نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: کار و انرژی - متوسط

مرکز مشاوره تحصیلی راه روشن

۱ ذره‌ای به جرم $۳\mu g$ در ارتفاع $۱km$ از سطح زمین با سرعت افقی $۲\times ۱۰^{۶}\frac{mm}{das}$ حرکت می‌کند. مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی ذره چند میکروژول است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۹
۲) ۹۰
۳) ۰/۹
۴) ۰/۰۹

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم ذره، سرعت و ارتفاع آن‌را برحسب kg، $\frac{m}{s}$ و m به‌دست می‌آوریم:

$$m=۳\mu g=۳\times ۱۰^{-۶}g=۳\times ۱۰^{-۶}\times ۱۰^{-۳}kg=۳\times ۱۰^{-۹}kg$$
$$v=۲\times ۱۰^{۶}\frac{mm}{das}$$
$$\xrightarrow[۱das=۱۰s]{۱mm=۱۰^{-۳}m}۲\times ۱۰^{۶}\times \frac{۱۰^{-۳}m}{۱۰s}=۲\times ۱۰^{۲}\frac{m}{s}$$
$$H=۱km=۱۰^{۳}m$$

حال انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۱۰^{-۹}\times (۲\times ۱۰^{۲})^{۲}=۶\times ۱۰^{-۵}J=۶۰\mu J$$
$$U=mgH=۳\times ۱۰^{-۹}\times ۱۰\times ۱۰^{۳}=۳\times ۱۰^{-۵}J=۳۰\mu J$$
$$U+K=۹۰\mu J$$

۲) متحرکی با تندی v در حال حرکت است. اگر بر تندی متحرک به اندازه‌ی $۳\frac{m}{s}$ افزوده شود، انرژی جنبشی متحرک $\frac{۲۵}{۱۶}$ مقدار اولیه می‌شود. v چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \Rightarrow \frac{K_{۲}}{K_{۱}} = \frac{m_{۲}}{m_{۱}} \times \left(\frac{v_{۲}}{v_{۱}}\right)^{۲}$$

$$\xrightarrow[K_{۲}=\frac{۲۵}{۱۶}K_{۱}]{v_{۲}=v_{۱}+۳(\frac{m}{s}),\quad m_{۲}=m_{۱}} \frac{\frac{۲۵}{۱۶}K_{۱}}{K_{۱}} = ۱ \times \left(\frac{v_{۱}+۳}{v_{۱}}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} = \left(\frac{v_{۱}+۳}{v_{۱}}\right)^{۲} \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}$$

$$\frac{۵}{۴} = \frac{v_{۱}+۳}{v_{۱}} \Rightarrow ۴v_{۱} + ۱۲ = ۵v_{۱} \Rightarrow v_{۱} = ۱۲\frac{m}{s}$$

پس تندی اولیه‌ی جسم $۱۲\frac{m}{s}$ بوده است.

بارم

۳) جسمی به جرم m که با تندی vدر حال حرکت است دارای انرژی جنبشی k است. اگر ۲۵% به جرم آن اضافه کنیم، نسبت تغییرات تندی چقدر خواهد شد با شرط آن‌که انرژی جنبشی آن ثابت بماند. (راهنمایی: تندی تغییرات سرعت= $\frac{\Delta v}{v_{۱}}$) ۱

$$\begin{cases} m_{۱} = m \\ v_{۱} = v \\ k_{۱} = k \end{cases} \qquad \begin{cases} m_{۲} = m_{۱} + ۰/۲۵m_{۱} = ۱/۲۵m_{۱} \\ v_{۲} \\ k_{۲} = k \end{cases}$$

$\frac{\Delta v}{v_{۱}} = ?$

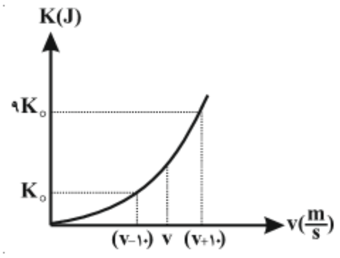
$k_{۱} = k_{۲} \qquad \frac{۱}{۲}m_{۱}v_{۱}{}^{۲} = \frac{۱}{۲}m_{۲}v_{۲}{}^{۲}$

$mv^{۲} = ۱/۲۵mv_{۲}^{۲}$

$v_{۲}^{۲} = \frac{m}{۱/۲۵\, m}v^{۲} \qquad v_{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۱/۲۵}}v$

$v_{۲} \simeq ۰/۹v \qquad \frac{\Delta v}{v_{۱}} = \frac{۰/۹v - v}{v} = -۰/۱$

۴) نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم m مطابق شکل زیر است. v بر حسب متر بر ثانیه مطابق کدام‌یک از مقادیر زیر است؟



۱) ۲/۵
۲) ۱۲
۳) ۵
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{9K_0}{K_0} = \left(\frac{v+10}{v-10}\right)^2$$

$$\frac{v+10}{v-10} = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} v = 20\dfrac{m}{s} & \text{ق.ق} \\ v = 5\dfrac{m}{s} & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

دقت کنید چون تندی همواره کمیتی مثبت است و در نمودار مقدار $(v-10)\frac{m}{s}$ وجود دارد، بنابراین مقدار $v = 20\frac{m}{s}$ قابل قبول است.

۵) جسمی تحت اثر نیروی $\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ (در SI) در حال حرکت است و به اندازه $5m$ در جهت محور xها جابه‌جا می‌شود. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) صفر
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

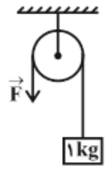
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

نیروی $\vec{F}$ شامل دو نیروی افقی و قائم می‌باشد و از آنجاکه کار مؤلفه نیروی عمود بر جابه‌جایی افقی جسم صفر است، بنابراین تنها نیروی افقی وارد بر جسم، کار انجام می‌دهد.

$$\left.\begin{array}{l} W_{F_x} = F_x d\cos 0 = 6 \times 5 = 30J \\ W_{F_y} = F_y d\cos 90^\circ = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = 30J$$

۶) در شکل مقابل وزنه با سرعت ثابت $۰/۵ \frac{m}{s}$ به سمت پایین حرکت می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ روی وزنه در مدت $۳s$ برابر با چند ژول است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و از جرم قرقره، نخ و اصطکاک بین آن‌ها صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۵
۲) ۵
۳) -۱۵
۴) -۵

پاسخ: گزینه ۳

چون وزنه با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون، برایند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است، بنابراین داریم:

$$F - mg = ۰ \Rightarrow F = mg = ۱ \times ۱۰ \Rightarrow F = ۱۰N$$

در مدت $۳s$، جابه‌جایی وزنه برابر است با:

$$d = vt = ۰/۵ \times ۳ = ۱/۵m$$

بنابراین:

$$W_F = Fd\cos\theta = ۱۰ \times ۱/۵ \times (-۱) = -۱۵J$$

دقت کنید قرقره فقط جهت نیرو را تغییر می‌دهد.

۷) شخصی که با تندی ثابت در حال حرکت است، سطل آبی به جرم $۲kg$ را به اندازهٔ ۵ متر در راستای افقی جابه‌جا می‌کند. کار نیروی دست شخص بر روی سطل آب در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰۰
۴) صفر

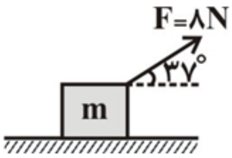
پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ «۴»

شخص برای آن‌که سطل را نگه دارد، باید نیرویی برابر با وزن سطل رو به بالا به آن واردکند. چون سطل با تندی ثابت در راستای افقی حرکت می‌کند، شخص نیرویی در جهت افقی به آن وارد نمی‌کند. با توجه به این‌که زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $۹۰°$ است، می‌توان نوشت:

$$W = F.d\cos\theta = mgd\cos ۹۰° = ۰$$

۸) مطابق شکل زیر، نیروی ثابت $\vec{F}$ با اندازه‌ی $\text{۸}N$ وزنه‌ی m را روی سطح افقی، در هر ثانیه ۱/۵ متر جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو در مدت ۵s، چند ژول است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



۱) ۷۲
۲) ۳۶
۳) ۴۸
۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که نیروی $F = ۸N$، در هر ثانیه ۱/۵ متر وزنه را جابه‌جا می‌کند، بنابراین سرعت وزنه $۱/۵\frac{m}{s}$ است و این وزنه در مدت ۵s به اندازه‌ی $d = v.t = ۱/۵ \times ۵ = ۷/۵m$ جابه‌جا می‌شود. لذا کار این نیرو در مدت ۵s، برابر است با:

$W = Fd\cos ۳۷^\circ = ۸ \times ۷/۵ \times ۰/۸ = ۴۸J$

۹) جسمی دارای انرژی جنبش ۱۰۰ ژول است. اگر به این جسم نیروی خالصی در جهت جابه‌جایی وارد شود، در طی ۵ متر جابه‌جایی افقی، تندی آن ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، در این‌صورت اندازه ی نیروی خالص، چند نیوتون است؟

۱) ۴۴
۲) ۸/۸
۳) ۴/۴
۴) ۸۸

پاسخ: گزینه ۲

اگر تندی جسم افزایش یابد، انرژی جنبشی نیز افزایش می‌یابد. طبق رابطه‌ی مقایسه‌ای انرژی جنبشی داریم:

$\frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{v_۲}{v_۱})^۲$

$\xrightarrow{v_۲ = ۱/۲v_۱} \frac{K_۲}{K_۱} = ۱ \times (\frac{۱/۲v_۱}{v_۱})^۲ = ۱/۴۴$

$\Rightarrow K_۲ = ۱/۴۴K_۱ \xrightarrow{K_۱ = ۱۰۰J}$

$\Rightarrow K_۲ = ۱/۴۴ \times ۱۰۰ = ۱۴۴J$

حال طبق قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F_t \times ۵ = ۱۴۴ - ۱۰۰$

$\Rightarrow ۵F_t = ۴۴ \Rightarrow F_t = \frac{۴۴}{۵} = ۸/۸N$

۱۰) اگر سرعت جسمی به جرم ۲kg به اندازه‌ی ۴$\frac{m}{s}$ اضافه شود، انرژی جنبشی آن ۱۴۴J افزایش پیدا می‌کند. سرعت اولیه‌ی جسم چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۸
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_۲ = K_۱ + ۱۴۴ \xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲} \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + ۱۴۴$$
$$\xrightarrow[m=۲kg]{v_۲=(v_۱+۴)\frac{m}{s}} \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (v_۱ + ۴)^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۱^۲ + ۱۴۴$$
$$\Rightarrow v_۱^۲ + ۸v_۱ + ۱۶ = v_۱^۲ + ۱۴۴ \Rightarrow ۸v_۱ = ۱۲۸ \Rightarrow v_۱ = ۱۶\frac{m}{s}$$

۱۱) گلوله‌ای به جرم $۲kg$با سرعت اولیه‌ی ۲۰$\frac{m}{s}$ تحت زاویه‌ی α نسبت به افق رو به بالا پرتاب می‌شود. اندازه‌ی سرعت این گلوله در بالاترین نقطه از مسیرش برابر با ۱۰$\frac{m}{s}$ است. کار برایند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه‌ی پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه‌ی اوج چند ژول است؟

۱) ۱۰۰-
۲) ۱۵۰
۳) ۲۵۰
۴) ۳۰۰-

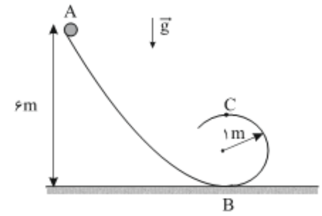
پاسخ: گزینه ۴

طبق قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{برایند}} = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[m=۲kg]{v_۱=۲۰\frac{m}{s}\ ,\ v_۲=۱۰\frac{m}{s}}$$

$$W_{\text{برایند}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۱۰^۲ - ۲۰^۲) = -۳۰۰\ J$$

۱۲ در شکل زیر، جسمی به جرم $0/5kg$ را از نقطه‌ی A رها می‌کنیم تا در یک سطح قائم، مسیر دایره‌ای شکل را طی کرده و به نقطه‌ی B و سپس به نقطه‌ی C برسد. اگر در طی مسیر گلوله از نقطه‌ی B تا C ، ۱۰ درصدی انرژی اولیه‌ی آن تلف شود، کار نیروی وزن وارد بر گلوله از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B در مقایسه با کار نیروی وزن وارد بر گلوله از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی C ، چگونه است؟(سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود و $g = 10\frac{N}{kg}$)



۱) ۵ ژول بیش‌تر است.

۲) ۵ ژول کم‌تر است.

۳) ۱۰ ژول بیش‌تر است.

۴) ۱۰ ژول کم‌تر است.

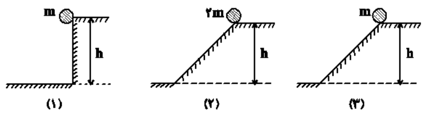
پاسخ: گزینه ۳

کار نیروی وزن با توجه به رابطه‌ی $W = mgh$، به ارتفاع قائم بستگی دارد و همچنین هر چه اختلاف ارتفاع بین دو نقطه بیش‌تر باشد، کار نیروی وزن نیز بیش‌تر است. بنابراین:

$$W_{AB} - W_{AC} = mg(h_A - h_B) - mg(h_A - h_C)$$

$$= mg(h_C - h_B) = 0/5 \times 10 \times 2 = 10J$$

۱۳ مطابق شکل زیر، سه جسم از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. کدام گزینه تندی آن‌ها در سطح زمین (v) و کار نیروی وزن روی آن‌ها تا رسیدن به سطح زمین (W) را به درستی نشان می‌دهد؟ (از اثر مقاومت هوا و اصطکاک صرف نظر کنید.)



۱) $W_۱ = W_۲ = W_۳ \;,\; v_۱ = v_۲ = v_۳$

۲) $W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳ \;,\; v_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۲ = v_۳$

۳) $W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳ \;,\; v_۱ = v_۲ = v_۳$

۴) $W_۱ = W_۲ = W_۳ \;,\; v_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۲ = v_۳$

پاسخ: گزینه ۳

اگر سطح زمین را به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با توجه به این‌که نیروی اتلافی نداریم، می‌توانیم از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[U_۲=۰]{K_۱=۰} U_۱ = K_۲$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

تندی گلوله‌ها در سطح زمین مستقل از جرم آن‌ها است و به ارتفاع سقوط بستگی دارد و چون هر سه گلوله از یک ارتفاع، سقوط می‌کنند، بنابراین تندی آن‌ها در لحظه‌ی رسیدن به زمین با یکدیگر برابر است:

$$v_۱ = v_۲ = v_۳$$

از طرفی برای محاسبه‌ی کار نیروی وزن :

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱) = -mg(۰ - h) = mgh$$

بنابراین کار نیروی وزن با ثابت بودن تغییر ارتفاع متناسب با جرم جسم است. بنابراین داریم:

$$m_۱ = \frac{۱}{۲}m_۲ = m_۳ \Rightarrow W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳$$

۱۴) جسمی از ارتفاع $۴۰m$ از سطح زمین رها می‌شود. اگر در مسیر سقوط تا رسیدن به زمین اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل جسم ۶۰ ژول و اندازهٔ تغییر انرژی جنبشی آن ۴۰ ژول باشد، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم در طول مسیر چند نیوتون است؟

۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینهٔ «۱»

جسم سقوط کرده، لذا انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد؛ طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱)$$

$$\Rightarrow W_f = (U_۲ - U_۱) + (K_۲ - K_۱) = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[\Delta K = ۴۰J]{\Delta U = -۶۰J}$$

$$W_f = -۶۰ + ۴۰ = -۲۰J$$

نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود، لذا طبق رابطهٔ کار نیروی ثابت، داریم:

$$W_f = fd\cos ۱۸۰^\circ \Rightarrow -۲۰ = f \times (۴۰) \times (-۱) \Rightarrow f = ۰/۵N$$

۱۵) بازیکنی یک توپ فوتبال به جرم ۰/۵ کیلوگرم را با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ از روی نقطه پنالتی به سمت دروازه شوت می‌کند. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا روی توپ تا هنگام برخورد آن به تیر افقی دروازه برابر با $۲۳J$ باشد، تندی برخورد توپ با این تیر افقی چند واحد SI است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و ارتفاع تیر افقی دروازه از سطح زمین، ۲/۶ متر است.)

۱) ۲
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{.p»} + W_f = K_۲ - K_۱$$

سطح زمین را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. از آن‌جایی که کار نیروی وزن تابع مسیر حرکت نیست، داریم:

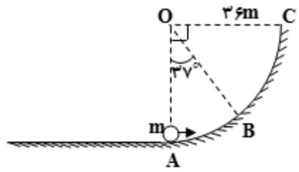
$$W_{.p»} = -\Delta U = -(mgh_۲ - mgh_۱) \Rightarrow$$

$$W_{.p»} = -(۰/۵ \times ۱۰ \times ۲/۶ - ۰) = -۱۳J$$

$$W_t = -۱۳ - ۲۳ = -۳۶J = \frac{۱}{۲}(۰/۵)(v_۲^۲ - ۲۰^۲)$$

$$\Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵۶ \Rightarrow v_۲ = ۱۶\frac{m}{s}$$

۱۶ مطابق شکل زیر، اگر گلوله‌ای به جرم m را با سرعت v از نقطه‌ی A بر روی مسیر رُبع دایره‌ای بدون اصطکاکی به شعاع $۳۶m$ پرتاب کنیم، گلوله حداکثر تا نقطه‌ی B بالا می‌رود. اگر اندازه‌ی سرعت گلوله در نقطه‌ی A را نسبت به حالت قبل به اندازه‌ی $۱۸\frac{m}{s}$ افزایش دهیم، سرعت گلوله هنگام رسیدن به نقطه‌ی C چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر شود) $(\cos ۳۷^\circ = ۰/۸, g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۲

۲) $۶\sqrt{۵}$

۳) $۱۸\sqrt{۵}$

۴) به جرم گلوله (m) بستگی دارد.

پاسخ: گزینه ۲

با فرض نقطه‌ی A به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و B در حالت اول، داریم:

$$E_{A_۱} = E_{B_۱} \Rightarrow U_{A_۱} + K_{A_۱} = U_{B_۱} + K_{B_۱}$$
$$\xrightarrow{U_{A_۱} = K_{B_۱} = ۰} K_{A_۱} = U_{B_۱} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_{A_۱}^۲ = mgh_{B_۱}$$
$$\xrightarrow[h_{B_۱} = R - R\cos ۳۷^\circ]{v_{A_۱} = v} \frac{۱}{۲}v^۲ = gR(۱ - \cos ۳۷^\circ) \xrightarrow[R = ۳۶m]{g = ۱۰\frac{m}{s^۲}}$$
$$v^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۳۶ \times (۱ - ۰/۸) \Rightarrow v^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow |v| = ۱۲\frac{m}{s}$$

حال با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و C در حالت دوم، داریم:

$$E_{A_۲} = E_{C_۲} \Rightarrow U_{A_۲} + K_{A_۲} = U_{C_۲} + K_{C_۲}$$
$$\xrightarrow{U_{A_۲} = ۰} K_{A_۲} = U_{C_۲} + K_{C_۲}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_{A_۲}^۲ = mgh_{C_۲} + \frac{۱}{۲}mv_{C_۲}^۲ \xrightarrow[h_{C_۲} = R = ۳۶m]{v_{A_۲} = v + ۱۸ = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰\frac{m}{s}}$$
$$\frac{۱}{۲} \times ۳۰^۲ = ۱۰ \times ۳۶ + \frac{۱}{۲}v_{C_۲}^۲ \Rightarrow ۴۵۰ = ۳۶۰ + \frac{۱}{۲}v_{C_۲}^۲$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}v_{C_۲}^۲ = ۹۰ \Rightarrow {v_{C_۲}}^۲ = ۱۸۰ \Rightarrow |v_{C_۲}| = ۶\sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

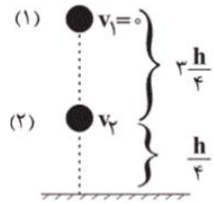
۱۷) در شرایط خلاء، گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی گلوله در فاصله $\frac{h}{4}$ از سطح زمین برابر ۱۲۰J باشد، ارتفاع h چند متر بوده است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

۱) ۸۰
۲) ۶۰
۳) ۳۲
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

سطح زمین را به عنوان مبنای پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. برای نقاط (۱) و (۲) انرژی مکانیکی گلوله را مساوی در نظر می‌گیریم.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$\Rightarrow 0 + mgh = 120 + mg\frac{h}{4}$$
$$\Rightarrow \frac{3}{4}mgh = 120J \Rightarrow h = \frac{120 \times 4}{3 \times 0/2 \times 10} = 80m$$

۱۸) گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با سرعت $2\frac{m}{s}$ به‌طور قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا روی گلوله در طول مسیر، $-2J$ باشد، انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند ژول است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

۱) ۸
۲) ۸/۲
۳) ۱۰/۲
۴) ۱۲/۲

پاسخ: گزینه ۲

تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی مقاومت هوا روی جسم است:

$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \xrightarrow{U_2 = 0}$$

$$W_f = K_2 - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow K_2 = W_f + mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow K_2 = -2 + 0/1 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 0/1 \times (2)^2 \Rightarrow K_2 = 8/2\ J$$

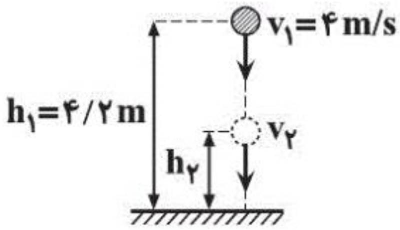
۱۹ گلوله‌ای در ارتفاع ۴/۲ متری از سطح زمین با سرعت $۴ \frac{m}{s}$ به طرف سطح زمین پرتاب می‌شود. در چه ارتفاعی از سطح زمین بر حسب متر، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله $\frac{۲}{۳}$ انرژی جنبشی آن می‌شود؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$، مرجع پتانسیل در سطح زمین است و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$



از طرفی:

$$U_۲ = \frac{۲}{۳}K_۲ \Rightarrow K_۲ = \frac{۳}{۲}U_۲$$

بنابراین:

$$K_۱ + U_۱ = \frac{۳}{۲}U_۲ + U_۲ = \frac{۵}{۲}U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۵}{۲}mgh_۲$$

$$\xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از طرفین}} \frac{۱}{۲}v_۱^۲ + gh_۱ = \frac{۵}{۲}gh_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۴^۲ + ۱۰ \times ۴/۲ = \frac{۵}{۲} \times ۱۰ \times h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۲\,m$$

۲۰ گلوله ای به جرم ۳ کیلوگرم را که با تندی ثابت و افقی $۲۰ \frac{m}{s}$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر با دست می‌گیریم تا متوقف شود. انرژی درونی گلوله، دست و هوا طی این فرایند، .... ژول .... می‌یابد.

۱) ۶۰۰، افزایش
۲) ۱۲۰۰، کاهش
۳) ۶۰۰، کاهش
۴) ۱۲۰۰، افزایش

پاسخ: گزینه ۱

وقتی نیروهای اصطکاک، مقاومت هوا و دست به گلوله وارد شده و روی آن کار منفی انجام می‌دهند، انرژی جنبشی اولیهٔ گلوله به انرژی درونی گلوله، دست و هوا تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی درونی این سامانه به اندازهٔ کار نیروهای اتلافی افزایش یافته که مقدار آن برابر است با:

$$\Delta U = |W_f|$$

از طرفی انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در حرکت افقی ثابت است. بنابراین:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times (۰ - ۴۰۰) = -۶۰۰J$$

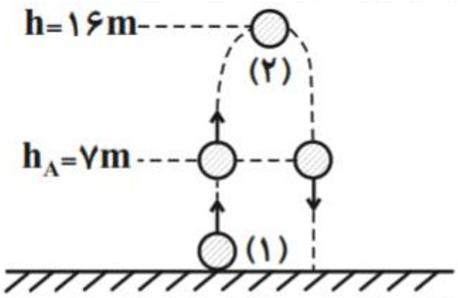
$$\Rightarrow \Delta U = +۶۰۰J$$

۲۱) گلوله‌ای با جرم۲ کیلوگرم را با تندی اولیه۲۰ متر بر ثانیه از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازه نیروی مقاومت هوا در تمام مسیر حرکت گلوله ثابت باشد و گلوله حداکثر تا ارتفاع۱۶ متری سطح زمین بالا رود، نسبت تندی گلوله در ارتفاع۷ متری سطح زمین در هنگام اوج گرفتن به تندی گلوله در همان ارتفاع در هنگام سقوط کدام است؟($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۱) $\sqrt{\frac{5}{3}}$
۲) $\frac{\sqrt{15}}{6}$
۳) $\sqrt{\frac{3}{5}}$
۴) $\frac{\sqrt{15}}{7}$

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به ثابت بودن اندازه نیروی مقاومت هوا در کل مسیر و با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



قانون پایستگی انرژی : $E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow -fh = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$

$\xrightarrow{K_2=0,\ U_1=0} -fh = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow -16f = 2 \times 10 \times 16 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2$

$\Rightarrow f = 5\,N$

اگر قانون پایستگی انرژی را در زمان اوج گرفتن گلوله بنویسیم:

$E_{1A} - E_1 = W_{1f} \Rightarrow (U_{1A} + K_{1A}) - (U_1 + K_1) = W_{1f}$

$\xrightarrow{U_1=0} mgh_A + \frac{1}{2}mv_{1A}^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -fh_A$

$\Rightarrow 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times v_{1A}^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = -5 \times 7 \Rightarrow v_{1A}^2 = 225$

$\Rightarrow v_{1A} = 15$ ms

اگر قانون پایستگی انرژی را هنگام سقوط گلوله بنویسیم، داریم:

$E_{2A} - E_2 = W_{2f} \Rightarrow (U_{2A} + K_{2A}) - (U_2 + K_2) = W_{2f}$

$\xrightarrow{K_2=0} mgh_A + \frac{1}{2}mv_{2A}^2 - mgh_2 = -f(h - h_A)$

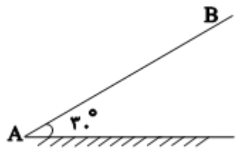
$\Rightarrow 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times v_{2A}^2 - 2 \times 10 \times 16 = -5(16 - 7)$

$\Rightarrow v_{2A}^2 = 135 \Rightarrow v_{2A} = 3\sqrt{15}\ \frac{m}{s}$

بنابراین:

$\frac{v_{1A}}{v_{2A}} = \frac{15\frac{m}{s}}{3\sqrt{15}\frac{m}{s}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

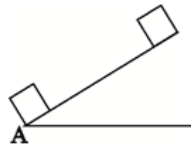
۲۲ در شکل زیر جسمی به جرم m با تندی $۴\frac{m}{s}$ از نقطه‌ی A روی سطح شیب‌دار به‌طرف بالا پرتاب می‌شود و در نقطه‌ی B متوقف شده، سپس برمی‌گردد و هنگام برگشت، تندی آن در نقطه‌ی A برابر با $۲\frac{m}{s}$ می‌شود. طول AB چند متر است؟($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت یکسان است. پس اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را W_f در نظر بگیریم، تغییر انرژی مکانیکی جسم بین دو حالتی که گلوله در نقطه‌ی A قرار دارد دو برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت است، داریم:



$$۲W_f = (E_{A_۲} - E_{A_۱})$$

$$\Rightarrow ۲W_f = (K_A + U_A)_۲ - (K_A + U_A)_۱$$

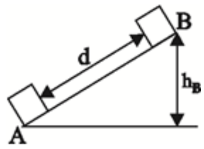
$$\xrightarrow{U_{A_۱} = U_{A_۲}} ۲W_f = (K_A)_۲ - (K_A)_۱$$

$$\Rightarrow ۲W_f = (\frac{۱}{۲}mv_A^۲)_۲ - (\frac{۱}{۲}mv_A^۲)_۱$$

$$\Rightarrow ۲W_f = \frac{۱}{۲}m((۲)^۲ - (۴)^۲)$$

$$\Rightarrow ۲W_f = \frac{۱}{۲}m(۴ - ۱۶) = \frac{۱}{۲}m(-۱۲) \Rightarrow W_f = -۳m \ (J)$$

حال با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی برای مسیر رفت داریم:



$$\Rightarrow W_f = E_B - E_A$$

$$\Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

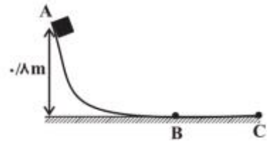
$$\xrightarrow[K_B=۰]{U_A=۰} W_f = mgh_B - \frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\xrightarrow{W_f=-۳m} -۳m = mgh_B - \frac{۱}{۲}m \times (۴)^۲$$

$$\Rightarrow gh_B = ۵ \Rightarrow h_B = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}m$$

$$\Rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow d = \frac{h_B}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۱m$$

۲۳ جسمی به جرم ۲ kg از نقطه A بدون تندی اولیه شروع به حرکت کرده و با تندی ۲ $\frac{m}{s}$ از نقطه C می‌گذرد. اگر مسیر AB بدون اصطکاک و مسیر BC دارای اصطکاک باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیر BC چند ژول است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱) ۲۴
۲) -۲۴
۳) ۱۲
۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۴

در مسیر AB نیروی اتلافی نداریم؛ بنابراین در این مسیر از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{۱}{۲} mv_A^۲ + mgh_A$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر می‌گیریم:

$$E_A = ۰ + ۲ \times ۱۰ \times ۰/۸ = ۱۶ \ J$$

$$E_A = E_B \Rightarrow E_B = ۱۶ \ J$$

برای مسیر BC با استفاده از قانون پایستگی انرژی، داریم:

$$E_C - E_B = W_{f_k} \quad (۱)$$

$$E_C = K_C + U_C = \frac{۱}{۲} mv_C^۲ + mgh_C = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲^۲ + ۰ = ۴ \ J$$

$$\xrightarrow{(۱)} W_{f_k} = ۴ \ J - ۱۶ \ J = -۱۲ \ J$$

۲۴ مطابق شکل زیر، جسمی با سرعت اولیه $۱۰\frac{m}{s}$ را از پایین سطح شیب‌داری و به موازات آن به طرف بالای سطح شیب‌دار پرتاب می‌کنیم. اگر به ازای هر متری که جسم روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود، ۲ درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم به صورت گرما تلف شود، این جسم حداکثر چه مسافتی را به صورت تقریبی برحسب متر، روی سطح شیب‌دار بالا خواهد رفت؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و جسم را ابتدا روی سطح زمین در نظر بگیرید.)

۱) ۴/۱۵

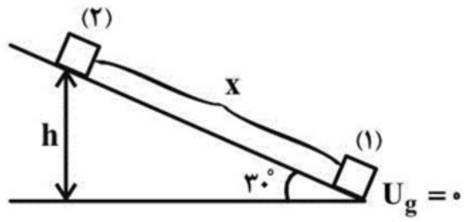
۲) ۸/۳

۳) ۶/۲۶

۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۲

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. از طرفی چون انرژی به صورت گرما تلف می‌شود، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی‌ماند و تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است حال فرض می‌کنیم جسم مسافت x را روی سطح شیب‌دار طی می‌کند تا متوقف شود، داریم:



$$w_f = E_۲ - E_۱$$

$$\Rightarrow W_f = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$

$$\xrightarrow[K_۲=۰, U_۱=۰]{W_f = -\frac{۲}{۱۰۰}K_۱ x} -\frac{۲}{۱۰۰}K_۱ x = (۰ + mgh) - (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + ۰)$$

$$\Rightarrow -\frac{۲}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ x = mgh - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\xrightarrow[v_۱ = ۱۰\frac{m}{s}, h = \frac{x}{۲}]{\text{m از طرفین حذف می کنم}} -\frac{۲}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲} \times (۱۰)^۲ \times x$$

$$= ۱۰ \times \frac{x}{۲} - \frac{۱}{۲} \times (۱۰)^۲$$

$$\Rightarrow -x = ۵x - ۵۰ \Rightarrow ۶x = ۵۰ \Rightarrow x = \frac{۵۰}{۶} = \frac{۲۵}{۳} \simeq ۸/۳m$$

۲۵ بازدهٔ یک بالابر الکتریکی ۶۰ درصد است. اگر این بالابر جسمی به جرم $۱۵۰kg$ را از حال سکون و از سطح زمین بلند کرده و نیم دقیقه بعد با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ آن‌را به ارتفاع ۴ متری از سطح زمین برساند، توان الکتریکی ورودی به این دستگاه چند وات است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۲۰۰

۲) ۱۲۰

۳) ۲۰۰۰

۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right) = \frac{۱}{۲} \times ۱۵۰ \times \left(۲۰^۲ - ۰^۲\right)$$

$$\Rightarrow W_t = ۳ \times ۱۰^۴ J$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{\text{موتور}} = ۳ \times ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow mgh\cos(۱۸۰^\circ) + W_{\text{موتور}} = ۳ \times ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow ۱۵۰ \times ۱۰ \times ۴ \times (-۱) + W_{\text{موتور}} = ۳ \times ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = ۳/۶ \times ۱۰^۴ J$$

با استفاده از تعریف بازده، داریم:

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{۳/۶\times۱۰^۴}{E_{\text{ورودی}}} \Rightarrow E_{\text{ورودی}} = ۶ \times ۱۰^۴ J$$

بنابراین توان ورودی بالابر برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{ورودی}}}{t} = \frac{۶\times۱۰^۴}{۳۰} = ۲۰۰۰W$$

۲۶ در یک مسابقه‌ی اسکی، ۲۰ ثانیه طول می‌کشد تا اسکی‌بازی به جرم $۶۰\ kg$ از ارتفاع ۳۰۰ متری سطح زمین، از حال سکون شیرجه رود و با تندی $۳۰\ \frac{m}{s}$ به زمین برسد. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود، در این جابه‌جایی اندازه‌ی توان متوسط نیروی مقاومت هوا چند وات است؟ ($g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}$ و از بقیه‌ی اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)

۱) ۹۰۰۰

۲) ۷۶۵۰

۳) ۶۰۰۰

۴) ۱۳۵۰

پاسخ: گزینه ۲

در مسابقه‌ی شیرجه‌ی اسکی، نیروی وزن اسکی‌باز باعث حرکت آن می‌شود. با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی، کار متوسط نیروی مقاومت هوا را می‌یابیم:

$$W_{mg} + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$
$$\xrightarrow{v_۱=۰} mgh + W_f = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\Rightarrow (۶۰)(۱۰)(۳۰۰) + W_f = (\frac{۱}{۲})(۶۰)(۳۰)^۲$$
$$\Rightarrow W_f = -۱۵۳۰۰۰\ J$$

حال توان نیروی مقاومت هوا را می‌یابیم:

$$P = \frac{W_f}{t} = \frac{-۱۵۳۰۰۰}{۲۰} = -۷۶۵۰\ W$$

۲۷ یک تلمبه برقی در هر دقیقه ۲ تن آب را از عمق ۳۰ متری سطح زمین با تندی ثابت تا سطح زمین بالا می‌کشد. اگر بازده این تلمبه ۸۰ درصد باشد، توان تلمبه چند کیلووات است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۲۵

۲) ۱۲/۵

۳) ۷۵۰

۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۲

چون تندی ثابت است، طبق قضیه کار- انرژی جنبشی، کاری که پمپ انجام می دهد صرف غلبه بر کار نیروی وزن می شود. بنابراین:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{\frac{mgh}{\Delta t}}{P_{\text{تلمبه}}} = \frac{\frac{۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۳۰}{۶۰}}{P_{\text{تلمبه}}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{تلمبه}} = ۱۲۵۰۰\ W = ۱۲/۵\ kW$$

۲۸) توان یک تلمبهٔ برقی ۲ کیلووات و بازده آن ۹۵% است. این تلمبه در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را با تندی ثابت از عمق ۹/۵ متری تا سطح زمین بالا می‌آورد؟ ($g = 10\ m/s^2$)

۱) $1/2 \times 10^4$
۲) $1/2 \times 10^3$
۳) ۲۰۰
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا به کمک داده‌های مسأله که شامل بازده و توان کل است، به محاسبه توان مفید تلمبه می‌پردازیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{95}{100} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{2000} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 1900\ W$$

کار خروجی تلمبه همان کار لازم برای غلبه بر نیروی وزن جسم می‌باشد، بنابراین داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} \xrightarrow[g=10 m/s^2, h=9/5 m]{P_{\text{خروجی}}=1900 W,\ t=60 s} 1900 = \frac{95m}{60}$$
$$\Rightarrow m = 1/2 \times 10^3 kg$$

۲۹) شخصی به جرم $60kg$، ۴۰ پله را در مدت زمان یک دقیقه با سرعت ثابت بالا می‌رود. اگر ارتفاع هر پله $30cm$ باشد و بازده بدن برای بالارفتن پله ۲۵ درصد باشد، آهنگ مصرف انرژی شخص در SI در این فعالیت کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۱) ۴۸۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینه ۱

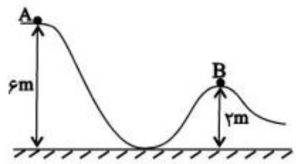
$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{t} \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},\ t=1\min=60s]{h=40\times30=1200cm=12m,\ m=60kg}$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{60\times10\times12}{60} = 120 W$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی مفید}}{\text{انرژی مصرفی}} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{آهنگ مصرف انرژی}}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ مصرف انرژی} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{بازده}} = \frac{120}{0/25} = 480 \frac{J}{s}$$

۳۰ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ با تندی اولیهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ A در راستای مسیر پرتاب می‌شود. اگر جسم با نصف تندی اولیه‌اش از نقطهٔ B عبور کند، کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) -۷۵

۲) -۸۰

۳) -۱۵۵

۴) -۲۸۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

کار نیروی اصطکاک در مسیر ، برابر با تغییرات انرژی مکانیکی جسم است. با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$W_{f_k} = \Delta E = E_B - E_A$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (U_B + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲) - (mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲) \xrightarrow[v_A=۱۰\frac{m}{s}]{v_B=۵\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (۲ \times ۱۰ \times ۲ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵) - (۲ \times ۱۰ \times ۶ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰۰)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = ۶۵ - ۲۲۰ = -۱۵۵J$$