نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: کار و انرژی سخت

مرکز مشاوره تحصیلی راه روشن

۱ با استفاده از چکش، میخی به جرم ۱۰ گرم را به چوبی می‌کوبیم. اگر تندی اولیه‌ی حرکت میخ در چوب برابر با ۲۰ متر بر ثانیه باشد و میخ پس از ۲ سانتی‌متر فرورفتن داخل چوب متوقف شود، متوسط نیروی اصطکاک وارد بر میخ در داخل چوب چند نیوتون است؟ (از نیروی وزن چوب و میخ صرف‌نظر شود.)

۱) ۱۰۰
۲) ۵۰
۳) ۱۰
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱

چون از نیروی وزن صرف‌نظر شده است، تنها نیروی اصطکاک بر میخ وارد می‌شود. بنابراین طبق قضیه‌ی کار- انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک برابر با تغییر انرژی جنبشی میخ است.

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_T = W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} W_{f_k} = \overline{f}_k d\cos ۱۸۰^\circ = -\overline{f}_k d = -۰/۰۲\,\overline{f}_k \\ \Delta K = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} \times (۰^۲ - ۲۰^۲) = -۲\ J \end{cases}$$

$$W_T = \Delta K \Rightarrow -۰/۰۲\,\overline{f}_k = -۲ \Rightarrow \overline{f}_k = ۱۰۰\ N$$

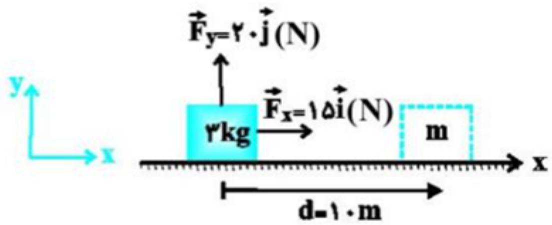
۲ جسمی به جرم ۳ kg روی سطحی افقی در حالت سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ (در SI) بر جسم وارد می‌شود و جسم بر روی محور x، ۱۰ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی F در این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) ۲۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

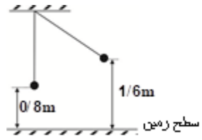
مطابق شکل، مؤلفه عمودی نیرو (F_y) بر جابه‌جایی عمود است، بنابراین کار آن صفر است ($W_{F_y} = ۰$) و فقط مؤلفه افقی آن (F_x) که در جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود، کار انجام می‌دهد:



$$W_F = W_{F_x} = F_x d$$

$$\Rightarrow W_F = ۱۵ \times ۱۰ \Rightarrow W_F = ۱۵۰\ J$$

۳) مطابق شکل زیر، ارتفاع آونگی از سطح زمین در محدوده‌ی $۰/۸m$ تا $۱/۶m$ تغییر می‌کند. بیشینه‌ی سرعت این آونگ چند متر بر ثانیه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ است.)



۱) ۳
۲) ۸
۳) ۵
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

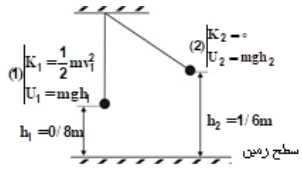
در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر حرکت، گلوله‌ی آونگ دارای بیشترین مقدار انرژی جنبشی و در بالاترین نقطه دارای بیشترین مقدار انرژی پتانسیل گرانشی است. بنابراین، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow U_۲ + K_۲ = U_۱ + K_۱$$

$$\xrightarrow{K_۲=۰} mgh_۲ + ۰ = mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow gh_۲ = gh_۱ + \frac{۱}{۲}v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۱/۶ = ۱۰ \times ۰/۸ + \frac{۱}{۲}v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۸ = \frac{۱}{۲}v_۱^۲ \Rightarrow v_۱^۲ = ۱۶ \Rightarrow |v_۱| = ۴\frac{m}{s}$$



۴) اگر اندازه‌ی سرعت جسمی ۲۰% کاهش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد کاهش می یابد؟

۱) ۲۰
۲) ۸۰
۳) ۶۴
۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی یعنی $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ می‌توان نوشت:

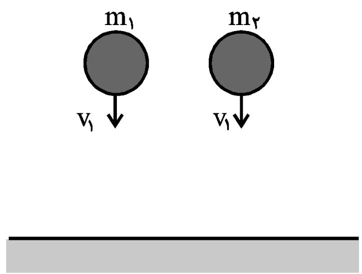
$$\left.\begin{array}{l} v_۱ = v \Rightarrow K_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ v_۲ = \frac{۴}{۵}v \Rightarrow K_۲ = \frac{۱}{۲}m \times \frac{۱۶}{۲۵}v^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow K_۲ = \frac{۱۶}{۲۵}K_۱ \Rightarrow K_۲ = \frac{۶۴}{۱۰۰}K_۱$$

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۶۴}{۱۰۰}K_۱ - K_۱ = -\frac{۳۶}{۱۰۰}K_۱ \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_۱} \times ۱۰۰ = -۳۶$$

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۶۴}{۱۰۰}K_۱ - K_۱ = -\frac{۳۶}{۱۰۰}K_۱ \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_۱} \times ۱۰۰ = -۳۶$$

بنابراین انرژی جنبشی ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

۵ دو جسم با جرم‌های متفاوت، از ارتفاع یکسانی از یک بالون ساکن، با تندی یکسان v_1 رو به پایین پرتاب می‌شوند و با تندی یکسان v_2 به سطح زمین برخورد می‌کنند. کار برایند نیروهای وارد بر آن‌ها ...... و کار نیروی وزن روی آن‌ها ...... خواهد بود. $(v_1 \neq v_2)$



۱) یکسان ـ یکسان
۲) یکسان ـ متفاوت
۳) متفاوت ـ یکسان
۴) متفاوت ـ متفاوت

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

چون جرم‌ها متفاوتند بنابراین W_t نیز متفاوت خواهد بود. از طرف دیگر کار نیروی وزن نیز طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ به دلیل تفاوت جرم‌ها، متفاوت خواهد بود.

۶ توان مفید متوسط پمپی $22kw$ است. این پمپ در هر ثانیه چند کیلوگرم آب را با سرعت ثابت از عمق ۵۰ متری بالا کشیده و با سرعت $10\frac{m}{s}$ به خارج پرتاب می‌کند؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) ۴۰
۲) ۴۴
۳) ۴۰۰
۴) ۴۴۰

پاسخ: گزینه ۱

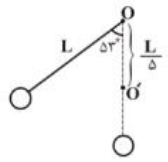
کاری که پمپ انجام می‌دهد صرف غلبه بر انرژی پتانسیل گرانشی و دادن انرژی جنبشی به آب می‌شود، پس می‌توان نوشت:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} \Rightarrow \bar{P} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t}$$

$$\Rightarrow 22000 = \frac{m \times 10 \times 50 + \frac{1}{2} \times m \times 10^2}{1}$$

$$\Rightarrow 22000 = 550m \Rightarrow m = 40kg$$

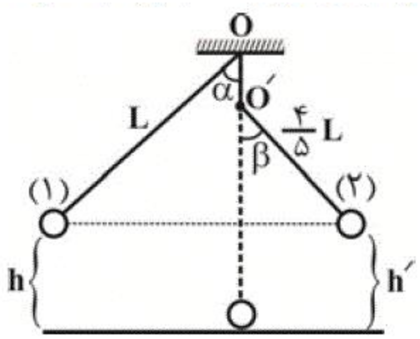
۷) مطابق شکل زیر آونگی به طول L از نقطه‌ی O آویزان است و در فاصله‌ی $\frac{L}{۵}$ از نقطه‌ی O درست زیر آن یک میخ نصب شده است. آونگ را ۵۳° از راستای قائم منحرف کرده سپس رها می‌کنیم. حداکثر انحراف آونگ از امتداد قائم در طرف دیگر چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۵۳°
۲) ۳۰°
۳) ۳۷°
۴) ۶۰°

پاسخ: گزینه ۴

چون مقاومت هوا نداریم پس انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند



$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$

در ابتدای مسیر (۱) و انتهای مسیر (۲)، انرژی جنبشی صفر است، پس:

$mgh = mgh' \Rightarrow h = h'$

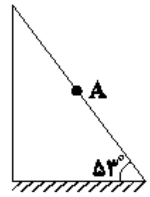
با توجه به شکل داریم:

$h' = L'(۱ - \cos\beta) \quad , \quad h = L(۱ - \cos\alpha)$

چون $L' = L - \frac{L}{۵} = \frac{۴}{۵}L$ است، پس:

$L(۱ - \cos ۵۳^\circ) = \frac{۴}{۵}L(۱ - \cos\beta) \Rightarrow \cos\beta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \beta = ۶۰^\circ$

۸) جسمی به جرم m را یک‌بار از پایین سطح شیب‌دار دارای اصطکاکی با سرعت اولیه $v_۰$ به‌سمت بالا پرتاب می‌کنیم و جسم بدون تغییر جهت حرکت آن پس از طی مسافت $۲m$ از نقطه A با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ عبور می‌کند. اگر جسم را این‌بار از نقطه A با سرعت اولیه $v_۰$ به‌سمت پایین پرتاب کنیم، جسم با چه سرعتی برحسب متر بر ثانیه به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۰

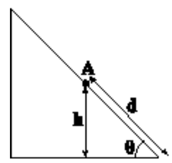
۲) $\sqrt{۳۴}$

۳) ۱۷

۴) $\sqrt{۲۵۷}$

پاسخ: گزینه ۳

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است:



حالت اول:

$$\Delta K = \Sigma W = W_{mg} + W_{f_k} \xrightarrow[W_{f_k}=-f_k d]{W_{mg}=-mgh\ ,\ h=d\sin\theta}$$

$$\Delta K = -mgd\sin\theta - f_k d \xrightarrow{\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v^۲-v_۰^۲)}$$

$$\frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) = -mgd\sin\theta - f_k d \quad (۱)$$

حالت دوم:

$$\Delta K' = \Sigma W' = W'_{mg} + W'_{f_k} \xrightarrow[W'_{f_k}=-f_k d]{W'_{mg}=mgh\ ,\ h=d\sin\theta}$$

$$\Delta K' = mgd\sin\theta - f_k d \xrightarrow{\Delta K'=\frac{۱}{۲}m(v'^۲-v_۰^۲)}$$

$$\frac{۱}{۲}m(v'^۲ - v_۰^۲) = mgd\sin\theta - f_k d \quad (۲)$$

رابطه (۲) را از رابطه (۱) کم می‌کنیم، داریم:

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv'^۲ = -۲mgd\sin\theta \Rightarrow |v'| = \sqrt{v^۲ + ۴gd\sin\theta}$$

$$\xrightarrow[v=۱۵\frac{m}{s}]{\theta=۵۳^\circ\ ,\ d=۲m} |v'| = \sqrt{۱۵^۲ + ۴\times ۱۰\times ۲\times \sin ۵۳^\circ}$$

$$\Rightarrow |v'| = \sqrt{۱۵^۲ + ۴\times ۱۰\times ۲\times ۰/۸} \Rightarrow |v'| = \sqrt{۲۸۹} = ۱۷\frac{m}{s}$$

⑨ از سوختن هر لیتر بنزین حدوداً ۳۲ مگاژول انرژی به دست می‌آید. اگر یک اتومبیل۱۰ درصد از انرژی به دست آمده از سوختن۰/۲۵ لیتر بنزین را به انرژی جنبشی تبدیل کند، تندی آن از صفر به۱۴۴ کیلومتر برساعت می‌رسد. جرم این اتومبیل چند کیلوگرم است؟

۱) ۱۰۰۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۱۵۰۰
۴) ۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ۱۰ درصد انرژی حاصل از سوختن۰/۲۵ لیتر بنزین را که باعث افزایش تندی اتومبیل می‌شود، به‌دست می‌آوریم. بنابراین:

انرژی: $E = ۰/۱ \times ۰/۲۵ \times ۳۲ \times ۱۰^{۶} = ۸ \times ۱۰^{۵}\ J$

این انرژی باعث افزایش انرژی جنبشی اتومبیل شده است. با استفاده از قضیه‌ی کار – انرژی جنبشی داریم:

$E = \Delta K = K_۲ - K_۱ = ۸ \times ۱۰^{۵}\ J$

$v_۱ = ۰\ ,\ v_۲ = ۱۴۴\ \frac{km}{h} = ۴۰\ \frac{m}{s}$

بنابراین:

$۸ \times ۱۰^{۵} = \frac{۱}{۲} \times m \times ۴۰^{۲} - ۰ \Rightarrow m = ۱۰۰۰\ kg$

⑩ جسمی از ارتفاعh نسبت به سطح زمین و از حال سکون رها می‌شود. با صرف‌نظر از نیروی مقاومت هوا، اگر تندی آن در ارتفاع $\frac{۸}{۹}h$ (نسبت به زمین) برابر با $۸\frac{m}{s}$ باشد، تندی آن در ارتفاع$\frac{۳}{۴}h$ (نسبت به زمین) چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

تنها نیرویی که در این جابه‌جایی بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی وزن جسم است. بنابراین با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_g = \Delta K \Rightarrow mg(\Delta h) = ۱۲m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times (۸۹ - ۳۴)h = ۱۲(v_۲^۲ - ۸^۲) \Rightarrow ۲۵۹h = v_۲^۲ - ۶۴$$

از طرفی برای دو نقطه شروع و $\frac{۸}{۹}h$ داریم:

$$W'_g = \Delta K' \Rightarrow mg(\Delta h') = ۱۲m(v'^{۲}_۲ - v'^{۲}_۱)$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times (h - ۸۹h) = ۱۲(۸^۲ - ۰^۲) \Rightarrow h = ۹\times۳۲۱۰$$

با استفاده از دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

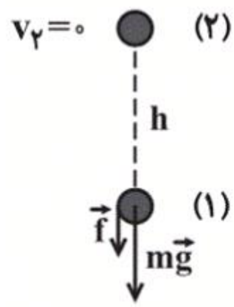
$$۲۵۹ \times (۹\times۳۲۱۰) = v_۲^۲ - ۶۴ \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow |v_۲| = ۱۲ms$$

(۱۱) جسمی به جرم $۲kg$ را با تندی اولیهٔ $۱۰\ \frac{m}{s}$ در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت هوا ثابت و برابر با $۵N$ باشد، جسم با چه تندی‌ای برحسب متر بر ثانیه به مکان اولیه برمی‌گردد؟ ($g = ۱۰\ \frac{N}{kg}$)

۱) $\sqrt{۱۵}$
۲) ۴
۳) $۲\sqrt{۱۵}$
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳

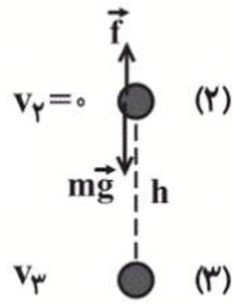
ابتدا محاسبه می‌کنیم که جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود:



$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -fh - mgh = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۵ \times h + ۲ \times ۱۰ \times h = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{۲} \Rightarrow h = ۴m$$

حال قضیهٔ کار-انرژی جنبشی را بین بالاترین و پایین‌ترین نقاط مسیر برگشت به کار می‌بریم:

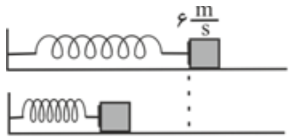


$$W_t = K_۳ - K_۲ \Rightarrow -fh + mgh = \frac{۱}{۲}mv_۳^۲ - ۰$$

$$\Rightarrow -۵ \times ۴ + ۲ \times ۱۰ \times ۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۳^۲$$

$$\Rightarrow v_۳^۲ = ۶۰ \Rightarrow v_۳ = ۲\sqrt{۱۵}\ \frac{m}{s}$$

۱۲) در شکل زیر جسمی به جرم $۴۰۰g$ در مسیری مستقیم و افقی با تندی $۶\frac{m}{s}$ به فنری که طول عادی خود را دارد، برخورد کرده (حالت الف) و آن را فشرده می‌کند. اگر حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در مجموعهٔ جسم و فنر برابر با $۵J$ باشد (حالت ب)، کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی جسم از موقعیت «الف» تا موقعیت «ب» برابر با چند ژول است؟



۱) ۱۲/۲
۲) ۲/۲
۳) ۱۲/۲-
۴) ۲/۲-

پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی می‌توانیم این مسئله را حل کنیم. در این مسئله فقط نیروی کشسانی فنر و اصطکاک کار انجام می‌دهند.

$$W_{فنر} = -\Delta U_{کشسانی} = -(U_۲ - U_۱) = -۵J$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{فنر} = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow W_f - ۵ = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_f - ۵ = -\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times ۳۶ \Rightarrow W_f = -۲/۲J$$

۱۳) گلوله‌ای به جرم $۴kg$ را از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با سرعت $۵\frac{m}{s}$ به سمت پایین پرتاب می‌کنیم. در چه ارتفاعی از سطح زمین برحسب متر انرژی جنبشی گلوله ۴ برابر انرژی جنبشی اولیه‌ی آن است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۳/۷۵
۲) ۶/۲۵
۳) ۲/۷۵
۴) ۷/۲۵

پاسخ: گزینه ۲

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times (۴) \times ۵^۲ = ۵۰J \Rightarrow K_۲ = ۴K_۱ = ۲۰۰J$$

$$\begin{cases} E_۱ = mgh_۱ + K_۱ \\ E_۲ = mgh_۲ + K_۲ \end{cases}$$

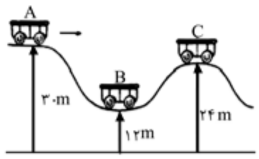
با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\xrightarrow{E_۱ = E_۲} ۴ \times ۱۰ \times ۱۰ + ۵۰ = ۴ \times ۱۰ \times h_۲ + ۲۰۰$$

$$\Rightarrow ۴۰h_۲ = ۴۰۰ + ۵۰ - ۲۰۰$$

$$\Rightarrow h_۲ = ۶/۲۵m$$

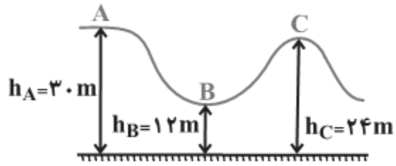
۱۴ در شکل زیر، کلیه‌ی اصطکاک‌ها ناچیز است و ارابه بدون تندی اولیه از نقطه‌یAرها می‌شود. نسبت تندی ارابه در نقطه‌یBبه تندی آن در نقطه‌یCکدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) ۳
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۴

چون اصطکاک ناچیز است انرژی مکانیکی ارابه در کل مسیر پایسته است.



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$۰ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B$$

$$\Rightarrow v_B^۲ = ۲g(h_A - h_B) \quad (۱)$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow ۰ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + mgh_C$$

$$\Rightarrow v_C^۲ = ۲g(h_A - h_C) \quad (۲)$$

$$\frac{(۱)}{(۲)} \Rightarrow \frac{v_B^۲}{v_C^۲} = \frac{۲g(h_A - h_B)}{۲g(h_A - h_C)} = \frac{۳۰-۱۲}{۳۰-۲۴} = \frac{۱۸}{۶} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{۳}$$

۱۵) اگر بزرگی سرعت جسمی به جرم $200g$، به اندازه $6\frac{m}{s}$ تغییر کند، انرژی جنبشی آن به اندازه ۳ برابر انرژی جنبشی اولیه جسم افزایش می‌یابد. کار برایند نیروهای وارد بر جسم طی این تغییر سرعت چند ژول است؟ (جهت حرکت متحرک ثابت است)

۱) ۱۲
۲) ۱۰/۸
۳) ۳/۶
۴) ۷/۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\Delta K = 3K_1 \Rightarrow K_2 = K_1 + \Delta K = 4K_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 4$$

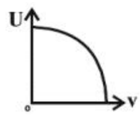
$$\xrightarrow[K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\ ,\ v_2=v_1+6(\frac{m}{s})]{K_2=\frac{1}{2}mv_2^2} \left(\frac{v_1+6}{v_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 6\frac{m}{s}$$

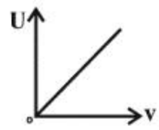
مطابق رابطه کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی برابر با کار برایند نیروهای وارد بر جسم است.

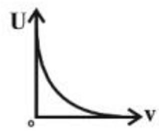
$$\Sigma W = \Delta K \xrightarrow[K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\ ,\ v_1=6\frac{m}{s}\ ,\ m=200g=0/2kg]{\Delta K=3K_1}$$

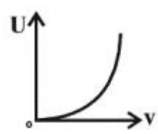
$$\Sigma W = \frac{3}{2} \times 0/2 \times 6^2 = 10/8J$$

۱۶) در شرایط خلأ، جسمی به جرم m از ارتفاع H از سطح زمین رها می‌شود. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، نمودار انرژی پتانسیل گرانشی جسم را برحسب بزرگی سرعت آن از لحظه رها شدن تا نزدیکی سطح زمین به‌درستی نشان می‌دهد؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کنید.)

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینه ۱

طبق قانون پایستگی انرژی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow[U_1=mgH]{K_1=0} mgH + 0 = U_2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow U_2 = mgH - \frac{1}{2}mv^2$$

۱۷) یک تلمبهٔ برقی در مدت زمان ۱ دقیقه می‌تواند ۸۰۰ کیلوگرم آب ساکن را از چاهی به عمق h بالا کشیده و آن را با تندی $۱۵\ \frac{m}{s}$ به سطح زمین برساند. یک مهندس برق با اصلاح مدار داخلی این تلمبه، عملکرد آن را بهبود می‌بخشد به‌گونه‌ای که تلمبه همان کار را ۲۰ ثانیه سریع‌تر انجام می‌دهد. توان مفید متوسط تلمبه پس از اصلاح نسبت به حالت قبل چند درصد افزایش یافته است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از اصطکاک صرف‌نظر کنید.)

۱) ۳۳/۳۳
۲) ۵۰
۳) ۲۰۰
۴) باید عمق چاه (h) معلوم باشد.

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا کار مفید تلمبهٔ برقی در بالا بردن آب را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{\text{تلمبه}} + W_{mg} = \triangle k \xrightarrow{W_{mg}=-mgh}$$

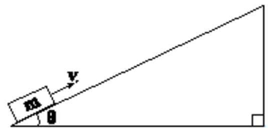
$$W_{\text{تلمبه}} = mgh + \triangle k$$

با دقت در رابطهٔ بالا می‌بینیم که کار تلمبه در هر دو حالت یکسان است و توان متوسط تلمبه فقط با زمان انجام این کار رابطهٔ عکس دارد، بنابراین داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{t_۱}{t_۲} = \frac{۶۰}{۴۰} = ۱/۵$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان} = \frac{p_۲ - p_۱}{p_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۱/۵p_۱ - p_۱}{p_۱} \times ۱۰۰ = ۵۰\%$$

۱۸ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m با سرعت اولیه v_0 به موازات سطح شیب‌دار به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر جسم حداکثر تا ارتفاع ۸/۵ متر روی سطح شیب‌دار بالا رفته، سپس برگردد و با سرعت $12\frac{m}{s}$ از نقطه پرتاب عبور کند، اندازه سرعت اولیه جسم چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت با یکدیگر برابر است.)



۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۶
۴) اندازه زاویه θ باید مشخص باشد.

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

هنگامی که جسم از ارتفاع ۸/۵ متری روی سطح شیب‌دار به پایین سطح باز می‌گردد، داریم:

$$\Delta K = W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mg\Delta h + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(12)^2 = -m \times 10(-8/5) + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -13m$$

کار نیروی اصطکاک به هنگام بالا رفتن جسم روی سطح شیب‌دار و به هنگام پایین آمدن از آن برابر است، لذا به هنگام بالا رفتن جسم می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv_0^2 = -m \times 10(8/5) + (-13m) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = 98m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = 98 \Rightarrow v_0^2 = 196 \Rightarrow v_0 = \sqrt{196} = 14\frac{m}{s}$$

۱۹) اگر به‌اندازه‌ی W کار لازم باشد تا اندازه‌ی سرعت جسمی از صفر به v برسد، در این‌صورت کار لازم برای آن‌که اندازه‌ی سرعت همان جسم از v به $3v$ برسد، چه‌قدر است؟

۱) $2W$
۲) $3W$
۳) $6W$
۴) $8W$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$\Rightarrow$ کار لازم برای رساندن سرعت جسم از صفر به v

$W = \frac{1}{2}m(v^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv^2 \quad (I)$

$\Rightarrow$ کار لازم برای رساندن سرعت جسم از v به $3v$

$W_2 = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = 8 \times \frac{1}{2}mv^2 \quad (II)$

$(I), (II) \Rightarrow W_2 = 8W$

۲۰) از روی سطح زمین، گلوله‌ای را با سرعت اولیه‌ی $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم به‌طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر گلوله با سرعت $10\frac{m}{s}$ به سطح زمین برگردد، حداکثر چند متر نسبت به سطح زمین بالا رفته است؟ (نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت فرض شود و $g = 10\frac{N}{kg}$)

۱) ۱۲/۵
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی، کار نیروی مقاومت هوا را حساب می‌کنیم. دقت کنید با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم (نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا) به‌دست می‌آید، اما چون در مسیر رفت و برگشت کار نیروی وزن صفر می‌شود، کار حاصل، همان کار نیروی مقاومت هوا می‌باشد.

$W_R = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 \xrightarrow{v_0=20\frac{m}{s}, v=10\frac{m}{s}}$

$W_{f_k} = \frac{1}{2}M \times 100 - \frac{1}{2}M \times 400 \Rightarrow W_{f_k} = -150M(J)$

اکنون با استفاده از تغییر انرژی مکانیکی در مسیر رفت، حداکثر فاصله‌ی گلوله از سطح زمین را حساب می‌کنیم. لازم به ذکر است چون نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شده است، کار این نیرو در مسیر رفت و برگشت با هم برابر و نصف مقدار کاری است که از قضیه‌ی کار و انرژی به‌دست آورده‌ایم؛ یعنی:

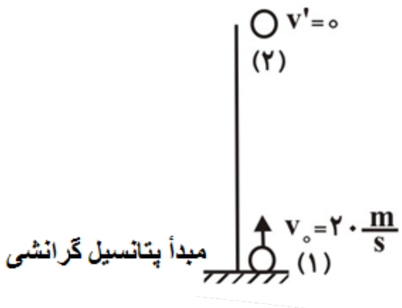
$W_{f_{k\text{رفت}}} = W_{f_{k\text{برگشت}}} = -75M(J)$

$E_2 - E_1 = W_{f_{k\text{رفت}}} \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_{f_{k\text{رفت}}}$

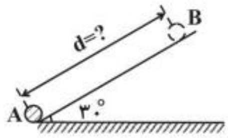
$\Rightarrow (Mgh + 0) - (0 + \frac{1}{2}Mv_0^2) = -75M(J)$

$\Rightarrow 10h - \frac{1}{2} \times 400 = -75 \Rightarrow 10h = 200 - 75$

$\Rightarrow h = 12/5m$



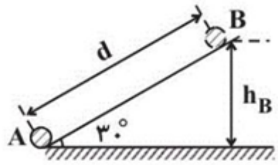
۲۱ مطابق شکل، جسمی از نقطه A در پایین سطح شیب‌دار با تندی $۳ \frac{m}{s}$ در امتداد سطح شیبدار پرتاب شده و حداکثر تا نقطه B روی سطح بالا رفته و پس از آن با تندی $\sqrt{۳}\frac{m}{s}$ به نقطه A باز می‌گردد. فاصله بین نقاط A و B روی سطح شیب‌دار (d) چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و کار نیروی مقاوم در هنگام بالا رفتن گلوله و پایین آمدن آن روی سطح شیبدار با هم برابر است.)



۱) ۰/۳
۲) ۰/۶
۳) ۱/۲
۴) ۱/۸

پاسخ: گزینه ۲

در هنگام بالا رفتن و یا پایین آمدن گلوله، نیروی وزن و نیروهای مقاوم (اصطکاک و مقاومت هوا) بر روی گلوله کار انجام می‌دهند. با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی، اگر از قضیه کار- انرژی جنبشی هنگام بالا رفتن لوله و پایین آمدن آن روی سطح شیبدار استفاده کنیم، داریم:



$$\text{بالا رفتن}: W_{\text{وزن}} + W_{۱\,\text{مقاوم}} = K_B - K_{۱A}$$
$$\Rightarrow -\Delta U + W_{۱\,\text{مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_{۱A}^۲$$
$$\xrightarrow{v_B=۰} -mgh_B + W_{۱\,\text{مقاوم}} = -\frac{۱}{۲}mv_{۱A}^۲ = -\frac{۱}{۲}m\times ۳^۲ = -\frac{۹}{۲}m \quad (۱)$$

$$\text{پایین آمدن}: W_{\text{وزن}} + W_{۲\,\text{مقاوم}} = K_{۲A} - K_B$$
$$\Rightarrow -\Delta U + W_{۲\,\text{مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_{۲A}^۲ - \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$
$$\xrightarrow{v_B=۰} -mg(۰ - h_B) + W_{۲\,\text{مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_{۲A}^۲ = \frac{۱}{۲}m\times\left(\sqrt{۳}\right)^۲ = \frac{۳}{۲}m \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} -mgh_B + W_{۱\,\text{مقاوم}} = -\frac{۹}{۲}m \\ mgh_B + W_{۲\,\text{مقاوم}} = \frac{۳}{۲}m \\ W_{۱\,\text{مقاوم}} = W_{۲\,\text{مقاوم}} = W_{\text{مقاوم}} \end{cases}$$

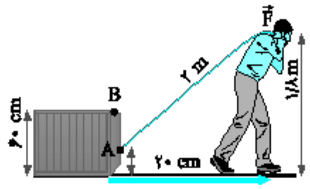
$$\Rightarrow \begin{cases} -mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = -\frac{۹}{۲}m \\ mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = \frac{۳}{۲}m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mgh_B = ۳m \\ W_{\text{مقاوم}} = -\frac{۳}{۲}m \end{cases}$$

بنابراین:

$$mgh_B = ۳m \xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از طرفین}} gh_B = ۳ \Rightarrow ۱۰h_B = ۳ \Rightarrow h_B = ۰/۳m$$

از طرفی: $\sin ۳۰^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۰/۳}{d} \Rightarrow d = ۰/۶\ m$

۲۲) مطابق شکل زیر، شخصی که ارتفاع شانه‌اش تا زمین برابر با ۱/۸ متر است، جسمی را با طنابی به طول ۲ متر که به نقطه A بسته شده است، روی سطح افقی می‌کشد. اگر طناب را به نقطه B وصل کنیم، به ازای جابه‌جایی یکسان، اندازه نیرو را چگونه باید تغییر دهیم تا اندازه کار انجام شده طی دو حالت یکسان شود؟



۱) ۲۵ درصد افزایش دهیم.

۲) ۲۵ درصد کاهش دهیم.

۳) ۳۳ درصد افزایش دهیم.

۴) ۳۳ درصد کاهش دهیم.

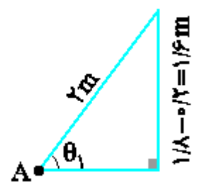
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

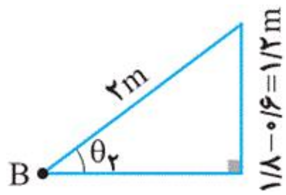
کاری که نیروی شخص انجام می‌دهد، از رابطه $W = Fd\cos\theta$ به‌دست می‌آید که برای هر دو حالت یکسان است. با توجه به اینکه جابه‌جایی نیز در هر دو حالت یکسان است، داریم:

$$\frac{W_{F_۲}}{W_{F_۱}} = \frac{F_۲}{F_۱} \times \frac{d_۲}{d_۱} \times \frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱} \xrightarrow[W_{F_۲}=W_{F_۱}]{d_۱=d_۲} \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲}$$

برای محاسبه $\cos\theta_۱$ و $\cos\theta_۲$ به کمک قضیه فیثاغورث و نسبت‌های مثلثاتی خواهیم داشت:



$$\sqrt{۲^۲ - (۱/۶)^۲} = ۱/۲\ m$$



$$\sqrt{۲^۲ - (۱/۲)^۲} = ۱/۶\ m$$

$$\cos(\theta_۱) = \frac{۱/۲}{۲} = ۰/۶$$

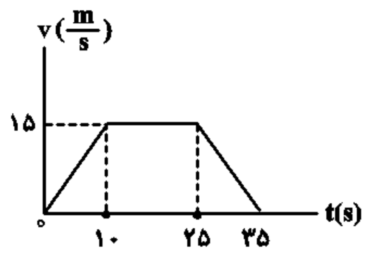
$$\cos(\theta_۲) = \frac{۱/۶}{۲} = ۰/۸$$

لذا نسبت اندازه نیرو در حالت دوم به اندازه نیرو در حالت اول برابر است با:

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲} = \frac{۰/۶}{۰/۸} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵ \Rightarrow F_۲ = ۰/۷۵F_۱$$

بنابراین اندازه نیرو باید ۲۵ درصد کاهش یابد تا کار انجام شده در هر دو حالت یکسان شود.

۲۳ نمودار تندی- زمان جسمی ۴ کیلوگرمی مطابق شکل زیر است. کار کل انجام شده روی جسم در بازه‌های زمانی صفر تا۲۵ ثانیه و صفر تا۳۵ ثانیه به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟



۱) ۹۰۰ و صفر

۲) ۴۵۰- و صفر

۳) ۴۵۰ و۴۵۰-

۴) ۴۵۰ و صفر

پاسخ: گزینه ۴

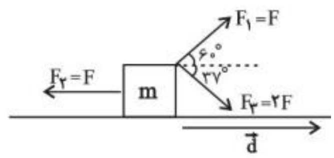
با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی می‌توان نتیجه گرفت که کار انجام شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۵ ثانیه همان کار انجام شده در بازهٔ صفر تا۱۰ ثانیه است:

$$(\text{۰ تا ۲۵ s}) \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 4 \times (15^2 - 0) = 450\ J$$

$$(\text{۰ تا ۳۵ s}) \Rightarrow W_2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 4(0 - 0) = 0$$

کار کل انجام شده روی جسم تابع تغییر تندی آن است. بنابراین اگر جسمی از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از مدتی متوقف شود، کار کل انجام شده روی آن صفر است.

۲۴) جسمی مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی، در حال حرکت است. اگر کار نیروی $\vec{F_۱}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ به‌طرف راست برابر با $۱۲J$ باشد، کار کل انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$ و $\cos ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}$ و از اصطکاک صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۲
۲) ۳۸/۴
۳) ۲۶/۴
۴) ۵۰/۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌ی «۳»

$$W_{F_۱} = F_۱ d\cos ۶۰^\circ \Rightarrow ۱۲ = F \times d \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow Fd = ۲۴J \quad (۱)$$

کار کل انجام شده روی جسم در این حالت برابر است با:

$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_{F_۳} = ۱۲ + Fd\cos ۱۸۰^\circ + ۲Fd\cos ۳۷^\circ$$

$$\xrightarrow{(۱)} W_t = ۱۲ - ۲۴ + ۲ \times ۲۴ \times ۰/۸ = ۲۶/۴J$$

۲۵) اتومبیلی به جرم $۸۰۰kg$ از حال سکون و در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از $۱۰s$ تندی آن به $۷۲\frac{km}{h}$ می‌رسد. اگر در این مدت $۴۰kJ$ از انرژی اتومبیل در اثر اصطکاک تلف شود، توان موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

۱) ۲۰۰
۲) ۲۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - ۰$$

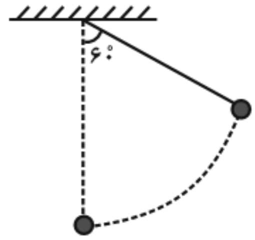
$$\xrightarrow{v_۲ = ۲۰\frac{m}{s}} W_{\text{موتور}} - ۴۰ \times ۱۰^۳ = \frac{۱}{۲} \times ۸۰۰ \times ۴۰۰$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = ۲۰۰ \times ۱۰^۳ J$$

حال با استفاده از تعریف توان، داریم:

$$P_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{۲۰۰\times۱۰^۳}{۱۰} = ۲۰ \times ۱۰^۳ W = ۲۰kW$$

۲۶ مطابق شکل زیر، آونگی را که جرم گلوله‌ی آن ۲۰۰ گرم و طول نخ آن $۸۰cm$ است، به اندازه‌ی ۶۰ درجه از وضع قائم منحرف کرده و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر تا لحظه‌ی عبور گلوله‌ی آونگ از راستای قائم، $۰/۷J$ از انرژی اولیه‌ی آن به گرما تبدیل شود، سرعت گلوله در لحظه‌ی عبور از راستای قائم چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۱

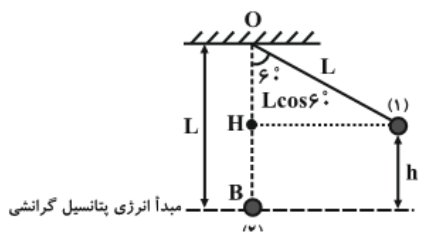
۲) ۱/۵

۳) ۲

۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۱

اگر وضع قائم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، در ابتدا گلوله‌ی آونگ نسبت به مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی به اندازه‌ی $h = L - L\cos ۶۰^\circ$ بالا رفته است. بنابراین با توجه به این‌که گلوله در نقطه‌ی (۱) فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه‌ی (۲) فقط انرژی جنبشی دارد، می‌توان نوشت:



$$h = \overline{HB} = \overline{OB} - \overline{OH} \Rightarrow h = L - L\cos ۶۰^\circ = ۸۰ - ۸۰ \times \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow h = ۴۰cm$$

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) = W_f$$

$$\xrightarrow[U_۱ = mgh, K_۱ = ۰]{U_۲ = ۰, K_۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲} \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - mgh = W_f$$

$$\xrightarrow[h = ۰/۴m]{W_f = -۰/۷J, m = ۰/۲kg} \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times v_۲^۲ - ۰/۲ \times ۱۰ \times ۰/۴ = -۰/۷$$

$$\Rightarrow v_۲^۲ = ۱ \Rightarrow v_۲ = ۱\frac{m}{s}$$

۲۷ جسمی به جرم $1kg$ با سرعت اولیه‌ی $6\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیب داری که با افق زاویه ی $37°$ می سازد، به طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی که جسم روی سطح شیب دار ۲ متر را رو به بالا طی می کند، سرعتش به $2\frac{m}{s}$ می رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه جایی چند ژول کاهش می یابد؟ ($\sin 37° = 0/6$ و $g = 10\frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

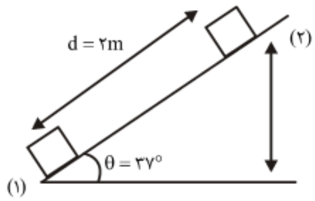
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

اگر نقطه‌ی پرتاب را مبدا پتانسیل گرانشی فرض کنیم، داریم:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[m=1kg]{v_1=6\frac{m}{s}} E_1 = \frac{1}{2}\times 1\times (6)^2 \Rightarrow E_1 = 18J$$



$$h = d\sin\theta = 2\times 0/6 \Rightarrow h = 1/2m$$

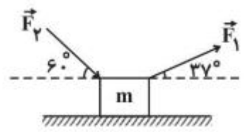
$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow[h=1/2m]{v_2=2\frac{m}{s}}$$

$$E_2 = 1\times 10\times 1/2 + \frac{1}{2}\times 1\times (2)^2 \Rightarrow E_2 = 12 + 2 = 14J$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 14 - 18 \Rightarrow \Delta E = -4J$$

۲۸ به جسمی نیروهای $F_۱ = ۲۵\,N$ و $\overrightarrow{F}_۲$ مطابق شکل وارد می‌شود و جسم با تندی ثابت $۵\,\frac{m}{s}$ در راستای افق و به طرف راست در حرکت است. اگر اندازه نیروی اصطکاک جنبشی ثابت و برابر با $۲۴\,N$ باشد، کار انجام شده توسط نیروی $\overrightarrow{F}_۲$ بر روی جسم پس از گذشت ۴ ثانیه چند ژول است؟

$(\cos ۳۷^\circ = ۰/۸)$



۱) ۸۰
۲) ۱۲۸
۳) ۱۶۰
۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۱

جسم با تندی ثابت در راستای افق و به طرف راست حرکت می‌کند. بنابراین:

$$F_t = ma \xrightarrow[\text{تندی ثابت}]{a=۰} F_t = ۰ \Rightarrow$$

$$F_۱ \cos ۳۷^\circ + F_۲ \cos ۶۰^\circ + f_k \cos ۱۸۰^\circ = ۰$$

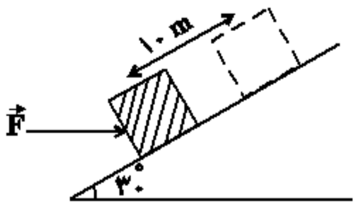
$$\Rightarrow ۲۵ \times (۰/۸) + F_۲ \times (\tfrac{۱}{۲}) - ۲۴ = ۰ \Rightarrow F_۲ = ۴ \times ۲ = ۸\,N$$

حال باید مقدار جابه‌جایی را به‌دست آوریم:

$$d = v\Delta t = ۵ \times ۴ = ۲۰\,m$$

$$\Rightarrow W_{F_۲} = (F_۲ \cos\theta)d = (۸ \times \cos ۶۰^\circ) \times ۲۰ = ۸۰\,J$$

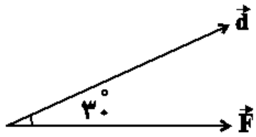
۲۹) اگر نیروی افقی $F = ۲۰\,N$، جسمی را به جرم $۲kg$، ۱۰ متر در راستای سطح شیب‌دار جابه‌جا کند، کل کار انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = ۱۰\,\frac{N}{kg}$ و از نیروی اصطکاک صرف نظر کنید.)



۱) $۱۰۰(\sqrt{۳}+۱)$
۲) ۵۰
۳) $۱۰۰(\sqrt{۳}-۱)$
۴) $۱۰۰\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۳

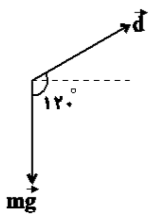
با توجه به شکل، زاویه‌ی بین نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ به صورت زیر است:



بنابراین مطابق رابطه‌ی محاسبه‌ی کار نیروی ثابت داریم:

$$W_F = Fd\cos\theta = Fd\cos ۳۰^\circ = ۲۰ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰۰\sqrt{۳}\ J$$

هم‌چنین کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم:



$$W_{mg} = mg \times ۱۰ \times \cos ۱۲۰^\circ = ۲ \times ۱۰ \times ۱۰ \times \left(-\frac{۱}{۲}\right) = -۱۰۰\ J$$

بنابراین کل کار به صورت زیر به دست می‌آید:

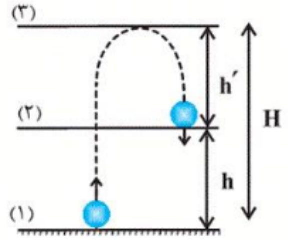
$$W_t = W_F + W_{mg} = ۱۰۰\sqrt{۳} - ۱۰۰ = ۱۰۰(\sqrt{۳}-۱)J$$

توجه کنید که با توجه به عمود بودن نیروی عمود بر سطح بر جابه‌جایی، کار آن برابر صفر بوده و در محاسبات وارد نشد.

۳۰ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از سطح زمین با تندی اولیه $۲۰\frac{m}{s}$ و در راستای قائم به‌طرف بالا پرتاب می‌شود. در چه فاصله‌ای بر حسب متر از بالاترین نقطه مسیر حرکت گلوله، انرژی جنبشی گلوله $\frac{۱}{۴}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

۱) ۲۰
۲) ۱۶
۳) ۱۲
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴



تندی گلوله در بالاترین نقطه مسیر حرکتش صفر شده و سپس گلوله به سمت زمین باز می‌گردد. بنابراین ابتدا از رابطه پایستگی انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۳)، بیش‌ترین فاصله گلوله از سطح زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$E_۱ = E_۳ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۳ + U_۳$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + ۰ = mgH \Rightarrow H = \frac{v_۱^۲}{۲g} = \frac{۴۰۰}{۲۰} = ۲۰m$$

حال با استفاده از رابطه‌های پایستگی انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۲) داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[U_۱ = ۰]{K_۲ = \frac{۱}{۴}U_۲} K_۱ = \frac{۵}{۴}U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۵}{۴}mgh \Rightarrow h = \frac{۲v_۱^۲}{۵g} = \frac{۲\times۴۰۰}{۵۰} = ۱۶m$$

$$h' = H - h = ۲۰ - ۱۶ = ۴m$$