵۰ = ۰/۲ \times F \Rightarrow F = ۲۵۰N$$

(۲۱) دو نیروی افقی و هم‌راستای $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ ($F_2 = 3F_1$) مطابق شکل زیر به جسمی به جرم m وارد می‌شوند و جسم ساکن است. اگر نیروی $\vec{F_2}$ حذف شود، وضعیت حرکت جسم چگونه می‌شود؟



۱) با شتاب $\frac{F_1}{m}$ به طرف چپ حرکت می‌کند.
۲) ساکن می‌ماند.
۳) به ضریب اصطکاک ایستایی جسم و سطح بستگی دارد.
۴) با شتاب $\frac{2F_1}{m}$ به‌سمت چپ شروع به حرکت می‌کند.

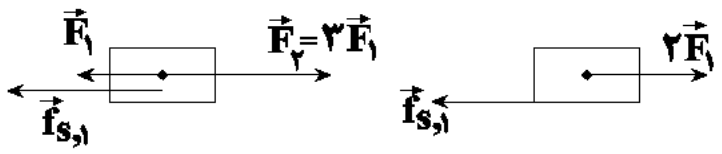
پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

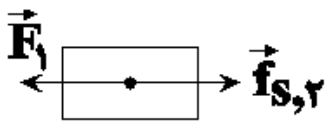
در حالت اول با استفاده از قانون دوم نیوتون و ساکن بودن جسم می‌توان نوشت:

$$3F_1 - F_1 - f_{s,1} = 0 \Rightarrow f_{s,1} = 2F_1$$

بنابراین بزرگی اصطکاک ایستایی بیشینه حداقل می‌تواند برابر بزرگی $2F_1$ باشد.



در حالت دوم اندازهٔ اصطکاک ایستایی برابر F_1 است و درجهت راست ایجاد می‌شود و جسم هم‌چنان ساکن خواهد ماند.



(۲۲) متحرکی با سرعت اولیه $3\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت، از مبدأ حرکت روی محور xها عبور می‌کند. اگر معادله تکانه این متحرک در SI به‌صورت $p = 20t + 15$ باشد، در هر ثانیه چند متر بر ثانیه به سرعت متحرک افزوده می‌شود؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

اگر در معادله تکانه، $t = 0$ قرار دهیم، $p_0 = mv_0$ به‌دست می‌آید:

$$p_0 = mv_0 \Rightarrow 15 = m(3) \Rightarrow m = 5kg$$

اینکه در هر ثانیه، چند $\frac{m}{s}$ به سرعت افزوده می‌شود، همان تعریف شتاب است.

$$F = ma = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[t_2=1s]{t_1=0} 5a = \frac{35-15}{1-0} \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

(۲۳) چکشی به جرم ۲ کیلوگرم را با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سر میخی می‌کوبیم. اگر تندی برگشت چکش از میخ برابر با $۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم و زمان برخورد چکش با سر میخ ۰/۰۵ s باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

۱) ۱۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۶۰۰
۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه«۳»

با رابطه تغییرات تکانه در واحد زمان می‌توانیم نیروی متوسط را به‌دست آوریم.

$$|\vec{F}_{av}| = |\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}| = m\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{۲\times|-۵-۱۰|}{۰/۰۵} = \frac{۲\times۱۵}{۰/۰۵} = ۶۰۰\,N$$

(۲۴) جرم و شعاع سیارهA، به‌ترتیب ۹ و ۳ برابر جرم و شعاع سیاره B است. اگر در فاصله h_A از سطح سیاره A شتاب گرانش برابر با شتاب گرانش در فاصله h_B از سطح سیاره باشد، $\frac{h_A}{h_B}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۹ ۴) $\frac{۱}{۹}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با توجه به شتاب گرانش داریم:

$$\frac{GM_A}{(R_A+h_A)^۲} = \frac{GM_B}{(R_B+h_B)^۲} \xrightarrow{M_A=۹M_B}$$

$$\left(\frac{R_A+h_A}{R_B+h_B}\right)^۲ = ۹ \xrightarrow{R_A=۳R_B} \frac{۳R_B+h_A}{R_B+h_B} = ۳ \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = ۳$$

(۲۵) دو جرم $M = ۴۰kg$ و m در فاصله ۱۳ متری از یکدیگر ثابت نگه داشته شده‌اند و بر هم نیروی گرانشی به اندازه $۶\times۱۰^{-۱۰}\ N$ وارد می‌کنند. چند کیلوگرم از M را جدا کرده و به m اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی گرانشی بین آن دو، بیشینه شود؟ $(G = ۶/۵\times۱۰^{-۱۱}\ \frac{N.m^۲}{kg^۲})$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا جرم m را به‌دست می‌آوریم:

$$F = \frac{GmM}{r^۲} \Rightarrow ۶\times۱۰^{-۱۰} = \frac{۶/۵\times۱۰^{-۱۱}\times m\times۴۰}{(۱۳)^۲} \Rightarrow m = ۳۹kg$$

در صورتی که فاصله بین دو جرم ثابت باشد، هنگامی نیروی گرانشی بین آن دو بیشینه می‌شود که جرم‌ها برابر باشند. در نتیجه باید ۰/۵kg از M را جدا کنیم و به m منتقل کنیم تا هر دو جرم ۳۹/۵kg شوند.

---

(۲۶) جسمی در فاصله R_e از سطح زمین در یک مدار دایره‌ای شکل به دور زمین می‌چرخد. اگر فاصله جسم از سطح زمین به اندازه $۲R_e$ افزایش یابد، اندازه شتاب گرانش وارد بر آن چند برابر می‌شود؟(R_e شعاع زمین است.)

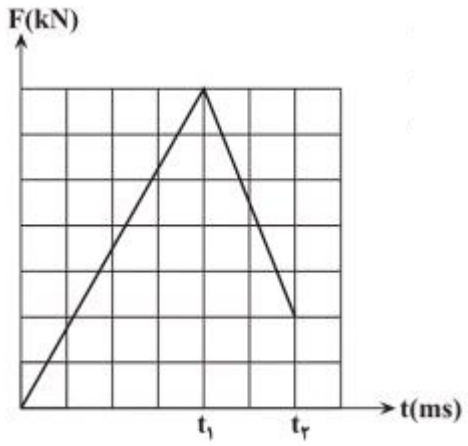
۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش برای دو نقطه مختلف داریم:

$$g = \frac{GMe}{(h+R_e)^۲} \Rightarrow \frac{g_۲}{g_۱} = \left(\frac{h_۱+R_e}{h_۲+R_e}\right)^۲ = \left(\frac{R_e+R_e}{۳R_e+R_e}\right)^۲ = \frac{۱}{۴}$$

(۲۷) شکل زیر منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای جسمی که به آن ضربه زده‌شده است، نشان می‌دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه صفر تا t_1 چند برابر نیروی خالص متوسط وارد بر آن در بازه t_1 تا t_2 است؟ (محورهای افقی و عمودی به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند.)



۱) ۱

۲) $\frac{۷}{۹}$

۳) ۲

۴) $\frac{۱۴}{۹}$

پاسخ: گزینه ۲

نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ و ΔP از مساحت محصور بین نمودار تکانه – زمان و محور زمان به‌دست می‌آید.

اگر مساحت را برحسب مربع‌های تقسیم شده روی نمودار بشمریم، داریم:

$$\underset{۰-t_1}{\Delta P} = \frac{۷\times۴}{۲} = ۱۴\,kg\frac{m}{s} \quad , \quad \underset{t_1-t_2}{\Delta P} = ۴ + \frac{۵\times۲}{۲} = ۹kg\frac{m}{s}$$

$$\frac{F_{av}}{F'_{av}} = \frac{\frac{۱۴}{۴}}{\frac{۹}{۲}} = \frac{۷}{۹}$$

(۲۸) فاصله ماهواره A از سطح زمین به اندازه شعاع زمین و فاصله ماهواره B از سطح زمین، ۲ برابر شعاع زمین است. اگر جرم ماهواره A، $\frac{۲}{۳}$ برابر جرم ماهواره B باشد، وزن ماهواره A چند برابر وزن ماهواره B است؟

۱) $\frac{۸}{۲۷}$ ۲) ۱ ۳) ۶ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

طبق رابطه نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره داریم: $F = \frac{GM_e m}{r^۲}$

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^۲ \xrightarrow{r=h+R_e}$$

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{۲}{۳}\left(\frac{۲R_e+R_e}{R_e+R_e}\right)^۲ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۹}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

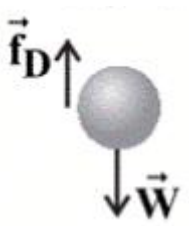
۲۹) توپی به جرم ۵۰۰ گرم را از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ ۵/۱N است، جهت و بزرگی شتاب وارد بر توپ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ $(g = ۹/۸ \frac{N}{kg})$

۱) بالا، ۰/۲ **۲)** پایین، ۰/۲ **۳)** بالا، ۰/۴ **۴)** پایین، ۰/۴

پاسخ: گزینه ۳

با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت پایین، قانون دوم نیوتون را برای توپ می‌نویسیم، داریم:

$$W - f_D = ma \xrightarrow[W=mg=۰/۵\times۹/۸=۴/۹N]{f_D=۵/۱N\ ,\ m=۵۰۰g}$$



$$۴/۹ - ۵/۱ = ۰/۵a \Rightarrow -۰/۲ = ۰/۵a \Rightarrow a = -۰/۴ \frac{m}{s^۲}$$

چون جهت مثبت حرکت را رو به پایین انتخاب کردیم، بنابراین شتاب حرکت گلوله در این لحظه به سمت بالا است.

---

۳۰) به جسمی به جرم m نیروی خالص و ثابت $\vec{F}_{net}$ در راستای حرکت آن وارد می‌شود. اگر بردار سرعت اولیه جسم $\vec{v}_۰$ باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

۱) اگر بردار سرعت اولیه جسم و بردار نیروی خالص هم جهت باشند، حرکت جسم پیوسته تندشونده است.
۲) اگر جهت حرکت جسم عوض شود، $\vec{v}_۰$ و $\vec{F}_{net}$ در خلاف جهت هم هستند.
۳) اگر در لحظه t بردار سرعت جسم $-\vec{v}_۰$ شود، در این لحظه بردار نیروی خالص و بردار سرعت جسم هم‌جهت هستند.
۴) اگر نوع حرکت جسم در ابتدا کُندشونده باشد، بردار شتاب جسم و $\vec{F}_{net}$ در خلاف جهت هم هستند.

پاسخ: گزینه ۴

همواره شتاب حرکت جسم و نیروی خالص وارد بر آن، هم‌جهت می‌باشند.