نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: کار و انرژی - متوسط ۲

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۱/۰۱

مرکز مشاوره تحصیلی راه روشن

۱) اتومبیلی با تندی ثابت $۹۰ km/h$ در حال حرکت است. تندی این اتومبیل چند متر بر ثانیه افزایش یابد تا انرژی جنبشی آن ۲ برابر شود؟$(\sqrt{۲} = ۱/۴)$

۱) ۱۰

۲) ۲۵

۳) ۳۵

۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه‌ی «۱»

$K = \frac{۱}{۲}mv^۲$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \\ v_۱ = ۹۰\frac{km}{h} = ۲۵\ \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow ۲ = ۱ \times (\frac{v_۲}{۲۵})^۲ \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{v_۲}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{۲} \simeq ۱/۴} v_۲ \simeq ۳۵\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \Delta v = ۳۵ - ۲۵ \Rightarrow \Delta v = ۱۰\ \frac{m}{s}$$

۲) اگر انرژی جنبشی جسمی ۳۶ درصد کاهش یابد، تندی آن چند درصد کاهش یافته است؟ (جرم جسم ثابت است.)

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۶۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه‌ی مقایسه‌ای انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv_2^2}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$
$$\xrightarrow{K_2=K_1-0/36K_1=0/64\,K_1}\Rightarrow\frac{K_1}{0/64\,K_1}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow\frac{1}{0/64}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2=0/64$$
$$\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=0/8\Rightarrow v_2=0/8v_1$$
$$\Delta v=v_2-v_1=0/8v_1-v_1=-0/2\,v_1$$

بنابراین تندی جسم ۲۰ درصد کاهش یافته است.

۳) اگر تندی متحرکی $3\frac{m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۱۶ برابر می‌شود. تندی اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

از رابطه انرژی جنبشی ($\frac{1}{2}mv^2$) استفاده می‌کنیم و با مقایسه دو حالت، تندی اولیه متحرک را می‌یابیم. بنابراین:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\xrightarrow[v_2=v_1+3]{K_2=16\,K_1}$$
$$\frac{16\,K_1}{K_1}=\left(\frac{v_1+3}{v_1}\right)^2\Rightarrow\frac{v_1+3}{v_1}=4\Rightarrow v_1+3=4v_1\Rightarrow v_1=1\frac{m}{s}$$

۴) جسمی را با نیروی ثابتی به بزرگی $۲۰N$ به مدت $۵s$ با تندی ثابت $۴\frac{m}{s}$ در راستای قائم به‌طرف بالا می‌کشیم. طی این جابه‌جایی چند ژول کار انجام می‌دهیم؟

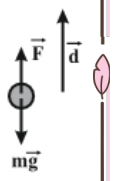
۱) ۴۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون جسم با تندی ثابت بالا کشیده می‌شود، جابه‌جایی آن طی مدت $۵s$ برابر است با:

$$d = v\Delta t = ۴ \times ۵ \Rightarrow d = ۲۰m$$



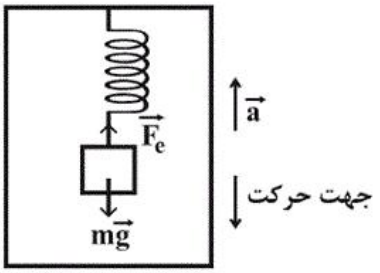
کاری که روی جسم طی این جابه‌جایی انجام می‌دهیم، برابر است با:

$$W = Fd\cos\theta = ۲۰ \times ۲۰ \times ۱ \Rightarrow W = ۴۰۰J$$

⑤ وزنه‌ای به جرم $4kg$ را به‌وسیله فنری به جرم ناچیز به سقف آسانسوری می‌بندیم. زمانی که اندازه شتاب حرکت آسانسور $3\frac{m}{s^2}$ و به‌طرف بالا است ولی آسانسور در حال حرکت به سمت پایین می‌باشد، کار نیروی کشسانی فنر پس از ۶ متر جابه‌جایی برابر با چند ژول است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و فرض کنید جهت حرکت آسانسور تغییر نمی‌کند.)

۱) -۱۶۸
۲) -۳۱۲
۳) ۱۶۸
۴) ۳۱۲

پاسخ: گزینه ۲



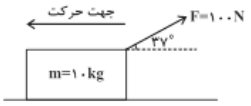
ابتدا قانون دوم نیوتون را برای وزنه داخل آسانسور می‌نویسیم تا اندازه نیروی کشسانی فنر را به‌دست آوریم. داریم:

$$mg - F_e = ma \Rightarrow 4 \times 10 - F_e = 4 \times (-3) \Rightarrow F_e = 52N$$

حال کار نیروی F_e را پس از ۶ متر جابه‌جایی به‌طرف پایین حساب می‌کنیم. داریم:

$$W_{F_e} = F_e d\cos\theta = 52 \times 6 \times (-1) \Rightarrow W_{F_e} = -312J$$

۶) مطابق شکل زیر، نیروی $F = ۱۰۰N$ به جسمی به جرم $۱۰kg$ که در حال حرکت در مسیری افقی است، وارد می‌شود. اگر جهت حرکت جسم تغییر نکند، کار نیروی $\vec{F}$ و کار نیروی اصطکاک پس از $۱۰m$ جابه‌جایی به‌ترتیب از راست به چپ برحسب ژول کدام است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$، $\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$ و ضریب اصطکاک جنبشی میان جسم و سطح ۰/۵ فرض شود.)



۱) $+۸۰۰$، -۲۰۰

۲) -۸۰۰، -۲۰۰

۳) $+۸۰۰$، -۵۰۰

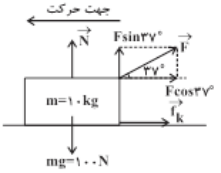
۴) -۸۰۰، -۵۰۰

پاسخ: گزینه ۲

نیروی‌های وارد بر جسم را مطابق شکل مشخص می‌کنیم. باید دقت داشت که نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.

جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، در نتیجه N به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$N + F\sin ۳۷^\circ = mg \Rightarrow N = ۴۰N$$



اندازه نیروی اصطکاک جنبشی برابر است با:

$$f_k = \mu_k N = \frac{۱}{۲} \times ۴۰ = ۲۰N$$

در نتیجه کاری که توسط نیروی اصطکاک و نیروی $\vec{F}$ روی جابه‌جایی افقی جسم به سمت چپ انجام می‌شود، برابر است با:

$$W_F = Fd\cos\alpha = ۱۰۰ \times ۱۰ \times \cos ۱۴۳^\circ = -۸۰۰J$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos\alpha = ۲۰ \times ۱۰ \times \cos ۱۸۰^\circ = -۲۰۰J$$

(۷) اتومبیلی به جرم یک تُن با سرعت $۷۲\frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم و افقی در حال حرکت است. اندازه‌ی برایند نیروهای وارد بر اتومبیل چند نیوتون و در چه جهتی باشد تا پس از ۲۰m جابه‌جایی، انرژی جنبشی آن به ۱۵۰ کیلوژول برسد؟

۱) ۵۰۰۰، در جهت حرکت
۲) ۵۰۰۰، در خلاف جهت حرکت
۳) ۲۵۰۰، در جهت حرکت
۴) ۲۵۰۰، در خلاف جهت حرکت

پاسخ: گزینه ۴

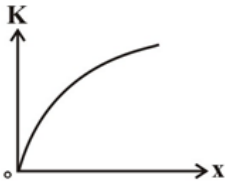
$m = ۱۰۰۰kg$ و $v_۱ = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$, $K_۲ = ۱۵۰۰۰۰J$

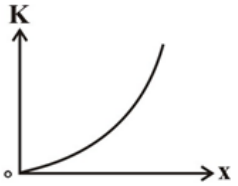
با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

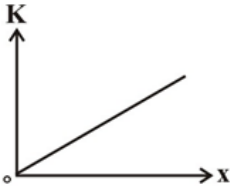
$$W_{\text{برایند}} = \Delta K \Rightarrow F_T d\cos\theta = K_۲ - K_۱$$
$$\Rightarrow F_T \times ۲۰\cos\theta = ۱۵۰۰۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰۰ \times (۲۰)^۲$$
$$\Rightarrow F_T \cos\theta = -۲۵۰۰N$$

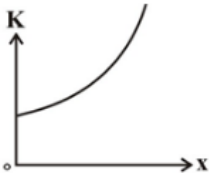
علامت منفی، نشان دهنده‌ی این است که برایند نیروهای وارد بر اتومبیل در خلاف جهت حرکت اتومبیل می‌باشد؛ یعنی $\theta = ۱۸۰^\circ$ است.

۸) جسمی به جرم m روی یک سطح افقی و در مبدأ مکان ($x = ۰$) در حال سکون می‌باشد. اگر این جسم از مبدأ مکان و در جهت مثبت محور xها با شتاب ثابت شروع به حرکت کند، نمودار انرژی جنبشی جسم برحسب مکان آن مطابق با کدام گزینه است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینه ۳

با توجه به معادله‌ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{x_۰=۰, v_۰=۰} v^۲ = ۲ax \xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}m}$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = max \xrightarrow{\frac{۱}{۲}mv^۲=K} K = max$$

با توجه به معادله‌ی به‌دست آمده، نمودار انرژی جنبشی جسم برحسب مکان آن به‌صورت یک خط راست است که از مبدأ عبور می‌کند.

۹) گلوله‌ای به جرم g ۲۰۰ با تندی $\frac{m}{s}$ ۴۰ به‌صورت افقی به یک دیوار قائم برخورد کرده، ۲۰ سانتی‌متر در آن فرورفته و سپس متوقف می‌شود. اندازه‌ی نیروی متوسطی که دیوار در راستای افق بر گلوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (حرکت گلوله در دیوار افقی است.)

۱) ۲۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۶۰۰
۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه ۴

با فرض آن‌که حرکت گلوله در دیوار افقی باشد، کار نیروی وزن گلوله صفر است بنابراین تنها نیرویی که کار انجام می‌دهد، نیروی دیوار بر روی گلوله (F) است، پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

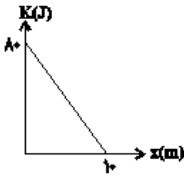
$$W_{\text{برآیند}} = \Delta K \Rightarrow W_F = K_۲ - K_۱ = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_F = -\frac{۱}{۲} \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۴۰^۲ \Rightarrow W_F = -۱۶۰\ J$$

از طرفی F (نیروی وارد بر گلوله) و d (جابه‌جایی گلوله) در خلاف جهت هم هستند:

$$W_F = -Fd \Rightarrow -۱۶۰ = -F \times ۰/۲ \Rightarrow F = ۸۰۰\ N$$

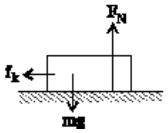
۱۰) نمودار انرژی جنبشی جسمی که روی سطح افقی و در امتداد محور x با سرعت اولیه $v_۰$ پرتاب شده، برحسب مکان جسم مطابق شکل زیر است. در این جابه‌جایی، بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم چند نیوتون است؟



۱) ۴۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

زمانی که جسمی را روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم، تنها نیروی وارد بر جسم که روی آن کار انجام می‌دهد، نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود.



از طرفی با توجه به نمودار، تغییرات انرژی جنبشی جسم (ΔK) در جابه‌جایی ۱۰ متری برابر با $-۸۰J$ می‌باشد. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow ۰ - ۸۰ = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۸۰J$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = f_k . \underbrace{d}_{۱۰m} . \overbrace{\cos ۱۸۰^\circ}^{-۱} = -۸۰J \Rightarrow f_k = ۸N$$

(۱۱) گلوله‌ای را که با تندی اولیه $۲۰\frac{m}{s}$ از سطح زمین و در راستای قائم به‌طرف بالا پرتاب می‌کنیم، در برگشت با تندی $۱۶\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. اگر کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت باشد، در این‌صورت اندازه اختلاف تندی گلوله در مسیر رفت و برگشت در ارتفاع ۴/۱ متری از سطح زمین، تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ $(\sqrt{۳} \simeq ۱/۷ \quad g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۳/۴

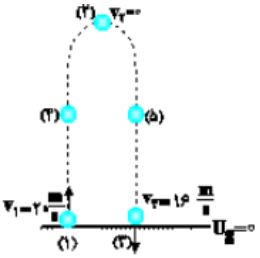
۲) ۴/۵

۳) ۶/۸

۴) ۷/۲

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل زیر، ابتدا کار نیروی مقاومت هوا را در کل مسیر حرکت گلوله با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌یابیم:



$$W_f = E_۳ - E_۱ = (K_۳ + U_۳) - (K_۱ + U_۱) \xrightarrow{U_۳=U_۱=۰}$$

$$W_f = K_۳ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۳^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱=۲۰\frac{m}{s}]{v_۳=۱۶\frac{m}{s}}$$

$$W_f = \frac{۱}{۲}m(۱۶^۲ - ۲۰^۲) = -۷۲m(J)$$

کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، نصف این مقدار است. حال حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین را می‌یابیم:

$$W'_f = E_۲ - E_۱ = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱) \xrightarrow[W'_f=\frac{W_f}{۲}=-۳۶m(J)]{U_۱=K_۲=۰}$$

$$-۳۶m = mgh - \frac{۱}{۲}m \times (۲۰)^۲ \Rightarrow h = ۱۶/۴m$$

در ارتفاع $۴/۱m$ از سطح زمین در مسیر رفت که $\frac{۱}{۴}$ ارتفاع کل است، کار نیروی مقاومت هوا نیز $\frac{۱}{۴}$ مقدار مسیر رفت است، در نتیجه داریم:

$$W''_f = E_۴ - E_۱ \Rightarrow -۹m = (m \times ۱۰ \times ۴/۱ + \frac{۱}{۲}mv_۴^۲) - (\frac{۱}{۲}m \times (۲۰)^۲ + ۰)$$

$$\Rightarrow v_۴^۲ = ۳۰۰ \Rightarrow v_۴ = ۱۰\sqrt{۳} = ۱۷\frac{m}{s}$$

برای به‌دست آوردن تندی در مسیر برگشت داریم:

$$W''_f = E_۳ - E_۵ \Rightarrow -۹m = (\frac{۱}{۲} \times m \times (۱۶)^۲ + ۰) - (\frac{۱}{۲}mv_۵^۲ + m \times ۱۰ \times ۴/۱)$$

$$\Rightarrow v_۵^۲ = ۱۹۲ \Rightarrow v_۵ = ۸\sqrt{۳} = ۱۳/۶\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_۴ - v_۵ = ۱۷ - ۱۳/۶ = ۳/۴\frac{m}{s}$$

(۱۲) جسمی به جرم $۵kg$ را از ارتفاع به اندازه‌ی کافی بلند رها می‌کنیم. اگر سرعت این جسم پس از $۲۰m$ سقوط به $۱۶\frac{m}{s}$ برسد، اندازه‌ی کار مقاومت هوا بر روی جسم در طول طی مسیر برابر با چند ژول است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۲۸۰

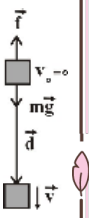
۲) ۳۶۰

۳) ۶۴۰

۴) ۷۲۰

پاسخ: گزینه ۲

بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا اثر می‌کنند. با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی داریم:



$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \Delta K$$

$$\Rightarrow mgd\cos ۰^\circ + W_f = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\Rightarrow ۵ \times ۱۰ \times ۲۰ \times ۱ + W_f = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۱۶^۲ - ۰^۲)$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰ + W_f = ۶۴۰ \Rightarrow W_f = -۳۶۰J$$

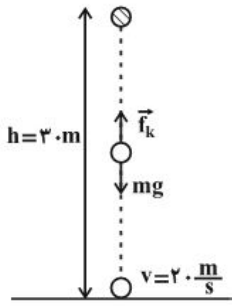
$$\Rightarrow |W_f| = ۳۶۰J$$

(۱۳) گلوله‌ای به جرم $۵۰g$ از ارتفاع ۳۰متری سطح زمین رها می‌شود و با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. اندازه‌ی کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی گلوله، چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی اولیه‌ی آن است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱

به‌کمک قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی، کار نیروی مقاومت هوا (W_{fk})را در این جابه‌جایی به‌دست می‌آوریم:



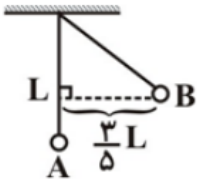
$$W_T = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$
$$\Rightarrow W_T = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۵ \times (۴۰۰ - ۰) = ۱۰J$$

$$W_T = W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow ۱۰ = mgh + W_{f_k}$$
$$\Rightarrow ۱۰ = ۰/۰۵ \times ۱۰ \times ۳۰ + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۵J$$

نسبت اندازه‌ی کار نیروی مقاومت هوا به انرژی پتانسیل گرانشی اولیه‌ی گلوله برابر است با:

$$\frac{|W_{f_k}|}{U_۱} = \frac{۵}{mgh} = \frac{۵}{۰/۰۵\times۱۰\times۳۰} = \frac{۱}{۳}$$

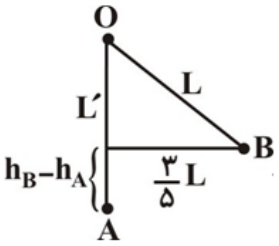
(۱۴) مطابق شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم kg از انتهای یک نخ سبک به طول ۲ متر آویزان است. اگر آونگ را از حالت عمودی A به نقطه‌ی B برسانیم، کار نیروی وزن گلوله در این جابه‌جایی چند ژول می‌شود؟ $\left(g = ۱۰ \frac{N}{kg}\right)$



۱) ۱۲
۲) -۱۲
۳) ۳۶
۴) -۳۶

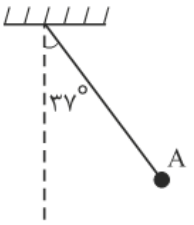
پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جابه‌جایی عمودی گلوله‌ی آونگ را به‌دست می‌آوریم. طبق رابطه‌ی فیثاغورس و مطابق شکل داریم:



$$L' = \sqrt{L^۲ - \left(\frac{۳}{۵}L\right)^۲} = \frac{۴L}{۵}$$
$$h_B - h_A = L - L' = \frac{L}{۵} = \frac{۲}{۵}m$$
$$W_{mg} = -mgh = -mg(h_B - h_A)$$
$$W_{mg} = -۳ \times ۱۰ \times \frac{۲}{۵} = -۱۲J$$

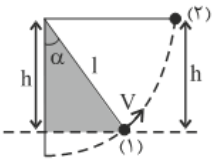
(۱۵) مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۱/۲۵ متر، با سرعت v از وضعیت نشان داده شده (نقطه ی A) عبور می کند. کم ترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد، تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۲
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم v سرعت گلوله در جهت نشان داده شده در شکل مقابل باشد. کم‌ترین سرعت در نقطه‌ی (۱) برای حالتی است که طناب بتواند به‌طور افقی و گلوله نیز در وضعیت (۲) قرار گیرد. در این‌صورت $v_۲ = ۰$ صفر است.
با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = mgh \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

پتانسیل گرانشی صفر را در موقعیت پایینی گلوله یعنی (۱) در نظر می‌گیریم در این صورت h برابر اختلاف سطح (اختلاف ارتفاع) دو موقعیت (۱) و (۲) است. با توجه به شکل داریم:

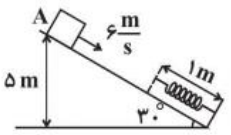
$$h = l\cos\alpha \xrightarrow{l=۱/۲۵m,\ \alpha=۳۷^\circ}$$

$$h = ۱/۲۵ \times \cos ۳۷^\circ = ۱/۲۵ \times ۰/۸ = ۱m$$

بنابراین داریم: $v = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۱} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}\frac{m}{s}$

توجه داشته باشید که اگر حرکت آونگ ساعتگرد هم بود، در جواب تأثیری نداشت.

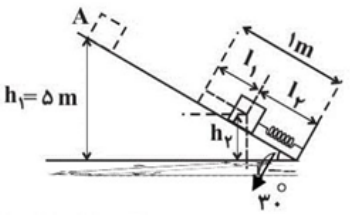
(۱۶) جسمی به جرم $۰/۵\ kg$ مطابق شکل با تندی $۶\ \frac{m}{s}$ از نقطه A روی سطح شیبدار پرتاب می‌شود و به فنری به طول $۱\ m$ برخورد می‌کند. اگر حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم- فنر $۳۲/۵\ J$ باشد، فنر حداکثر چند سانتی‌متر فشرده شده است؟ ($g = ۱۰\ \frac{N}{kg}$، از اصطکاک و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۶۰
۴) ۷۰

پاسخ: گزینه ۲

حداکثر فشردگی فنر هنگامی اتفاق می افتد که تندی جسم به صفر برسد. در این وضعیت، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه فنر- جسم نیز بیشترین مقدار است. بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ + U_{۲\ \text{کشسانی}}$$

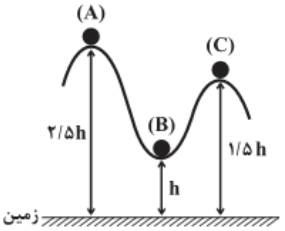
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times ۶^۲ + ۰/۵ \times ۱۰ \times ۵ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times ۰ + ۰/۵ \times ۱۰ \times h_۲ + ۳۲/۵$$

$$\Rightarrow ۹ + ۲۵ = ۰ + ۵h_۲ + ۳۲/۵ \Rightarrow h_۲ = ۰/۳\ m$$

بنابراین: $\sin ۳۰^\circ = \frac{h_۲}{l_۲} \Rightarrow l_۲ = \frac{h_۲}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۰/۳}{\frac{۱}{۲}} = ۰/۶\ m$

$l_۱ = ۱ - ۰/۶ = ۰/۴\ m \times (\frac{۱۰^۲\ cm}{۱\ m}) = ۴۰\ cm$: حداکثر فشردگی فنر⇒

(۱۷) مطابق شکل زیر، گلوله‌ای در مسیر ABC در حرکت است. اگر انرژی جنبشی گلوله در نقطه A برابر با ۰/۱ انرژی پتانسیل گرانشی آن در این نقطه و انرژی جنبشی گلوله در نقطه C برابر با ۰/۷ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن در این نقطه باشد و کار کل نیروهای وارد بر گلوله در جابه‌جایی از A تا C برابر با $80J$ باشد، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه C چند ژول است؟ (نقطه B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)



۱) ۲۰۰
۲) ۶۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۱

چون نقطه B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب شده، پس ارتفاع نقطه A از مبدأ برابر است با $h_A = ۲/۵h - h = ۱/۵h$ و ارتفاع نقطه C معادل با $h_C = ۱/۵h - h = ۰/۵h$ خواهد بود. بنابراین:

$$U = mgh \Rightarrow \frac{U_A}{U_C} = \frac{h_A}{h_C} = \frac{۱/۵h}{۰/۵h} \Rightarrow U_A = ۳U_C$$

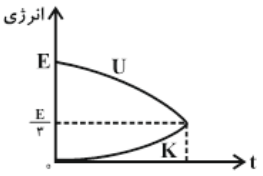
از طرفی طبق قضیه کار – انرژی جنبشی، بین دو نقطه A و C می‌توان نوشت:

$$W_t = K_C - K_A$$

$$\xrightarrow[W_t=۸۰J]{K_A=۰/۱U_A, K_C=۰/۷U_C} ۸۰ = ۰/۷U_C - ۰/۱U_A$$

$$\xrightarrow{U_A=۳U_C} ۸۰ = ۰/۷U_C - ۰/۳U_C \Rightarrow U_C = ۲۰۰J$$

(۱۸) در یک بازه زمانی معین، نمودارهای انرژی جنبشی (K) و پتانسیل (U) جسمی مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از عبات‌های زیر الزاماً صحیح است؟



۱) سرعت جسم در حال افزایش است.
۲) ارتفاع جسم در حال کاهش است.
۳) انرژی مکانیکی جسم پایسته است.
۴) تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل جسم است.

پاسخ: گزینه ۱

اگر انرژی مکانیکی جسم ثابت باشد، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم همواره برابر با عدد ثابتی است، ولی همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، انرژی مکانیکی جسم در حال کاهش است.

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = ۰ + E = E$$

$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{E}{۳} + \frac{E}{۳} = \frac{۲}{۳}E$$

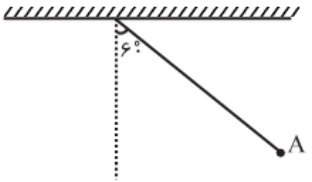
بنابراین اتلاف انرژی داریم و انرژی مکانیکی پایسته نیست و در نتیجه تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل آن نیست.

انرژی پتانسیل انواع مختلفی دارد وکاهش آن الزاماً به معنی کاهش ارتفاع جسم نیست.

اگر انرژی پتانسیل از نوع انرژی پتانسیل گرانشی باشد، کاهش آن به معنی کاهش ارتفاع جسم است ولی در این سوال راجع به نوع انرژی پتانسیل صحبتی نشده است.

چون انرژی جنبشی جسم در حال افزایش است، بنابراین الزاماً سرعت جسم در حال افزایش است.

(۱۹) مطابق شکل زیر، گلوله آونگی را از نقطه A و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. اندازه سرعت گلوله هنگامی‌که راستای نخ با راستای قائم زاویه ۵۳° می‌سازد چند برابر اندازه سرعت گلوله هنگامی‌که راستای نخ با راستای قائم زاویه ۳۷° می‌سازد، است؟ (جرم نخ و تمامی مقاومت‌ها ناچیز است و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۳

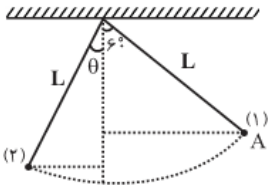
۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از اصل پایستگی انرژی، سرعت گلوله را هنگامی‌که راستای نخ با راستای قائم، زاویه θ می‌سازد، محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

$$\Rightarrow ۰ - mgL\cos\theta_۰ = \frac{۱}{۲}mv^۲ - mgL\cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = mgL(\cos\theta - \cos\theta_۰)$$

$$\Rightarrow v = [۲gL(\cos\theta - \cos\theta_۰)]^{\frac{۱}{۲}}$$

بنابراین برای دو زاویه $\theta_۱ = ۵۳^\circ$ و $\theta_۲ = ۳۷^\circ$ داریم:

$$\frac{v_۱}{v_۲} = \sqrt{\frac{\cos ۵۳^\circ - \cos ۶۰^\circ}{\cos ۳۷^\circ - \cos ۶۰^\circ}} = \sqrt{\frac{۰/۶ - ۰/۵}{۰/۸ - ۰/۵}} \Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

(۲۰) توپی به جرم ۳۰۰ گرم از ارتفاع مشخصی از بالای سطح یک تخته‌سنگ رها شده و پس از برخورد به تخته‌سنگ در همان راستا تا ارتفاع ۶/۵ متر بالا می‌رود. چنان‌چه اندازه انرژی تلف‌شده توپ که ناشی از برخورد توپ به تخته سنگ و مقاومت هوا است، ۷/۵ J باشد، ارتفاع اولیه توپ برحسب متر کدام است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۴
۲) ۹
۳) ۱۰/۵
۴) ۱۵/۵

پاسخ: گزینه ۲

انرژی تلف‌شده توپ برابر است با کار نیروی اتلافی. بنابراین:

$$\Rightarrow W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱)$$

$$\Rightarrow W_f = (mgh_۲ + ۰) - (mgh_۱ + ۰) \Rightarrow W_f = mg(h_۲ - h_۱)$$

$$-۷/۵ = \frac{۳}{۱۰} \times ۱۰ \times (۶/۵ - h_۱) \Rightarrow h_۱ = ۹\, m$$

(۲۱) جسمی با تندی اولیه ۲۰m/s از پایین یک سطح شیبدار به بالا فرستاده شده و با تندی ۱۰m/s به محل پرتاب برمی‌گردد. چنان‌چه کار نیروی اصطکاک در مسیرهای رفت و برگشت برابر باشد، جسم حداکثر تا چه ارتفاع قائمی از محل پرتاب بر حسب متر بالا رفته است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۲۰
۲) ۱۲/۵
۳) ۲۵
۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

پاسخ: گزینه ۲

طبق قانون پایستگی انرژی، برای مسیرهای رفت و برگشت داریم:

مسیر رفت : $W_{f_k} = E_۲ - E_۱ = mgh_۲ - \frac{۱}{۲} mv_۱^۲$

مسیر برگشت : $W_{f_k} = E_۳ - E_۲ = \frac{۱}{۲} mv_۳^۲ - mgh_۲$

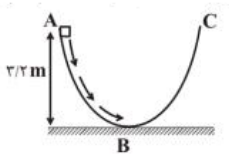
بنابراین:

$$mgh_۲ - \frac{۱}{۲} mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲} mv_۳^۲ - mgh_۲$$

$$\Rightarrow ۴gh_۲ = v_۳^۲ + v_۱^۲ \Rightarrow ۴ \times ۱۰ \times h = ۱۰۰ + ۴۰۰$$

$$\Rightarrow h = ۱۲/۵ m$$

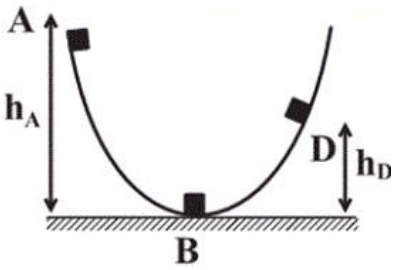
(۲۲) مطابق شکل جسمی به جرم $۰/۶\ kg$ از مکان A رها می‌شود. اگر مسیر AB بدون اصطکاک و مسیر BC دارای اصطکاک باشد، جسم پس از رسیدن به مکان B تا چه ارتفاعی برحسب متر در مسیر BC بالا می‌رود، به طوری که اندازه کار نیروی اصطکاک تا لحظه رسیدن جسم به این ارتفاع برابر با $۶\ J$ شود؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۱
۲) ۲/۲
۳) ۳
۴) ۳/۲

پاسخ: گزینه ۲

مسیر AB بدون اصطکاک است. بنابراین طبق رابطه پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_A = E_B$$

اما در مسیر BC اصطکاک داریم. در نتیجه بخشی از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل می‌شود:

$$E_D - E_B = W_{f_k}$$

از طرفی $E_B = E_A$ است. بنابراین: $E_D - E_A = W_{f_k}$

$$\Rightarrow (K_D + U_D) - (K_A + U_A) = W_{f_k} \Rightarrow mgh_D - mgh_A = -۶$$
$$\Rightarrow ۰/۶ \times ۱۰ \times h_D - ۰/۶ \times ۱۰ \times ۳/۲ = -۶ \Rightarrow ۶h_D - ۱۹/۲ = -۶$$
$$\Rightarrow ۶h_D = ۱۳/۲ \Rightarrow h_D = ۲/۲m$$

(۲۳) جسمی به جرم $2\,kg$ روی سطح شیبداری که با سطح افق زاویه 30° می‌سازد، با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت جسم به‌اندازه ۲ متر جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ($g = 10\ \frac{m}{s^2}$)

۱) $-20\sqrt{3}$

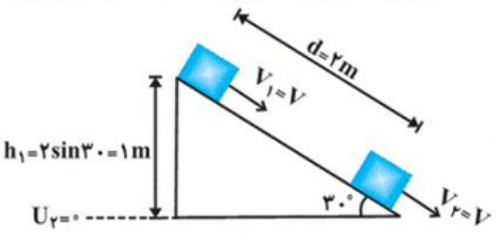
۲) $-10\sqrt{3}$

۳) -۱۰

۴) -۲۰

پاسخ: گزینه ۴

به علت وجود اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم پایسته نیست و تغییر می‌کند.



$$W_{f_k} = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = 0 + 0 - U_1 = -U_1$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -mgh_1 = -2 \times 10 \times 1 \Rightarrow W_{f_k} = -20\ J$$

(۲۴) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را روی سطح افقی با تندی اولیه مشخص پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که اندازه کار نیروی اصطکاک به ۸۰ ژول می‌رسد، تندی جسم $5\frac{m}{s}$ کم‌تر از تندی اولیه آن است. تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) ۸/۵

۲) ۹

۳) ۱۰/۵

۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

همان‌طور که می‌دانیم در این حالت کار نیروی اصطکاک همواره منفی می‌باشد و در این جابه‌جایی تنها نیروی اصطکاک است که روی جسم کار انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی جسم تغییر نمی‌کند، پس:

$$W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\xrightarrow{U_1 = U_2} W_f = 12mv_2^2 - 12mv_1^2 \Rightarrow -80 = 12 \times 2 \times (v_1 - 5)^2 - 12 \times 2 \times v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 - 10v_1 + 25 - v_1^2 = -80 \Rightarrow v_1 = 10/5\,ms$$

(۲۵) اتلاف انرژی در یک پمپ با توان ورودی ۵ کیلووات، ۲۰ درصد است. این پمپ در چه مدت زمانی برحسب ثانیه می‌تواند ۲ متر مکعب آب را با تندی ثابت از عمق ۲۰ متری زمین به ارتفاع ۳۰ متری از سطح زمین ببرد؟ ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$, $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۱۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۴

سطح زمین را به عنوان مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. طبق قضیه کار- انرژی جنبشی داریم: $W_t = \Delta K$

$$\Rightarrow W_{وزن} + W_{پمپ} = K_۲ - K_۱ = ۰$$

$$W_{پمپ} = -W_{وزن} = \Delta U = mg\Delta h$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} W_{پمپ} = (۱۰۰۰ \times ۲) \times ۱۰ \times (۳۰ - (-۲۰))$$

$$W_{پمپ} = ۱۰^۶ J \Rightarrow E_{خروجی} = ۱۰^۶ J$$

اتلاف انرژی ۲۰ درصد است بنابراین بازده پمپ $\%۸۰ = ۲۰ - ۱۰۰$ می‌باشد.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{E_{خروجی}}{E_{ورودی}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۰^۶ J}{E_{ورودی}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow E_{ورودی} = ۱/۲۵ \times ۱۰^۶ J$$

$$P_{ورودی} = \frac{E_{ورودی}}{\Delta t} \Rightarrow ۵ \times ۱۰^۳ W = \frac{۱/۲۵ \times ۱۰^۶ J}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = ۲/۵ \times ۱۰^۲ = ۲۵۰ s$$

(۲۶) جسمی به جرم $۸۰۰kg$ را از حال سکون و با شتاب ثابت افقی در مسیری مستقیم و افقی به حرکت درمی آوریم به‌طوری که پس از مدت $۵s$ بزرگی سرعت آن به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. توان مفید متوسط مورد نیاز برای حرکت این جسم در مدّت ۵ ثانیه حرکتش چند کیلووات است؟ (از کار نیروی اصطکاک و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۲۰
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا کار برایند نیروهای وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی صفر تا $۵s$ را حساب می‌کنیم و سپس توان متوسط آن را به‌دست می‌آوریم.

$$W_{مفید} = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ \xrightarrow{m=۸۰۰kg \ , \ v=۲۰\frac{m}{s} \ , \ v_۰=۰}$$

$$W_{مفید} = \frac{۱}{۲} \times ۸۰۰ \times ۴۰۰ - ۰ \Rightarrow W_{مفید} = ۱۶۰۰۰۰J$$

$$P = \frac{W_{مفید}}{t} \xrightarrow{t=۵s} P = \frac{۱۶۰۰۰۰}{۵}$$

$$\Rightarrow P = ۳۲۰۰۰W \Rightarrow P = ۳۲kW$$

(۲۷) توان ورودی یک تلمبه برقی برابر با $۲kW$ و بازده آن ۹۵ درصد است. با این تلمبه در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را می‌توان با تندی ثابت از عمق ۹/۵ متری به سطح زمین منتقل کرد؟$(g = ۱۰\frac{N}{Kg})$

۱) $۱/۲ \times ۱۰^{۴}$

۲) $۱/۲ \times ۱۰^{۳}$

۳) ۲۰۰

۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با استفاده از رابطه بازده، توان خروجی تلمبه برقی را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{۹۵}{۱۰۰} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{۲} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = ۱/۹kW$$

چون آب با تندی ثابت بالا می‌آید، اندازه کار انجام شده توسط تلمبه برقی با اندازه کار نیروی وزن برابر است. بنابراین داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$\Rightarrow ۱/۹ \times ۱۰^{۳} = \frac{m \times ۱۰ \times ۹/۵}{۶۰} \Rightarrow m = ۱۲۰۰kg = ۱/۲ \times ۱۰^{۳}kg$$

(۲۸) جسمی به جرم $۲۵۰kg$ توسط بالابری با سرعت ثابت $۰/۸\frac{m}{s}$ به‌طرف بالا حرکت می‌کند. توان متوسط موتور این بالابر چند کیلووات است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۲/۵

۲) ۲

۳) ۳/۵

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

چون بالابر با سرعت ثابت حرکت می‌کند باید نیرویی که بالابر به جسم وارد می‌کند برابر با وزن جسم باشد، یعنی داریم:

$$F = mg \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{m=۲۵۰kg} F = ۲۵۰۰N$$

از طرفی برای تعیین توان متوسط این نیرو داریم:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} \xrightarrow[v=\text{ثابت}]{\frac{d}{t}=v} \bar{P} = F.v$$

$$\xrightarrow[v=۰/۸\frac{m}{s}]{F=۲۵۰۰N} \bar{P} = ۲۵۰۰ \times ۰/۸ \Rightarrow \bar{P} = ۲۰۰۰W \Rightarrow \bar{P} = ۲kW$$

(۲۹) اتومبیلی به جرم یک تُن بر روی جاده‌ای افقی از حال سکون به حرکت در می‌آید و بعد از طی مسافت $۶۲/۵m$ طی مدت ۵ ثانیه، سرعتش به $۹۰\frac{km}{h}$ می‌رسد. اگر اندازه نیروی مقاوم در کل مسیر ثابت و برابر با $۵۰۰۰N$ باشد، توان متوسط موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۲۵۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۲۵

پاسخ: گزینه ۱

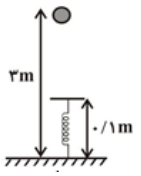
با استفاده از قضیه کار –انرژی جنبشی، کار نیروی اتومبیل را می‌یابیم. داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_F + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$
$$\Rightarrow W_F - ۵۰۰۰ \times ۶۲/۵ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۳} \times ((\frac{۹۰}{۳/۶})^۲ - ۰)$$
$$\Rightarrow W_F = ۶۲۵ \times ۱۰^{۳} = ۶۲۵kJ$$

حال برای تعیین توان متوسط موتور اتومبیل، داریم:

$$\overline{P} = \frac{W_F}{t} = \frac{۶۲۵}{۵} \Rightarrow \overline{P} = ۱۲۵kW$$

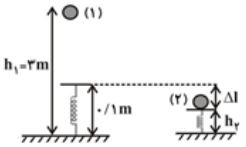
۳۰) مطابق شکل زیر، فنری به جرم ناچیز و طول اولیه‌ی $۰/۱m$ در راستای قائم روی سطح زمین قرار گرفته است. جسمی به جرم $۲kg$ از ارتفاع ۳ متری سطح زمین از بالای فنر رها می‌شود. اگر بیشینه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر برابر با $۵۹J$ باشد، اندازه‌ی تغییر طول فنر چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و از تمامی اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)

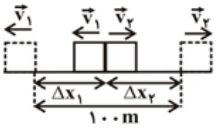


۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

چون اصطکاک نداریم، با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از قانون پایستگی انرژی، داریم:





$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ = U_۲ + U_{فنر} \Rightarrow mgh_۱ = mgh_۲ + U_{فنر}$$

$$\Rightarrow h_۲ = h_۱ - \frac{U_{فنر}}{mg} \Rightarrow h_۲ = ۳ - \frac{۵۹}{۲ \times ۱۰} = ۳ - ۲/۹۵$$

$$\Rightarrow h_۲ = ۰/۰۵m = ۵cm$$

بنابراین اندازه‌ی تغییر طول فنر برابر است با:

$$|\Delta l| = |h_۲ - l_۰| = |۵ - ۱۰| \Rightarrow |\Delta l| = ۵cm$$