نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: گرما - سخت

مرکز مشاوره تحصیلی راه روشن

۱) به مقداری یخ با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس گرما می‌دهیم تا تبدیل به آب ۲۰ درجه‌ی سلسیوس شود. چند درصد گرمای داده شده صرف ذوب یخ شده است؟ ($L_F = ۳۳۶\ J/g$, $c_{آب} = ۴/۲\ J/C$ و از اتلاف گرما صرف‌نظر کنید.)

۱) ۵۵

۲) ۶۰

۳) ۷۵

۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۴

مرحله‌ی اول: تبدیل یخ صفر درجه‌ی سلسیوس به آب صفر درجه‌ی سلسیوس (ذوب یخ):

$$Q_۱ = mL_F \xrightarrow{L_F = ۳۳۶ \frac{J}{g}} Q_۱ = ۳۳۶m$$

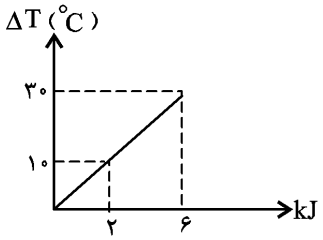
مرحله‌ی دوم: تبدیل آب صفر درجه‌ی سلسیوس به آب ۲۰ درجه‌ی سلسیوس:

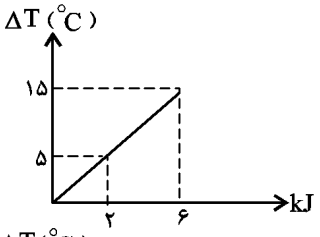
$$Q_۲ = mc_w\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta = ۲۰ - ۰ = ۲۰^\circ C]{c_w = ۴/۲ \frac{J}{g^\circ c}}$$
$$Q_۲ = m \times ۴/۲ \times ۲۰ = ۸۴m$$

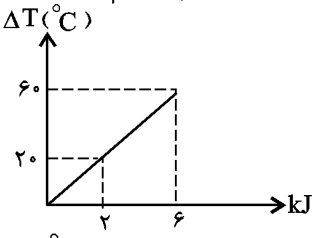
پس:

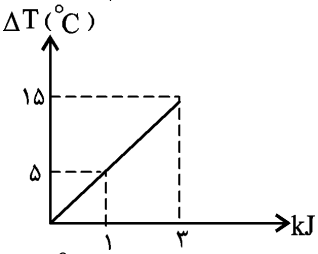
$$\text{درصد گرمایی که صرف ذوب یخ شده} = \frac{Q_۱}{Q_{کل}} \times ۱۰۰ = \frac{Q_۱}{Q_۱ + Q_۲} \times ۱۰۰ = \frac{۳۳۶m}{۳۳۶m + ۸۴m} \times ۱۰۰$$
$$= \frac{۳۳۶m}{۴۲۰m} \times ۱۰۰ = \%۸۰$$

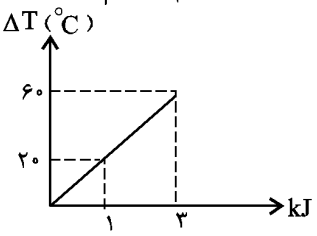
(۲) شکل زیر، نمودار تغییرات دمای یک ماده را بر حسب گرمای داده شده به آن نشان می‌دهد. اگر ظرفیت گرمایی این ماده را نصف کنیم، کدام گزینه نمودار تغییرات دما برحسب گرمای داده شده به آن‌را در این حالت به درستی نمایش می‌دهد؟



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

اگر ظرفیت گرمایی ماده‌ای برابر با C باشد، گرمای لازم برای تغییر دمای آن به اندازهٔ ΔT از رابطهٔ $Q = C\Delta T$ به‌دست می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta T = (\frac{۱}{C})Q$$

در نتیجه نمودار ΔT برحسب Q، یک نمودار خطی با شیب $\frac{۱}{C}$ می‌باشد. اگر ظرفیت گرمایی ماده را نصف کنیم، عبارت $\frac{۱}{C}$ دو برابر خواهد. شد پس نموداری که شیب آن دو برابر نسبت به نمودار داده شده باشد، پاسخ درست خواهد بود.

شیب نمودار داده شده در صورت سوال چنین است:

$$\text{شیب} = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} = \frac{۲۰}{۴} = ۵$$

پس شیب نمودار جدید باید دو برابر یعنی ۱۰ باشد. در بین گزینه‌ها، نمودار گزینهٔ «۲» شیب برابر ۱۰ واحد دارد.

(۳) در فشار یک اتمسفر، یک دماسنج مخصوص که به صورت خطی مدرج شده است، نقطه ذوب یخ را ۲۰ درجه و نقطه جوش آب را ۱۰۰ درجه نشان می‌دهد. این دماسنج دمای جسمی را که $۲۵^\circ C$ است، چند درجه نشان خواهد داد؟

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۶۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با استفاده از رابطه بین دماسنج معلوم (سلسیوس) و دماسنج نامعلوم داریم:

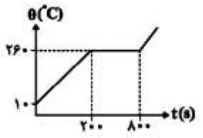
$$\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \xrightarrow[x_1=۲۰^\circ \quad x_2=۱۰۰^\circ]{\theta_1=۰^\circ C \quad \theta_2=۱۰۰^\circ C}$$

$$\frac{\theta - ۰}{۱۰۰ - ۰} = \frac{x - ۲۰}{۱۰۰ - ۲۰} \Rightarrow x = ۰/۸\theta + ۲۰$$

اگر در رابطه به دست آمده، به جای θ، دمای جسم (یعنی ۲۵ درجه سلسیوس) را قرار دهیم، داریم:

$$x = ۰/۸\theta + ۲۰ \xrightarrow{\theta=۲۵^\circ C} x = ۰/۸ \times ۲۵ + ۲۰ = ۴۰^\circ$$

(۴) به جسم جامد ۵۰۰ گرمی توسط یک گرمکن که توان آن ۱۲۰۰ وات است، گرما داده می‌شود و نمودار تغییر دمای آن برحسب زمان به صورت زیر است. گرمای نهان ویژه ذوب این ماده و گرمای ویژه آن در حالت جامد به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



۱) ۱۹۲۰ و $۲/۸۸ \times ۱۰^۶$
۲) ۸۶۰ و $۱/۴۴ \times ۱۰^۶$
۳) ۸۶۰ و $۲/۸۸ \times ۱۰^۶$
۴) ۱۹۲۰ و $۱/۴۴ \times ۱۰^۶$

پاسخ: گزینه ۴

در فاصله زمانی ۰ تا ۲۰۰ ثانیه، دمای جسم به‌طور خطی متناسب با گرمای داده شده به آن افزایش می‌یابد. بنابراین گرمای ویژه جسم در حالت جامد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta T = \Delta\theta = (۲۶۰ - ۱۰) = ۲۵۰^\circ C = ۲۵۰K$$

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{Pt_1}{m\Delta T} = \frac{۱۲۰۰ \times ۲۰۰}{۰/۵ \times ۲۵۰}$$

$$= ۱۹۲۰ \frac{J}{kg.K}$$

از طرفی با توجه به نمودار، در فاصله زمانی۲۰۰ تا۸۰۰ ثانیه که دمای جسم ثابت مانده است، گرما صرف افزایش انرژی درونی جسم شده؛ ولی دمای آن را افزایش نداده است. بنابراین در این بازه زمانی، جسم از حالت جامد به مایع تبدیل می‌شود:

$$Q = mL_F \Rightarrow L_F = \frac{Q}{m} = \frac{Pt_2}{m} = \frac{۱۲۰۰ \times (۸۰۰ - ۲۰۰)}{۰/۵}$$

$$= ۱/۴۴ \times ۱۰^۶ \frac{J}{kg}$$

۵) جسمی به جرم یک تُن با سرعت اولیه‌ی افقی به بزرگی $۳۶\frac{km}{h}$ بر روی یک سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح برابر با ۰/۵ باشد، مسافتی که جسم از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ی توقف بر روی سطح طی می‌کند، چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به صورت سؤال، نیروی اصطکاک جنبشی، نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن بر جسم وارد می‌شوند. کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = f_k d\cos\theta \Rightarrow W_{f_k} = \mu_k mgd\cos ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -۰/۵ \times ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times d \Rightarrow W_{f_k} = -۵۰۰۰d(J)$$

ضمناً کار نیروی عمودی تکیه‌گاه و وزن، صفر است. سرعت اولیه‌ی جسم برابر است با:

$$v_۱ = \frac{۳۶\times۱۰۰۰}{۳۶۰۰} = ۱۰m/s$$

در نتیجه، انرژی جنبشی اولیه‌ی جسم برابر است با:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow K_۱ = \frac{۱}{۲}(۱۰۰۰)(۱۰)^۲ \Rightarrow K_۱ = ۵۰۰۰۰J$$

از طرفی $K_۲ = ۰$ است. بنابراین با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی، خواهیم داشت:

$$W_f = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -۵۰۰۰d = ۰ - ۵۰۰۰۰ \Rightarrow d = ۱۰m$$

۶) دو کره مسی A و B با شعاع و دمای اولیه مساوی در نظر بگیرید که درون کره A حفره‌ای توخالی وجود دارد. اگر دمای آن‌ها را به یک اندازه بالا ببریم، کدام رابطه بین افزایش شعاع کره‌ها و هم‌چنین گرمای گرفته شده توسط کره‌ها برقرار است؟

۱) $Q_B > Q_A\ ,\ \Delta R_B = \Delta R_A$
۲) $Q_B > Q_A\ ,\ \Delta R_B < \Delta R_A$
۳) $Q_B < Q_A\ ,\ \Delta R_B > \Delta R_A$
۴) $Q_B < Q_A\ ,\ \Delta R_B = \Delta R_A$

پاسخ: گزینه ۱

جرم کره A (دارای حفره توخالی) کم‌تر از جرم کره B (توپر) می‌باشد. از سوی دیگر، با توجه به یکسان بودن جنس دو کره A و B (هر دو مس)، ظرفیت گرمایی ویژه و ضریب انبساط طولی دو کره با هم برابرند. با استفاده از رابطه‌های زیر داریم:

$$Q = mc\Delta\theta : \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[c_A=c_B\ ,\ \Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{m_A<m_B} Q_A < Q_B$$

$$\Delta R = R_۱\alpha\Delta\theta : \frac{\Delta R_A}{\Delta R_B} = \frac{R_{۱A}}{R_{۱B}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\alpha_A=\alpha_B\ ,\ \Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{R_{۱A}=R_{۱B}} \Delta R_A = \Delta R_B$$

(۷) ۸۰ گرم آب $40^\circ C$ را با ۴۰ گرم یخ $-20^\circ C$ مخلوط می‌کنیم. پس از برقراری تعادل چند گرم یخ باقی می‌ماند؟ (از اتلاف گرما صرف‌نظر شود.)
$(L_f = 80\frac{cal}{g}$ و $c_{آب} = 1\frac{cal}{g^\circ C}$، $c'_{یخ} = 0/5\frac{cal}{g^\circ C})$

۱) صفر
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

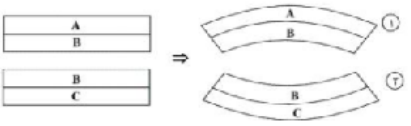
در تعادل آب و یخ هر دو به دمای صفر درجه می‌رسند و سپس مقداری از یخ ذوب می‌شود و مقداری باقی می‌ماند(m'). هم‌چنین طبق فرض سؤال می‌دانیم $c' = \frac{c}{2}$ و $L_F = 80c$ است. پس:

$$m_{آب}c(\theta_1 - \theta_0) = m_{یخ}c'(\theta_0 - \theta_2) + (m_{یخ} - m')L_F$$

مقدار یخ باقی‌مانده $\Rightarrow 80 \times c \times 40 = 40 \times \frac{c}{2} \times 20 + (40 - m') \times 80c \Rightarrow m' = 5g$

(۸) در شکل‌های زیر سه نوع تیغه‌ی فلزی داریم که در یک دمای معین با تیغه‌ی هم طول خود پرچ شده‌اند. در شکل (۱) دمای مجموعه کاهش و در شکل (۲) دما افزایش یافته است. کدام رابطه بین ضرایب انبساط طولی آن‌ها صحیح است؟

حالت اولیه حالت ثانویه



۱) $\alpha_A < \alpha_B < \alpha_C$
۲) $\alpha_B > \alpha_A > \alpha_C$
۳) $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$
۴) $\alpha_B < \alpha_A < \alpha_C$

پاسخ: گزینه ۱

هر فلزی که ضریب انبساط طولی بیش‌تری داشته باشد، هنگام افزایش یا کاهش دمای آن، تغییرات طول بیش‌تری از خود نشان می‌دهد. بنابراین چون در شکل (۱) دما کاهش یافته و فلز B کاهش طول بیش‌تری داشته، پس $\alpha_A < \alpha_B$ است و در شکل (۲) چون دما افزایش یافته و افزایش طول فلز C بیش‌تر بوده پس $\alpha_B < \alpha_C$بوده و در نتیجه $\alpha_A < \alpha_B < \alpha_C$ خواهد بود.

(۹) ظرفی استوانه‌ای با مساحت قاعده $۴۰\ cm^۲$ و ارتفاع $۴۰\ cm$ که روی سطح افقی کاملاً صافی قرار دارد، محتوی $۱۲۰۰\ cm^۳$ مایع با ضریب انبساط حجمی $۱/۵ \times ۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{K}$ است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف $۲ \times ۱۰^{-۵}\ \frac{۱}{K}$ باشد و دمای ظرف و مایع به‌طور یکنواخت $۲۵۰^\circ C$ افزایش یابد، چند سانتی‌متر مکعب مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (با این تغییر دما، مایع و ظرف، تغییر حالت نمی‌دهند.)

۱) ۲۶
۲) ۴۲۶
۳) ۳۶
۴) مایع از ظرف بیرون نمی‌ریزد.

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تغییر حجم ظرف را از رابطه $\Delta V_{\text{ظرف}} = ۳\alpha V_{۱\text{ظرف}} \Delta T$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = ۳ \times ۲ \times ۱۰^{-۵} \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۲۵۰ = ۲۴\ cm^۳$$

تغییر حجم مایع را از رابطه $\Delta V_{\text{مایع}} = \beta V_{۱\text{مایع}} \Delta T$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = ۱/۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۲۰۰ \times ۲۵۰ = ۴۵۰\ cm^۳$$

از طرفی حجم اولیه ظرف برابر است با:

$$V_{۱\text{ظرف}} = ۴۰\ cm^۲ \times ۴۰\ cm = ۱۶۰۰\ cm^۳$$

حجم کل ظرف در ابتدا $۱۶۰۰\ cm^۳$ بوده است و $۱۲۰۰\ cm^۳$ از آن با مایع پر شده است. پس ظرفیت خالی ظرف برابر $۴۰۰\ cm^۳$ بوده است. بنابراین حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف برابر است با:

$$\text{حجم مایع بیرون ریخته از ظرف} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = ۴۵۰ - ۴۰۰ - ۲۴ = ۲۶\ cm^۳$$

(۱۰) دمای ماده‌ای را به‌اندازه θ درجه سلسیوس افزایش می‌دهیم و چگالی آن ۰/۶ درصد کاهش می‌یابد. اگر دمای میله‌ای از جنس این ماده را به اندازه ۲θ افزایش دهیم، طول آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱/۲
۲) ۰/۲
۳) ۰/۴
۴) ۰/۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\rho_۲ = \rho_۱(۱ - \beta \Delta T) \Rightarrow \frac{\rho_۱ - \rho_۲}{\rho_۱} = \beta \Delta T$$

$$\xrightarrow{\rho_۲ = \frac{۹۹/۴}{۱۰۰}\rho_۱} \frac{\rho_۱ - \frac{۹۹/۴}{۱۰۰}\rho_۱}{\rho_۱} = \beta \Delta T$$

$$\xrightarrow{\Delta T = \theta} \frac{۶}{۱۰۰۰} = \beta\theta \xrightarrow{\beta = ۳\alpha} ۳\alpha\theta = \frac{۶}{۱۰۰۰} \Rightarrow \alpha\theta = \frac{۲}{۱۰۰۰}$$

$$\Delta L = L_۱ \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_۱} = \alpha \times ۲\theta$$

$$\xrightarrow{\alpha\theta = ۲ \times ۱۰^{-۳}} \frac{\Delta L}{L_۱} = ۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_۱} \times ۱۰۰ = ۰/۴$$

(۱۱) یک ظرف شیشه‌ای را که در دمای $20^\circ C$ گنجایشی برابر با $200 cm^3$ دارد، با گلیسیرین در همان دما پرکرده‌ایم. اگر دمای ظرف و گلیسیرین را به $70^\circ C$ برسانیم، مقدار $4/73 cm^3$ گلیسیرین سرریز می‌شود. ضریب انبساط حجمی گلیسیرین در کدام است؟ ($\alpha_{\text{شیشه}} = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$)

۱) 5×10^{-5}

۲) 5×10^{-4}

۳) $4/5 \times 10^{-5}$

۴) $4/5 \times 10^{-4}$

پاسخ: گزینه ۲

$\Delta V_{\text{واقعی مایع}} = \Delta V_{\text{ظاهری}} + \Delta V_{\text{ظرف}}$

$\Rightarrow \beta_{\text{مایع}} V_1 \Delta\theta = \Delta V_{\text{ظاهری}} + 3\alpha_{\text{ظرف}} V_1 \Delta\theta$

$\Rightarrow \beta_{\text{مایع}} \times 200 \times (70 - 20) = 4/73 + 3 \times 9 \times 10^{-6} \times 200 \times (70 - 20)$

$\Rightarrow \beta_{\text{مایع}} = 5 \times 10^{-4} \frac{1}{K} \Rightarrow 10^4 \beta_{\text{مایع}} = 5 \Rightarrow 10^4 \beta_{\text{مایع}} = 4/73 + 0/27$

---

(۱۲) یک قطعه یخ به جرم $500 g$ با دمای $-10^\circ C$ را درون ظرفی حاوی $500 g$ آب با دمای $60^\circ C$ می‌اندازیم. اگر انتقال انرژی مخلوط آب و یخ با ظرف و هوا ناچیز باشد، پس از برقراری تعادل گرمایی، چند گرم از یخ در ظرف باقی می‌ماند؟ ($c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg.^\circ C}$, $c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{kJ}{kg.^\circ C}$, $L_F = 330 \frac{kJ}{kg}$)

۱) ۵۰

۲) ۱۵۰

۳) ۳۵۰

۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به صورت سوال مشخص است که دمای تعادل، صفر درجه‌ی سلسیوس است. بنابراین:

۵۰۰ گرم یخ $-10^\circ C$	$\xrightarrow{Q_1}$	۵۰۰ گرم یخ $0^\circ C$	$\xrightarrow{Q_2}$	m' گرم آب و $0^\circ C$	۵۰۰ − m' گرم یخ $0^\circ C$	
۵۰۰ گرم آب $0^\circ C$	$\xleftarrow{Q_3}$	۵۰۰ گرم آب $60^\circ C$				

که m' جرم یخ ذوب شده است. با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} (0 - (-10)) + m' L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (0 - 60) = 0$

$\Rightarrow 0/5 \times 2100 \times 10 + m' \times 330000 - 0/5 \times 4200 \times 60 = 0$

$\Rightarrow m' = 0/35 kg \Rightarrow m' = 350 g$

۳۵۰ گرم یخ ذوب شده است. بنابراین یخ باقی‌مانده در ظرف برابر است با:

$m_{\text{یخ باقی مانده}} = 500 - m' = 500 - 350 = 150 g$

(۱۳) اگر سطح مقطع میله‌ی مسی A، ۱/۲ برابر سطح مقطع میله‌ی مسی B باشد، نسبت درصد تغییر نسبی طول دو میله‌ی بلند A و B، به‌ازای تغییر دمای یکسان، چه‌قدر است؟

۱) ۱/۲
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) ۱
۴) ۱/۴۴

پاسخ: گزینه ۳

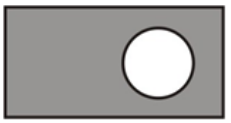
با توجه به رابطه‌ی تغییر طول میله در اثر افزایش دما، داریم:

$$\Delta L = \alpha L_{۱} \Delta T$$

$$\text{درصد تغییر طول نسبی} = \frac{\Delta L}{L_{۱}} \times ۱۰۰ = (\alpha \Delta T) \times ۱۰۰$$

چون دو میله هم‌جنس هستند و تغییر دما یکسان است، پس درصد تغییر نسبی طول آن‌ها با هم برابر است و به مساحت مقطع میله‌ها بستگی ندارد.

(۱۴) در شکل زیر، صفحه‌ای فلزی و نازک با حفره‌ای در آن نشان داده شده است. اگر ضریب انبساط طولی فلز برابر با $۱۲ \times ۱۰^{-۶} K^{-۱}$ باشد، با افزایش دمای صفحه به اندازه‌ی $۲۰۰^{\circ} C$ ، مساحت حفره چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۰/۲۴، افزایش می‌یابد.
۲) ۰/۲۴، کاهش می‌یابد.
۳) ۰/۴۸، افزایش می‌یابد.
۴) ۰/۴۸، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

با افزایش دمای صفحه و انبساط صفحه، مساحت حفره نیز افزایش می‌یابد. با استفاده از رابطه‌ی تغییرات مساحت برحسب دما و توجه به این نکته که ضریب انبساط سطحی فلزات، دو برابر ضریب انبساط طولی آن‌ها است، می‌توان نوشت:

$$\Delta A = A_{۱} (۲\alpha) \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_{۱}} \times ۱۰۰ = ۲۰۰ \alpha \Delta \theta = ۲۰۰ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰ = ۰/۴۸ \quad \%$$

(۱۵) اگر به ۱۰۰ گرم آلیاژی از آهن و آلومینیم ۲/۷ کیلوژول گرما داده شود، دمای آن از $25^\circ C$ به $75^\circ C$ می‌رسد. درصد جرمی آلومینیم در آلیاژ کدام است؟

$(c_{\text{آهن}}=0/45\ ,\ c_{\text{آلومینیم}}=0/9 : J.g^{-1}.K^{-1})$

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۸۰
۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینهٔ «۲»

گرمای داده شده به آلیاژ صرف افزایش دما آهن و آلومینیم می‌شود.

$$Q = Q_{\text{آهن}} + Q_{\text{آلومینیم}} = (m_{\text{آهن}}c_{\text{آهن}} + m_{\text{آلومینیم}}c_{\text{آلومینیم}})\Delta\theta$$
$$۲۷۰۰ = ((۱۰۰ - m_{\text{آلومینیم}}) \times 0/45 + m_{\text{آلومینیم}} \times 0/9) \times (75 - 25)$$
$$m_{\text{آلومینیم}} = ۲۰g \Rightarrow Al\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰$$

(۱۶) جسم A با دمای $125^\circ C$ و جسم B با دمای $80^\circ C$ در تماس کامل با یکدیگر قرار دارند. اگر ظرفیت گرمایی جسم‌های A و B به‌ترتیب برابر با ۴۰۰ و ۵۰۰ واحد SI باشد، دمای تعادل نهایی مجموعه دو جسم چند درجه سلسیوس است؟ (تغییر حالت نداریم و از اتلاف انرژی گرمایی صرف‌نظر شود.)

۱) ۸۵
۲) ۹۰
۳) ۱۰۰
۴) نسبت جرم دو جسم

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این‌که اتلاف انرژی نداریم، گرمایی که جسم A از دست می‌دهد، توسط جسم B جذب می‌شود تا دمای هر دو جسم یکسان شود. داریم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow C_A(\theta_e - \theta_A) + C_B(\theta_e - \theta_B) = 0$$
$$\Rightarrow ۴۰۰(\theta_e - ۱۲۵) + ۵۰۰(\theta_e - ۸۰) = 0 \Rightarrow \theta_e = ۱۰۰^\circ C$$

(۱۷) ۵۰۰ گرم آهن $80^\circ C$ را درون ظرف آبی که ۲۵۰ گرم آب $10^\circ C$ دارد می‌اندازیم. اگر نصف گرمایی که آهن از دست می‌دهد تا به دمای تعادل برسد، به محیط منتقل گردد، دمای تعادل تقریباً چند درجه‌ی سلسیوس است؟ ($c_{آهن}$= ۴۰۰ $\frac{J}{kg^\circ C}$ و $c_{آب}$= ۴۲۰۰ $\frac{J}{kg^\circ C}$)

۱) ۱۶/۱
۲) ۲۸/۴
۳) ۲۱/۲
۴) ۴۲/۴

پاسخ: گزینه ۱

اگر دمای تعادل را θ فرض کنیم، ابتدا گرمایی که آهن از دست می‌دهد تا به تعادل برسد را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta_1$$

$$\Rightarrow Q_1 = 0/5 \times 400 \times (\theta - 80)$$

گرمایی که آب می‌گیرد تا به تعادل برسد، برابر است با:

$$Q_2 = m_2 c_2 \Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow Q_2 = 0/25 \times 4200 \times (\theta - 10)$$

اما $\frac{1}{2}Q_1$ به محیط و ظرف منتقل شده است. بنابراین $\frac{1}{2}Q_1$ در معادله‌ی تعادل شرکت می‌کند:

$$\frac{1}{2}Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0/5 \times 400 \times (\theta - 80) + 0/25 \times 4200 \times (\theta - 10) = 0$$

$$\Rightarrow 100 \times (\theta - 80) + 1050 \times (\theta - 10) = 0$$

$$\Rightarrow 1150\theta = 18500$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{18500}{1150} \simeq 16/1^\circ C$$

(۱۸) دمای یک کره‌ی آهنی $5^\circ C$است. دمای این کره را به چند درجه‌ی سلسیوس برسانیم تا به حجم آن ۰/۱۸ درصد افزوده شود؟ (ضریب انبساط طولی آهن $12 \times 10^{-6} K^{-1}$ است.)

۱) ۴۵
۲) ۵۵
۳) ۱۵۵
۴) ۱۴۵

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه‌ی $\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta$و با توجه به این که $\beta = 3\alpha$است، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \xrightarrow{\beta=3\alpha, \Delta V=\frac{0/18}{100}V_1} \frac{0/18}{100}V_1 = V_1(3\alpha)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{0/18}{100} = 3 \times 12 \times 10^{-6}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{18 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{-4}} = 50^\circ C$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta \xrightarrow{\theta_1 = 5^\circ C} \theta_2 = 5 + 50 = 55^\circ C$$

(۱۹) m گرم آب با دمای θ را با ۱۰۰ گرم آب با دمای ۲۰ درجه‌ی سلسیوس مخلوط می‌کنیم و دمای تعادل برابر با ۱۵ درجه‌ی سلسیوس می‌شود. اگر همین مقدار آب (m) با دمای θ را با ۳۰۰ گرم آب با دمای ۴۰ درجه‌ی سلسیوس مخلوط نماییم، دمای تعادل برابر با ۳۰ درجه‌ی سلسیوس می‌شود. θ چند درجه‌ی سلسیوس است؟ (از اتلاف انرژی گرمایی صرف‌نظر کنید)

۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲

در حالت اول چون دمای تعادل از دمای آب $20^\circ C$کمتر است، بنابراین $\theta < 15^\circ C$ می‌باشد، با نوشتن رابطه‌ی تعادل گرمایی در حالت اول داریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 = 0$$
$$\xrightarrow[\Delta\theta_1=(15-\theta)^\circ C,\Delta\theta_2=(15-20)^\circ C]{m_1=m,m_2=100g,c_1=c_2}$$
$$m \times (15-\theta) - 100 \times 5 = 0 \Rightarrow m \times (15-\theta) = 500 \qquad (1)$$

رابطه‌ی تعادل گرمایی را برای حالت دوم نیز می‌نویسیم، داریم:

$$Q'_1 + Q'_2 = 0 \xrightarrow{Q'=mc\Delta\theta'} m'_1 c'_1 \Delta\theta'_1 + m'_2 c'_2 \Delta\theta'_2 = 0$$
$$\xrightarrow[\Delta\theta'_1=(30-\theta)^\circ C,\Delta\theta'_2=(30-40)^\circ C]{m'_1=m,m'_2=300g,c'_1=c'_2}$$
$$m \times (30-\theta) - 300 \times 10 = 0 \Rightarrow m \times (30-\theta) = 3000 \qquad (2)$$

با تقسیم کردن رابطه‌ی ۲ بر رابطه‌ی ۱ داریم:

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{30-\theta}{15-\theta} = 6 \Rightarrow 90 - 6\theta = 30 - \theta \Rightarrow \theta = 12^\circ C$$

(۲۰) قطعه‌ی فلزی به جرم $۲/۵kg$ در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس را در یک روز زمستانی از ارتفاع ۱۲ متری بر روی یخ بسیار بزرگی با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس رها می‌کنیم. اگر ۶۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه‌ی قطعه، صرف غلبه بر اصطکاک هوا شود و بقیه‌ی آن به یخ داده شود، تقریباً چند گرم یخ ذوب می‌شود؟ (سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل در نظر گرفته شود.)

$(L_F = ۳۳۶ \times ۱۰^{۳} \frac{J}{kg}, L_V = ۲۲۵۰ \times ۱۰^{۳} \frac{J}{kg}, g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۰/۱۵
۲) ۰/۳۵
۳) ۱۵
۴) ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا انرژی مکانیکی اولیه‌ی قطعه را می‌یابیم:

$$E = U + K \xrightarrow{v=۰} E = U$$

$$\Rightarrow E = mgh = ۲/۵ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۳۰۰J$$

حال ۶۰ درصد این مقدار انرژی صرف غلبه بر اصطکاک هوا می‌شود، پس ۴۰ درصد آن باعث ذوب شدن یخ می‌شود، در این صورت داریم:

$$\frac{۴۰}{۱۰۰} \times E = mL_F \Rightarrow \frac{۴}{۱۰} \times ۳۰۰ = m \times ۳۳۶ \times ۱۰^{۳}$$

$$\Rightarrow m = \frac{۱۲۰}{۳۳۶ \times ۱۰^{۳}} kg = \frac{۱۲۰ \times ۱۰^{۳}}{۳۳۶ \times ۱۰^{۳}} g$$
$$\Rightarrow m = \frac{۱۲۰}{۳۳۶} = \frac{۵}{۱۴} \simeq ۰/۳۵g$$

(۲۱) توان الکتریکی یک کتری برقی ۱۲۳۴ وات است. درون این کتری ۳ کیلوگرم آب با دمای $۶۰^\circ C$ می‌ریزیم. چند ثانیه طول می‌کشد تا آب درون کتری به بخار آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل شود؟ (تبادل گرما بین محیط و کتری ناچیز است و $L_V = ۲۳۰۰ \frac{kJ}{kg}$ و $c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}$)

۱) ۲۰۰۰
۲) ۴۰۰۰
۳) ۶۰۰۰
۴) ۱۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۳

داریم:

آب $۶۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱}$ آب $۱۰۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲}$ بخار آب $۱۰۰^\circ C$

بنابراین:

$$Q_۱ = mc_{آب}\Delta T = ۳ \times ۴۲۰۰ \times (۱۰۰ - ۶۰)$$
$$= ۵۰۴۰۰۰J = ۵۰۴\,kJ$$
$$Q_۲ = mL_V = ۳ \times ۲۳۰۰ \times ۱۰^{۳} = ۶۹۰۰۰۰۰J = ۶۹۰۰kJ$$

حالا زمان مورد نیاز را می‌یابیم:

$$\left.\begin{matrix} Q_{کل} = Q_۱ + Q_۲ \\ Q_{کل} = P.t \end{matrix}\right\} \Rightarrow P.t = Q_۱ + Q_۲ \Rightarrow ۱۲۳۴t = ۷۴۰۴ \times ۱۰^{۳} \Rightarrow t = ۶۰۰۰\,s$$

(۲۲) در دمای C° ۱۰ طول میلهٔ A برابر با cm۱۰۰/۱ و طول میلهٔ B برابر با cm۱۰۰ می‌باشد. تقریباً در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس، طول دو میله با هم برابر می‌شود؟ $(\alpha_A = ۱۰^{-۵} K^{-۱}, \alpha_B = ۱/۵ \times ۱۰^{-۵} K^{-۱})$

۱) ۲۲۰
۲) ۱۹۰/۴
۳) ۲۰۰/۴
۴) ۲۱۰/۴

پاسخ: گزینه ۴

در دمای C° ۱۰، طول میلهٔ A به اندازهٔ cm۰/۱ از طول میلهٔ B بیشتر است. بنابراین در دمای مورد نظر میلهٔ B به همین اندازه باید بیشتر انبساط پیدا کند تا در نهایت طول آنها یکسان شود. داریم:

$$\alpha_B L_B \Delta\theta = \alpha_A L_A \Delta\theta + ۰/۱$$

$$\Rightarrow ۱/۵ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰۰ \times \Delta\theta = ۱۰^{-۵} \times ۱۰۰/۱ \times \Delta\theta + ۰/۱$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{۰/۱}{(۱۵۰-۱۰۰/۱)\times ۱۰^{-۵}}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta \simeq ۲۰۰/C$$

$$\Rightarrow \theta_۲ - ۱۰ \simeq ۲۰۰/۴ \Rightarrow \theta_۲ \simeq ۲۱۰/C$$

(۲۳) اگر دمای میله‌ای فلزی را به اندازه‌ی θ درجه‌ی سلسیوس زیاد کنیم، طول میله ۰/۲ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای صفحه‌ای از همین فلز را به اندازه‌ی ۲θ درجه‌ی سلسیوس زیاد کنیم، مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۰/۰۴
۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۸
۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۳

$$L_۲ = L_۱ + L_۱ \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = L_۱ \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_۱} = \alpha \Delta\theta$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta=\theta} \frac{۰/۲}{۱۰۰} = \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = \frac{۱}{۵۰۰}$$

$$A = A_۱ \times ۲\alpha \times \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_۱} = ۲\alpha\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=۲\theta} \frac{\Delta A}{A_۱} = ۲\alpha ۲\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_۱} = ۴\alpha\theta$$

$$\xrightarrow{\alpha\theta=\frac{۱}{۵۰۰}} \frac{\Delta A}{A_۱} = ۴ \times \frac{۱}{۵۰۰} = \frac{۴}{۵۰۰} \Rightarrow \text{درصد افزایش مساحت} = \frac{۴}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۰/۸$$

(۲۴) درون دو ظرف A و B، مقداری آب با دمای $۳۰^\circ C$ وجود دارد. یک گرمکن الکتریکی با توان گرمایی معین، می‌تواند در مدت زمان ۱۵ دقیقه، دمای آب ظرف‌ها را به‌ترتیب $۲۰^\circ C$ و $۳۲^\circ C$ بالا ببرد. اگر همهٔ آب دو ظرف A و B را در ظرف خالی C بریزیم، همان گرمکن، دمای آب ظرف C را در مدت ۱۹/۵ دقیقه، چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود و گرمایی به ظرف‌ها منتقل نمی‌شود.)

۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینهٔ «۳»

با توجه به رابطهٔ $Q = Pt = mc\Delta\theta$، برای آب درون ظرف‌های A، B و C داریم: (توان گرمکن ثابت و برابر P است.)

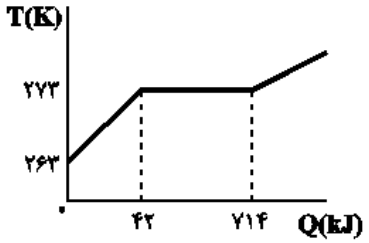
$$\begin{matrix} A: P(۱۵) = m_A c(۲۰) \rightarrow P = \frac{۴}{۳} m_A c \quad (۱) \\ B: P(۱۵) = m_B c(۳۲) \rightarrow P = \frac{۳۲}{۱۵} m_B c \end{matrix} \Rightarrow m_B = \frac{۵}{۸} m_A$$

$$C: P(۱۹/۵) = (m_A + m_B)c\Delta\theta \xrightarrow{m_B = \frac{۵}{۸} m_A}$$

$$P(۱۹/۵) = \frac{۱۳}{۸} m_A c\Delta\theta \rightarrow P = \frac{۱}{۱۲} m_A c\Delta\theta \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)\,,\,(۱)} \frac{۴}{۳} m_A c = \frac{۱}{۱۲} m_A c\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = ۱۶^\circ C$$

(۲۵) نمودار تغییرات دمایی جسم جامدی با گرمای ویژه $۲۱۰۰\frac{J}{kgK}$ برحسب گرمای داده شده به آن مطابق شکل زیر است. اگر به جسم جامد اولیه $۲۱۰kJ$ گرما داده شود، چند کیلوگرم از آن به‌صورت جامد باقی می‌ماند؟



۱) ۱/۵
۲) ۰/۶۲۵
۳) ۰/۵
۴) ۱/۳۷۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۴۲۰۰۰ = m \times ۲۱۰۰ \times (۲۷۳ - ۲۶۳) \Rightarrow m = ۲kg$

حال برای تغییر حالت جسم می‌توان نوشت:

$$Q = mL_F \Rightarrow \frac{Q'}{Q''} = \frac{m'}{m''} \Rightarrow \frac{(۷۱۴-۴۲)\times ۱۰^{۳}}{(۲۱۰-۴۲)\times ۱۰^{۳}} = \frac{۲}{m''}$$

$\Rightarrow m'' = ۰/۵kg$

بنابراین: جرم باقی‌مانده $= m - m' = ۲ - ۰/۵ = ۱/۵kg$

(۲۶) داخل ظرفی عایق با ظرفیت گرمایی $۱۶۸\frac{J}{K}$ که محتوی $۴۰۰g$ آب $۵^\circ C$ است، فلزی به جرم $۲۵۰g$ و دمای $۵۴^\circ C$ را به آرامی می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، چه کسری از گرمایی که فلز از دست داده، توسط آب دریافت شده است؟

($c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$ ، $c_{فلز} = ۸۴۰\frac{J}{kg.K}$ و تبادل گرمایی با محیط نداریم.)

۱) $\frac{۱۰}{۱۱}$

۲) $\frac{۱}{۱۱}$

۳) $\frac{۲۵}{۴۴}$

۴) $\frac{۱۵}{۴۴}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون تبادل گرمایی با محیط نداریم، می‌توان نوشت:

$$Q_{آب} + Q_{ظرف} + Q_{فلز} = ۰$$

در ابتدا دمای آب و ظرف یکسان است.

$$mc_{آب}\Delta\theta + C_{ظرف}\Delta\theta + m'c'\Delta\theta' = ۰$$

$$\Rightarrow ۰/۴ \times ۴۲۰۰ \times (\theta_e - ۵) + ۱۶۸(\theta_e - ۵) + ۰/۲۵ \times ۸۴۰(\theta_e - ۵۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \theta_e = ۱۰^\circ C$$

بنابراین:

$$\left|\frac{Q_{آب}}{Q_{فلز}}\right| = \frac{۰/۴ \times ۴۲۰۰ \times ۵}{۰/۲۵ \times ۸۴۰ \times ۴۴} = \frac{۱۰}{۱۱}$$

(۲۷) دماسنجی دماهای $۳۲^\circ F$ و $۵۰^\circ F$ را به‌ترتیب، ۲۰° و ۶۰° نشان می‌دهد. این دماسنج دمای آب $۵۰^\circ C$ را با چه عددی برحسب درجه نشان می‌دهد؟

۱) ۶۰

۲) ۱۸۰

۳) ۲۲۰

۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

ابتدا دمای $۳۲^\circ F$ و $۵۰^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم.

$$\theta_۱ = \frac{۵}{۹}(F_۱ - ۳۲) = \frac{۵}{۹} \times (۳۲ - ۳۲) = ۰^\circ C$$

$$\theta_۲ = \frac{۵}{۹}(F_۲ - ۳۲) = \frac{۵}{۹} \times (۵۰ - ۳۲) = ۱۰^\circ C$$

حال بین دماسنج مجهول و دماسنج سلسیوس، می‌توان نوشت:

$$\frac{\theta - \theta_۱}{\theta_۲ - \theta_۱} = \frac{x - x_۱}{x_۲ - x_۱} \Rightarrow \frac{۵۰ - ۰}{۱۰ - ۰} = \frac{x - ۲۰}{۶۰ - ۲۰} \Rightarrow x = ۲۲۰^\circ$$

(۲۸) اگر دمای جسمی برحسب درجه سلسیوس ۸ برابر شود، دمای آن برحسب درجه فارنهایت ۳ برابر می‌شود. دمای اولیه جسم تقریباً چند کلوین است؟

۱) ۲۸۰
۲) ۲۵۳
۳) ۷
۴) ۳۰۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طبق رابطه دما برحسب مقیاس‌های سلسیوس، فارنهایت و کلوین، داریم:

$$F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32$$

$$F_2 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 \xrightarrow[\theta_2 = 8\theta_1]{F_2 = 3F_1} 3F_1 = \frac{9}{5} \times (8\theta_1) + 32$$

$$\Rightarrow 3(\frac{9}{5}\theta_1 + 32) = \frac{72}{5}\theta_1 + 32$$

$$\frac{72}{5}\theta_1 - \frac{27}{5}\theta_1 = 96 - 32$$

$$\frac{45}{5}\theta_1 = 64 \Rightarrow \theta_1 = \frac{64}{9} \simeq 7^\circ C$$

$T_1 = 273 + 7 = 280\,K$ دما بر حسب کلوین

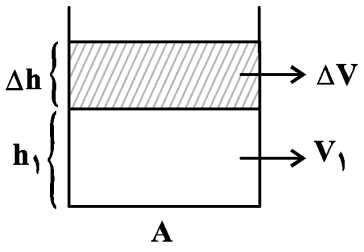
(۲۹) درون یک ظرف استوانه‌ای شکل، $2kg$ آب $20^\circ C$ تا ارتفاع $40cm$ قرار دارد. اگر $420kJ$ به آب گرما بدهیم، ارتفاع آب درون ظرف به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ($c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.^\circ C}$، $\beta_{آب} = 3 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ C}$ و از انبساط ظرف صرف‌نظر کنید.)

۱) ۴۰/۲
۲) ۴۰/۶
۳) ۴۰/۴
۴) ۴۱/۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 420 \times 10^3 = 2 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 50^\circ C$$



$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta$$
$$A\Delta h = Ah_1 \beta \Delta\theta$$
$$\Delta h = h_1 \beta \Delta\theta = 40 \times 3 \times 10^{-4} \times 50 = 0/6\,cm$$

$$h_2 = 40 + 0/6 = 40/6\,cm$$

۳۰ سه جسم A، B و C را در تماس کامل با یک‌دیگر قرار می‌دهیم. اگر ظرفیت گرمایی جسم A هشت برابر ظرفیت گرمایی جسم C، دمای اولیه جسم‌های A و B به‌ترتیب برابر $15^\circ C$ و $20^\circ C$ و دمای تعادل مجموعه $20^\circ C$ باشد، دمای اولیه جسم C چند درجه سلسیوس است؟ (اتلاف انرژی نداریم.)

۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۴۵
۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۴

چون دمای جسم B با دمای تعادل برابر است، $Q_B = 0$ می‌باشد. بنابراین قانون پایستگی انرژی را برای دو جسم A و C می‌نویسیم و θ_C را پیدا می‌کنیم.

$$Q_A + Q_C = 0 \Rightarrow C_A(\theta - \theta_A) + C_C(\theta - \theta_C) = 0$$

$$\xrightarrow[\theta=20^\circ C,\ \theta_A=15^\circ C]{C_A=8C_C} 8C_C(20 - 15) + C_C(20 - \theta_C) = 0$$

$$\Rightarrow 40C_C = -C_C(20 - \theta_C) \Rightarrow 40 = -20 + \theta_C \Rightarrow \theta_C = 60^\circ C$$