

کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل اول : محاسبات جبری

مهر داد عباسپور

ساده کردن عبارتهای توانی و رادیکالی

۱- اگر $A = \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt{6}} \times 12^{\frac{1}{2}}$ باشد، کدام درست است؟

$$A^6 = 3^4$$

$$A^6 = 2^3$$

$$A^6 = 3^2 \quad \checkmark$$

$$A^6 = 2^1$$

$$A = \frac{12 \sqrt{(2 \times 3)^2}}{\sqrt{(2 \times 3)^2}} \times 12 = \frac{12 \cancel{2^2} \times 3 \cancel{2}}{\cancel{2^2} \times 3 \cancel{2}} = \sqrt[3]{3^3}$$

$$A = \sqrt[3]{3} \rightarrow \underline{A^6 = 3^2}$$

(سراسری ریاضی فارغ ۹۱)

۲- اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1+A^{-1})^{1/2}$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} \times \frac{1}{12^{1/5}} = \frac{\sqrt[5]{9\sqrt{3}}}{12^{1/5}} \times \frac{1}{12^{1/5}} = \frac{\sqrt[5]{9\sqrt{3}}}{12^{2/5}}$$

$$A = \frac{1}{12^{2/5}} = \frac{1}{12^{2/5}}$$

$$1+A^{-1} = 1+12^{2/5} = 12^{2/5} \rightarrow \sqrt{12^{2/5}} = 12^{1/5}$$

استفاده از اتحادها

۳- حاصل $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)^2 + 2(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)(\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1)^2$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)



$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$= \left((\cancel{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}) + (\cancel{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1}) \right)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

۴- اگر حاصل $(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$ ، ۳ برابر $x^{32}-1$ باشد، x کدام است ؟

$$\frac{(x^2-1)(x+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)}{(x-1)} = \frac{x^{32}-1}{x-1}$$

$\frac{4}{3} (1)$ $2 (2)$ $\frac{4}{3} (1)$ ✓

$$\frac{x^{32}-1}{x-1} = 3(x^{32}-1) \rightarrow \frac{1}{x-1} = 3 \rightarrow 1 = 3x^{32}$$

$$\rightarrow x = \sqrt[32]{\frac{1}{3}}$$

۵- اگر $f(x) = \sqrt[3]{18x^3 + ax^2 + 54x + b}$ یک تابع خطی باشد، مقدار $a - b$ کدام می تواند باشد؟

۹ (۴) ✓

۱ (۳) ↓
Ax + B

۷ (۲)

۶ (۱)

$$18x^3 + ax^2 + 54x + b = (kx + c)^3$$

$$\uparrow = (kx)^3 + 3(kx)^2 c + 3(kx)c^2 + c^3$$

$$(kx + c)^3 = 18x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 36, b = 27 \rightarrow a - b = 9 \\ a = -36, b = -27 \rightarrow a - b = -9 \end{array} \right\}$$

۶- اگر $x + y = 11$ و $x^3 + y^3 = 407$ باشد، حاصل xy برابر کدام است؟

۳۳ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲) ✓

۲۴ (۱)

$$\underbrace{(x+y)}_{11} (\underbrace{x^2+y^2-xy}_{11 \times 37}) = 407 \rightarrow \underbrace{x^2+y^2-xy}_{11 \times 37} = 37$$

$$\rightarrow \underbrace{(x+y)^2 - 2xy}_{11^2 - 2xy} - xy = 37$$

$$11^2 - 2xy = 37 \rightarrow xy = 28$$

۷- اگر $\frac{x^2-1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

۱۸ (۱)

۲۴ (۲)

۳۰ (۳)

۳۶ (۴) ✓

$$x - \frac{1}{x} = 3 \quad \text{سوال ۳}$$

$$x^3 - 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3x \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} = 27$$

$$-3x + \frac{3}{x} = -3 \left(x - \frac{1}{x} \right)$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 9 = 27 \rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$$

۱

۸- از دستگاه $\begin{cases} a^3 + b^3 = 32 \\ a^2b + ab^2 = -8 \end{cases}$ مقدار بزرگتر a کدام است؟

$$1 + \sqrt{6} \quad (۴)$$

$$1 + \sqrt{5} \quad (۳) \checkmark$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (۲)$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (۱)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 32 + 3(-8) = 8$$

$$\rightarrow a+b=2$$

$$a^2b + ab^2 = -8 \rightarrow ab(a+b) = -8 \rightarrow ab = -4$$

هرگاه دو عدد صحیح ضابطه مجموع آنها برابر S و ضرب آنها برابر P باشد، ریشه‌ها معادله درجه دوم زیر هستند:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ ab=-4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{5} \quad \begin{cases} a=1+\sqrt{5}, b=1-\sqrt{5} \\ a=1-\sqrt{5}, b=1+\sqrt{5} \end{cases}$$

۹

۹- اگر $a^2 + 5b^2 + 9 = 4ab + 6b$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)



$$a^2 + 5b^2 + 9 - 4ab - 6b = 0$$

↓

$$5b^2 + b^2$$

$$(a - 2b)^2 + (b - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow b = 3, a = 6$$

رادیکال‌های مرکب :

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 = 5$$

$$\Rightarrow a^2, b^2 : 3, 2$$

$$2ab = 2\sqrt{6} \rightarrow ab = \sqrt{6} \rightarrow a^2 b^2 = 6$$

$$\Rightarrow a, b : \sqrt{3}, \sqrt{2}$$

$$\sqrt{\mu + \sqrt{1\delta}} = \sqrt{\frac{1 + \mu\sqrt{1\delta}}{\mu}}$$

$$\begin{cases} a^\mu + b^\mu = 1 \\ \mu ab = \sqrt{1\delta} \end{cases} \rightarrow ab = \sqrt{1\delta} \rightarrow a^\mu b^\mu = 1\delta \rightarrow a^\mu, b^\mu : \omega, \mu$$

$$\sqrt{\frac{(\sqrt{1\delta} + \sqrt{\mu})^\mu}{\mu}} = \frac{\sqrt{1\delta} + \sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}} \times \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}} = \frac{\sqrt{1\delta} + \sqrt{\mu}}{\mu}$$

گویا کردن و ساده کردن عبارت‌های رادیکالی

۱۰- اگر $b+3 = a-1 = 2+\sqrt{7}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{3}{b}}$ کدام است؟

$$2\sqrt{7} \quad (4)$$

$$\sqrt{7} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$a = 3 + \sqrt{7}, \quad b = \sqrt{7} - 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{7}-1}} = \sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{9-7} + \frac{3(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{7}-1}}$$

$$\sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2} + \frac{\sqrt{7}+1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{1}$$

11- اگر $\sqrt[3]{a}$ باشد، مقدار a برابر کدام است؟ $\sqrt{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}$

۶ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱) ✓

$$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

$$\times \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3}{(\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3} = \frac{3-2}{3-2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{3})^2 + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2}$$

$$a^2 + ab + b^2$$

$$\times a - b = a^3 - b^3$$

$$= \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2} \times 2} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[3]{9}$$

۱۴

$$99^{18} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3^9$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (4)$$

۱۲- حاصل عبارت $\frac{4^{0/75}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + 9^{0/25}$ با کدام برابر است؟

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{(3^2)^{\frac{1}{2}}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3^{\frac{1}{2}} (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3^{\frac{1}{2}} (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + 2 + 2\sqrt{2} - 3}$$

$$= \frac{3^{\frac{1}{2}} (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} \quad (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$$

$$\frac{\text{O}}{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2}} \times \frac{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2}}{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2}} = \frac{\text{O}}{\underbrace{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2}_2} = \frac{\text{O}}{2\sqrt{2} + 2} \times \frac{2\sqrt{2} - 2}{2\sqrt{2} - 2}$$

۱۵

۱۳- اگر $\sqrt{2} \cdot \sqrt{13} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{a}$ باشد، کدام است a ؟

۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

$$\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} \begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ rab = 4\sqrt{3} \rightarrow ab = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow a^2, b^2: 12, 1 \Rightarrow a, b: 2\sqrt{3}, 1$$

$$\rightarrow a^2 b^2 = 12$$

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) + 2 \times \frac{\sqrt{4} + \sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2} = |2\sqrt{3}-1| = 2\sqrt{3}-1$$

$$(2\sqrt{3}-1) + (\sqrt{4} + \sqrt{3})$$

$$3\sqrt{3} = \sqrt{27}$$

$$\rightarrow a^2, b^2: 3, 1$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ rab = \sqrt{3} \rightarrow ab = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow ab = \sqrt{3} \rightarrow a^2 b^2 = 3$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

۱۶

(سراسری ریاضی ۹۳)

۱۴- حاصل عبارت $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ ، کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۴) ✓

$1+\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) &= \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = (\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1) \end{aligned}$$

$$A = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = 2$$

$$A^2 = \cancel{(2-\sqrt{3})} + \cancel{(2+\sqrt{3})} + 2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2+2+2=6 \Rightarrow A=2\sqrt{6}$$

جواب: $\sqrt{6} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

۱۷

۱۵- اگر $\sqrt[n]{7-4\sqrt{3}} = \sqrt[2]{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$ ، مقدار n کدام است ؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۸ (۱)

$$\sqrt[12]{(2-\sqrt{3})^4 (2+\sqrt{3})^6} = \sqrt[12]{(2-\sqrt{3})^4 \cdot \underbrace{(2-\sqrt{3})^2 \cdot (2+\sqrt{3})^2}_{\Sigma-2} \cdot (2+\sqrt{3})^2} = \sqrt[12]{(2-\sqrt{3})^8}$$

$$= \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt[6]{2-\sqrt{3}}$$

مقدار n / $(2-\sqrt{3}) \cdot (2+\sqrt{3}) = 1 \Rightarrow$ معادله $\Rightarrow \begin{cases} 2-\sqrt{3} = a \\ 2+\sqrt{3} = \frac{1}{a} = a^{-1} \end{cases}$

$$2 - 4\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2$$

۱۸ $\Rightarrow a^{\frac{1}{3}} \times (a^{-1})^{\frac{1}{3}} = (a^2)^{\frac{1}{6}} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{n}$

(سراسری تجربی فارغ ۹۹)

۱۶- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ کدام است؟

۱ (۴)

۱ + $\sqrt{3}$ (۳)

۲ $\sqrt{3}$ (۲)

۱ + ۲ $\sqrt{3}$ (۱)



حلول / $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$ و ...

حلول / $\frac{(\sqrt{3})^3 - 1^3}{4 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(3+1+\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$ } $\rightarrow 1+2\sqrt{3}$

$\frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$

۱۷- اگر $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2$ ، مقدار $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}$ کدام است ؟

۳/۵ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

$$\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}\right) \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}\right) = (x+2) - (x-4)$$
$$? \times 2 = 6 \Rightarrow ? = 3$$

تجزیه عبارتهای جبری :

$$x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$$

↓ ↓
سه چهار

$$rx^2 + ax - r$$

$$\underline{2), 1)} : r = -r \rightarrow (x+r)(rx-1)$$

$$\underline{2)} : x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4r^2}}{2r} = -r, \frac{1}{r}$$

$$\begin{aligned} rx^2 + ax - r &= \frac{1}{r}(rx^2 + ax - r) = \frac{1}{r}((rx)^2 + a(rx) - r) \xrightarrow{rx=t} \\ &= \frac{1}{r}(t^2 + at - r) = \frac{1}{r}(t+r)(t-1) = \frac{1}{r}(rx+r)(rx-1) \end{aligned}$$

$$x^r + x^r + r$$

$$x = -r \rightarrow -r + r + r = 0 \checkmark$$

$$x^r + x^r + r = (x + r)(x^r - x + r)$$

Diagram annotations:
- A red bracket under $(x + r)$ is labeled $+r$.
- A green bracket under $(x^r - x + r)$ is labeled $-x^r$.
- A red bracket under $(x^r - x + r)$ is labeled $+r$.
- A red $+1$ is written below the first x^r term.

$$rx^r + rx^r - rx - r = (x-1)(rx^r + rx + r)$$

Diagram annotations:
- A red bracket under $rx^r + rx^r$ is labeled $+rx^r$.
- A red bracket under $(x-1)(rx^r + rx + r)$ is labeled $-rx^r$ and $+rx^r$.

$$rx^r + rx^r - rx - r = x^r(rx + r) - r(rx + r) = (rx + r)(x^r - r)$$

۲۳

$$a^p + pb^p = (a^p + pb^p) - \xi a^p b^p$$

$$= (a^p + pb^p) - (rab)^p$$

$$\stackrel{\text{Zwei}}{\text{G}} (a^p + pb^p + rab) (a^p + pb^p - rab)$$

$$x^2 - a - x^2 + ax = a(x-1) + a(x-1) = (x-1)(x^2 + a)$$

۱۸- کدام عامل در تجزیه‌ی $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15$ وجود ندارد؟

$$x - 5 \text{ (۴)}$$

$$x - 3 \text{ (۳)}$$

$$x - 2 \text{ (۲)}$$

$$x - 1 \text{ (۱)}$$



$$t^2 - 2t - 15 = (t - 5)(t + 3)$$

$$= (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x + 3)$$

$$= (x - 5)(x + 1)(x - 1)(x - 3)$$

* $f(x)$ بر $x - 9$ بخش پذیر است $\Leftrightarrow f(9) = 0$

۱۹- عبارت $x^3 - 2x^2 - 9$ بر $x^2 + ax + b$ بخش پذیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: $x = 4 \rightarrow 27 - 11 - 9 = 0$

$$x^3 - 2x^2 - 9 = (x + 3)(x^2 + x + 3)$$

Diagram illustrating the division of $x^3 - 2x^2 - 9$ by $x^2 + ax + b$. The dividend is $x^3 - 2x^2 - 9$ and the divisor is $x^2 + ax + b$. The quotient is $x + 3$ and the remainder is 0 . The diagram shows the multiplication of $(x + 3)(x^2 + ax + b)$ resulting in $x^3 - 2x^2 - 9$. Red arrows indicate the matching terms: x^3 from $x \cdot x^2$, $-2x^2$ from $x \cdot ax$, and -9 from $3 \cdot b$.

$$x^2 + ax + b = x^2 + x + 3$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

۲۰- عبارت $x^4 + 64$ بر $x^2 + ax + b$ بخش پذیر است. مقدار $a + b$ کدام می تواند باشد؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲) ✓

۱۰ (۱)

$$(x^2)^2 + 1^2 = (x^2 + 1)^2 - 2(x^2)(1)$$

$$= (x^2 + 1)^2 - (\varepsilon x)^2$$

$$= (x^2 + \varepsilon x + 1)(x^2 - \varepsilon x + 1)$$

$$a = \varepsilon$$
$$b = 1$$

$$a = -\varepsilon$$
$$b = 1$$

۲۱- عبارت $x^2 - 4 + 9y^2 - 6xy$ بر کدام بخش پذیر است؟

$$x - 3y - 4 \quad (۴)$$

$$x - 3y - 2 \quad (۳)$$

$$x + 3y - 2 \quad (۲)$$

$$x + 3y + 2 \quad (۱)$$

$$(x - 3y)^2 - 4$$

$$(x - 3y + 2)(x - 3y - 2)$$

ساده کردن عبارتهای جبری

۲۲- اگر $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} - \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{a}{x^2+bx+c}$ باشد، $a+b+c$ کدام است؟

۴ (۴) ✓

۳ (۳) ↓
 $x(x-1)$

۶ (۲) ↘
 $x(x+1)$

۵ (۱) ↘
 $(x-1)(x+2)$

$$\frac{(x+1)(x+2) + (x-1)(x+2) - 3x(x+1)}{x(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{x^2+3x+2 + x^2+x-2 - 3x^2-3x}{x(x-1)(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-x^2+x}{x(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{-1}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-1}{x^2+3x+2} \rightarrow a = -1, b = 3, c = 2$$

۳۰

۳۳- اگر $\frac{x+1}{x^3-1} = \frac{ax+b}{x^2+2x+4} + \frac{c}{x-2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$-\frac{1}{4} \text{ (۳) ✓}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

$$\frac{x+1}{x^3-1} = \frac{(ax+b)(x-2) + c(x^2+2x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$x+1 = ax^2 - 2ax + bx - 2b + cx^2 + 2cx + 4c$$

$$(a+c)x^2 + (2c+b-2a)x + (4c-2b) = 0x^2 + 1x + 1$$

$$\begin{cases} a+c=0 \rightarrow c=-a \\ 2c+b-2a=1 \\ 4c-2b=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b-2a=1 \\ -2a-2b=1 \end{cases} \rightarrow b=0, a=-\frac{1}{2}, c=\frac{1}{2}$$

۳۱

آزمون

۲۴- اگر $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{2\sqrt[5]{16}} = 2^{x-1}$ باشد، مقدار $\frac{1}{x}$ برابر کدام است؟

۳۰ (۴) ✓ ۱۰ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt{2^2 \times 2^3}}}{\sqrt[5]{2^4 \times 2^4}} = \frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[5]{2^8}} = \frac{2^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{8}{5}}} = 2^{\frac{5}{3} - \frac{8}{5}} = 2^{-\frac{19}{15}} = 2^{x-1}$$

$$x-1 = -\frac{19}{15} \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

(سراسری ریاضی ۹۸)

۲۵- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲) ✓

۰/۲۵ (۱)

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\epsilon^3 \times 16}} \times (2^{-1})^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{2^6 \times 2^4 \epsilon} \times 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{2^{10} \times 2^{\frac{4}{3}} \epsilon} = 2^{\frac{10}{5}} \times 2^{\frac{4}{15}} \times 2^{\frac{\epsilon}{15}}$$

$$A = 2^{\frac{10}{5} + \frac{\epsilon}{15}} = 2^2 = \epsilon \rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = \epsilon^{-\frac{1}{3}} = (2^2)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

۱۶- اگر $\frac{x}{x^2+4} = \frac{1}{14}$ باشد، حاصل $\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{1} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$\rightarrow \frac{x^2 + \varepsilon}{x} = 1\varepsilon \Rightarrow \underbrace{x + \frac{\varepsilon}{x}} = 1\varepsilon$$

$$A = \frac{\sqrt{x}}{x+2} \rightarrow \frac{1}{A} = \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \underbrace{\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}}$$

$$\left(\frac{1}{A}\right)^2 = \underbrace{x + \frac{\varepsilon}{x}} + 2(2) = 1\varepsilon + \varepsilon = 18 \rightarrow \frac{1}{A} = 3\sqrt{2} \rightarrow$$

$$A = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

۳۴

۲۷- اگر $x - y = 7$ و $x^3 - y^3 = 112$ باشد، حاصل xy برابر کدام است؟

-11 (۴) ✓

-10 (۳)

-9 (۲)

-8 (۱)

$$\underbrace{(x-y)}_v (x^2 + xy + y^2) = 112 \rightarrow \cancel{x^2} + xy + \cancel{y^2} = 14 \quad \textcircled{1}$$

$$x - y = 7 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \cancel{x^2} - 2xy + \cancel{y^2} = 49$$

$$2xy = -33 \Rightarrow xy = -11$$

۲۸- اگر $a^3 - 6a^2b = 2$ و $2b^3 - 3ab^2 = 1$ باشد، حاصل $a - 2b$ با کدام برابر است؟

$$\sqrt[3]{6} \quad (۴)$$

$$-\sqrt[3]{6} \quad (۳)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۲)$$

$$-\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

$$(a-2b)^3 = a^3 - 3a^2(2b) + 3a(2b)^2 - (2b)^3$$

$$= a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$$

$$= 2 - 8(2b^3 - 3ab^2)$$

$$= 2 - 8(1) = -6 \Rightarrow a - 2b = \sqrt[3]{-6} = -\sqrt[3]{6}$$

۲۹- اگر $(x + \sqrt[4]{2})(x^2 - \sqrt[4]{2}x + \sqrt[4]{2})(x^6 - \sqrt{2}x^3 + 2) = 18\sqrt{2}$ باشد، مقدار x^4 کدام است؟

۴ (۴✓)

۸ (۳)

۲ (۲)

۱۶ (۱)

$$(x + \sqrt[4]{2})(x^2 - \sqrt[4]{2}x + \sqrt[4]{2})$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

$$b = \sqrt[4]{2} \rightarrow b^2 = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow x^3 + (\sqrt[4]{2})^3 = x^3 + \sqrt{2}$$

$$(x^3 + \sqrt{2})(x^3 - \sqrt{2}x^3 + 2) = (x^3)^3 + (\sqrt{2})^3 = x^9 + 2\sqrt{2}$$

$$(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$$

$$37 \Rightarrow x^9 + 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2} \Rightarrow x^9 = 16\sqrt{2} = 2 \times 2^3 \times \sqrt{2} = 2^4 \times \sqrt{2} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^4 = 16$$

۳۰- برای کدام مقدار a ، حاصل $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}) + a$ عدد گویایی است؟

$$-2\sqrt{6} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{6} \quad (۳)$$

$$-2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} (1 - \sqrt{3} + \sqrt{2})(1 - \sqrt{3} - \sqrt{2}) &= (1 - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \\ &= 1 + 3 - 2\sqrt{6} - 2 = 2 - 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$2 - 2\sqrt{6} + a \in \mathbb{Q}$$

۳۱- اگر $4a^2 + 2b^2 + 4 = 4b(a+1)$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)
 \downarrow
 $\varepsilon ab + \varepsilon b$

$$4a^2 + 2b^2 + 4 - \varepsilon ab - \varepsilon b = 0$$

$\underbrace{4a^2 + 2b^2}_{+b^2 + b^2}$

$$(2a-b)^2 + (b-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=0 \\ b-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a=b \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a=1$$

۳۲- حاصل $\frac{۲}{\sqrt{۵+۱}} + \sqrt{\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳-\sqrt{۵}}}$ برابر کدام است؟

$$\begin{aligned} & \sqrt{۵+۱} \text{ (۴)} \quad \frac{\sqrt{۵}}{۲} \text{ (۳)} \quad ۲ \text{ (۲)} \quad ۱ \text{ (۱)} \\ & \frac{۲}{\sqrt{۵+۱}} \cdot \frac{\sqrt{۵}-۱}{\sqrt{۵}-۱} + \sqrt{\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳-\sqrt{۵}} \cdot \frac{۳+\sqrt{۵}}{۳+\sqrt{۵}}} = \frac{۲(\sqrt{۵}-۱)}{۵-۱} + \sqrt{\frac{(۳+\sqrt{۵})^۲}{۹-۵}} \\ & = \frac{۲(\sqrt{۵}-۱)}{۴} + \frac{۳+\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۵}+۲}{۲} = \sqrt{۵}+۱ \end{aligned}$$

۳۳- حاصل $\frac{4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}} \times \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{2})+\sqrt{6}}{(\sqrt{2}+\sqrt{2})+\sqrt{6}} = \frac{4(2+\sqrt{2}+\sqrt{6})}{\underbrace{(2+\sqrt{2})^2}_{2+2+4\sqrt{2}} - \underbrace{(\sqrt{6})^2}_{6}} = \frac{4(2+\sqrt{2}+\sqrt{6})}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -1-\sqrt{2}$$

} $\xrightarrow{+} \sqrt{3}$

۳۱- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} + \frac{3}{\sqrt[3]{2} + 1}$ با کدام برابر است؟

$$\sqrt[3]{2} + 1 \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{4} \quad (۳)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{(\sqrt[3]{r})^3 + \sqrt[3]{r} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{r} - 1}{\sqrt[3]{r} - 1} = \frac{\sqrt[3]{r} - 1}{(\sqrt[3]{r})^3 - 1^3} = \sqrt[3]{r} - 1$$

$$a^3 + ab + b^3 \times a - b = a^3 - b^3$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{r} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{E} - \sqrt[3]{r} + 1}{\sqrt[3]{E} - \sqrt[3]{r} + 1} = \frac{3(\sqrt[3]{E} - \sqrt[3]{r} + 1)}{(\sqrt[3]{r} + 1)^3} = \sqrt[3]{E} - \sqrt[3]{r} + 1$$

$$a + b \quad a^3 - ab + b^3 = a^3 + b^3$$

۳۵- حاصل $\sqrt{2+2\sqrt{2}} - \sqrt{11-4\sqrt{6}}$ برابر کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}+1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \quad (۱) \checkmark$$

$$a^2 + b^2 = 11$$

$$4ab = 4\sqrt{6} \rightarrow ab = \sqrt{6} \rightarrow a^2 b^2 = 6$$

$$\rightarrow a^2, b^2 : 1, 3 \rightarrow a, b : \sqrt{2}, \sqrt{3}$$

$$\sqrt{11-4\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2+2\sqrt{2}} - (\sqrt{3}-\sqrt{2}) = \sqrt{2+\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{4}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{4}+1)^2}{2}} = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{2}}$$

$$\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{4}+\sqrt{2}}{2}$$

۲۳

۱۳۶- اگر $\sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \times \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} = (\sqrt{5}+2)^n$ باشد، مقدار n کدام است؟

$$\frac{1}{24} (۴)$$

$$-\frac{1}{24} (۳)$$

$$\frac{1}{12} (۲)$$

$$-\frac{1}{12} (۱) \checkmark$$

$$9+4\sqrt{5} = (\sqrt{5}+2)^2 = \varepsilon + \omega + 4\sqrt{5} \rightarrow \sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} = \sqrt[3]{\varepsilon + \omega}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} = (\sqrt{5}+2)^n$$

$$\sqrt[12]{(\sqrt{5}-2)^\varepsilon (\sqrt{5}+2)^\omega} = \sqrt[12]{(\sqrt{5}-2)^\varepsilon \cdot \underbrace{(\sqrt{5}+2)^\omega \cdot (\sqrt{5}+2)^\omega}_{(\omega-\varepsilon)^2}} = \sqrt[12]{\sqrt{5}-2}$$

$$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) = 5-4=1 \Rightarrow \sqrt{5}-2 = (\sqrt{5}+2)^{-1} \Rightarrow \left((\sqrt{5}+2)^{-1}\right)^{\frac{1}{12}} = (\sqrt{5}+2)^{-\frac{1}{12}}$$

۴۴

(سراسری تیربی ۹۹)

۳۷- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ ، کدام است ؟

$$\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (۳)$$

$$-1 + \sqrt{2} \quad (۲)$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} \rightarrow \dots$$

$$\frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^3}{5 - \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 3)}{5 - \sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = 2(\sqrt{3} - 1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$

۴۵

۳۸- اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^{\frac{4}{3}}} \times \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}}$ ، به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}-1$ (۱) ✓

$\sqrt{3}+1$ (۴)

۲ (۳)

$$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3=1 \Rightarrow \begin{cases} 2+\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^{-1} \\ 2-\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})^{-1} \end{cases}$$

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \left((2-\sqrt{3})^{-1} \right)^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2} = (2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2} = (2-\sqrt{3})^0 \times \sqrt[3]{2}$$

$$= \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{3-1}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2=4 \\ ab=2\sqrt{3} \end{cases}$$

۳۹- اگر $\sqrt{4x+11} - 2\sqrt{x-1} = 3$ باشد، حاصل $\sqrt{4x+11} + 2\sqrt{x-1}$ کدام است؟

۴ (۴)

A

۵ (۳) ✓

۶ (۲)

B

۷ (۱)

$$A \cdot B = (4x+11) - (4x-4) = 15$$

$$B=3 \rightarrow A \times 3 = 15 \Rightarrow A=5$$

۱۴۰- کدام عامل در تجزیه‌ی $(x^2 - 5x)^2 - 1(x^2 - 5x + 1) - 76$ وجود ندارد؟

$x - 4$ (۴) ✓

$x + 2$ (۳)

$x - 3$ (۲)

$x - 7$ (۱)

$$t = x^2 - 5x \Rightarrow t^2 - 1(t+1) - 76 = t^2 - 1t - 177 = (t-14)(t+13)$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 177}}{2} = \frac{1 \pm 14}{2} \rightarrow -9, 13$$

$$\Rightarrow (x^2 - 5x + 13)(x^2 - 5x - 14) = (x-2)(x-3)(x-7)(x+1)$$

صورتی که $f(x)$ بر $x-a$ بخش پذیر است $\Leftrightarrow f(a) = 0$

۴۱- عبارت $x^6 + 4x^2 - 5$ بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

$x^4 + x^2 + 5$ (۴) ✓

$x^4 - x^2 + 5$ (۳)

$x^2 + x + 5$ (۲)

$x^2 - x + 5$ (۱)

$x^2 = t \Rightarrow t^3 + 4t - 5$ (نمونه: $t=1$)

$t^3 + 4t - 5 = (t-1)(t^2 + t + 5)$

$0 + t^2$



$= (x^2 - 1)(x^2 + x^2 + 5)$

۱۴۶- عبارت $2x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 1$ بر کدام بخش پذیر است؟

$$x^3 + 2x + 2 \quad (۴)$$

$$x^3 + 2x + 1 \quad (۳)$$

$$x^3 + x + 2 \quad (۲)$$

$$x^3 + x + 1 \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$x^3(2x-1) + (x+1)(2x-1) = (2x-1)(x^3+x+1)$$

$$* 2x^2 + x - 1 = (x+1)(2x-1)$$

۵۰

۴۳- در تجزیه عبارت $a^2 - b^2 + c^2 + 2b - 2ac - 1$ کدام عامل وجود دارد؟

$$a - b - c - 1 \quad (۴)$$

$$a - b - c + 1 \quad (۳)$$

$$a + b - c + 1 \quad (۲)$$

$$a + b + c + 1 \quad (۱)$$

$$(a - c)^2 - (b^2 - 2b + 1) = (a - c)^2 - (b - 1)^2$$

$$= (a - c - (b - 1)) (a - c + (b - 1))$$

$$= (a - b - c - 1) (a + b - c - 1)$$

۱۴۴- اگر تساوی $\frac{x+1}{x^3-3x^2+2x} + \frac{3-x}{x^3-x^2} = \frac{a}{x^3+bx^2}$ برای هر x که مخرج را صفر نکند برقرار

باشد، مجموع اعداد صحیح a و b برابر کدام است؟

۴ (۴) ✓

۳ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

$$\frac{x+1}{x(x^2-3x+2)} + \frac{3-x}{x^2(x-1)} = \frac{x(x+1) + (x-1)(3-x)}{x^2(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{\cancel{x^2} + x + 3x - \cancel{x^2} - 9 + 2x}{x^2(x-1)(x-2)} = \frac{-9+4x}{x^2(x-1)(x-2)} = \frac{4(x-1)}{x^2(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{4}{x^2(x-2)} = \frac{4}{x^3-2x^2}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=-2 \end{cases}$$

۵۲

۱۴۵- عبارت $\frac{2ab+1}{1-b} + \frac{b}{2a+1}$ در کدام ضرب شود تا حاصل به a و b بستگی نداشته باشد؟

$b+1$ (۴)

$2a-1$ (۳)

$b-1$ (۲)

$2a+1$ (۱) ✓

$$\frac{2ab+1}{b(2a+1)-(2a+1)} + \frac{b}{1-b} = \frac{2ab+1}{(2a+1)(b-1)} + \frac{b}{1-b}$$

$$= \frac{2ab+1 - (2a+1)b}{(2a+1)(b-1)} = \frac{2ab+1 - 2a - b}{(2a+1)(b-1)} = \frac{1-b}{(2a+1)(b-1)}$$

$$= \frac{-1}{2a+1}$$