

# کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل چهارم : تعیین علامت و نامعادله

مهر داد عباسپور

## حل نامعادلات

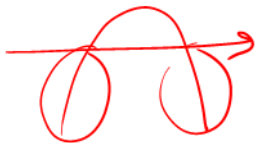
$$2x-1 < 5x-11 < 2x+7$$

$$\begin{cases} 2x-1 < 5x-11 \rightarrow 10 < 3x \rightarrow x > \frac{10}{3} \\ 5x-11 < 2x+7 \rightarrow 3x < 11 \rightarrow x < \frac{11}{3} \end{cases} \rightarrow$$

$$x \in \left( \frac{10}{3}, \frac{11}{3} \right)$$

$$(2-x)(x+3) \leq 0$$

$$x \leq -3 \quad \underline{\text{or}} \quad x \geq 2$$



$$x^2 - 2x - 1 > 0$$

$$x < 1 - \sqrt{2} \quad \underline{\text{or}} \quad x > 1 + \sqrt{2}$$



$$\frac{x-1}{x+2} < 0$$

$$-2 < x < 1$$

$$(x-1)(x+2)$$



$$\frac{x}{4-x} \geq 0$$

$$0 \leq x < 4$$

$$x(4-x)$$



$$\frac{x+1}{x-2} > 1 \longrightarrow x+1 > x-2 \quad \text{بسطه نشد} \odot$$

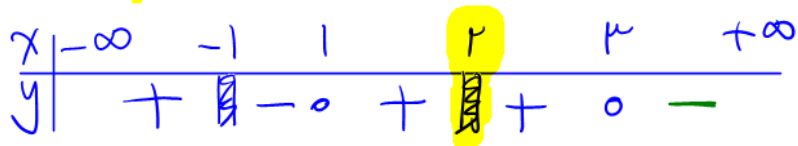
$$\frac{x+1}{x-2} - 1 > 0 \longrightarrow \frac{x+3}{x-2} > 0 \quad \text{خطی}$$

$$\longrightarrow \boxed{x < -3 \vee x > 2}$$

$$\frac{x}{x^2+1} > \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{خارج } x \text{ (} x^2+1 \text{)}]{x^2+1 > 0, \varepsilon > 0} \varepsilon x > x^2+1 \rightarrow x^2 - \varepsilon x + 1 < 0$$

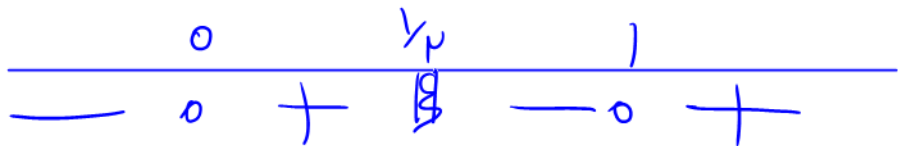
$$\longrightarrow 2 - \sqrt{\varepsilon} < x < 2 + \sqrt{\varepsilon}$$

$$\frac{(x-1)(r-x)}{(x-r)^r(x+1)} < 0 \quad x \rightarrow +\infty; \frac{(x)(-x)}{x^r \cdot x} = \ominus$$



$$x \in (-1, 1) \cup (r, +\infty)$$

$$\frac{x^r - x}{rx - 1} \geq 0 \rightarrow \frac{x(x-1)}{rx-1} \geq 0 \quad [0, \frac{1}{r}) \cup [1, +\infty)$$

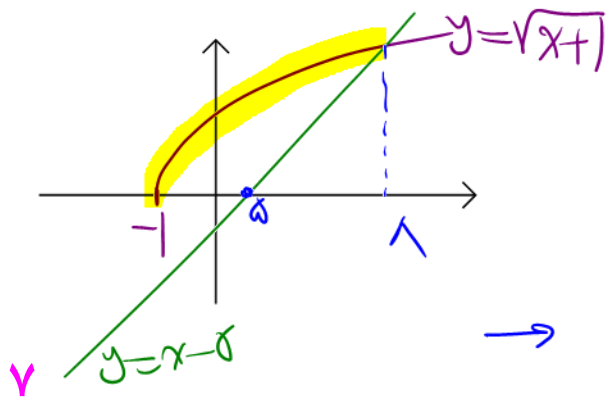


9

$$\sqrt{x+1} > x - \delta$$

$$x - \delta < 0 \rightarrow \text{موجب/سالب} \rightarrow x < \delta$$

$$\textcircled{x > \delta} \rightarrow x + 1 > x^2 - 1 \cdot x + \delta \rightarrow \textcircled{x(x < \delta)} \xrightarrow{\cup} \delta \leq x < 1 \quad \left. \begin{array}{l} \cup \\ \cup \end{array} \right\} x < 1 \quad \left. \begin{array}{l} \cup \\ \cup \end{array} \right\} \rightarrow [-1, 1) \\ \text{حل المسألة: } x > -1$$



$$x - \delta = \sqrt{x+1}$$

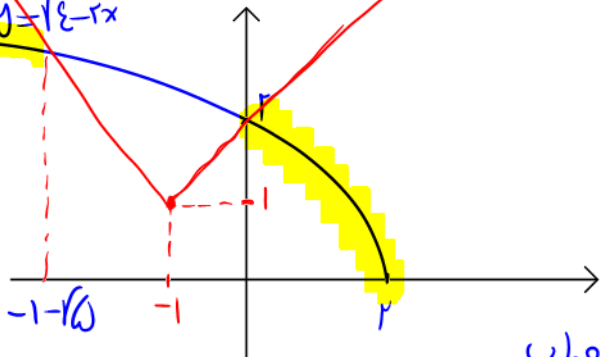
$$x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$x = 1, 1$$

$$\rightarrow [-1, 1)$$

$$\sqrt{4-2x} < |x+1| + 1$$

$$y = \sqrt{4-2x}$$



$$\sqrt{4-2x} = -x - 1 + 1$$

$$4-2x = x^2$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0 \quad -1 \pm \sqrt{8}$$

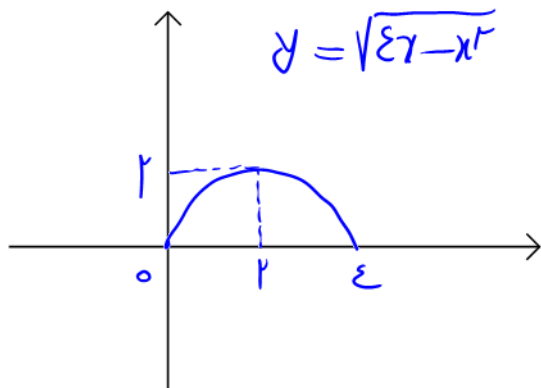
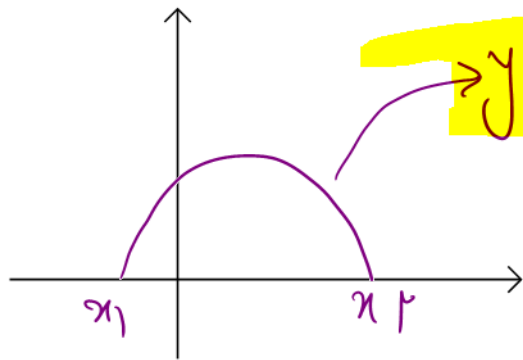
$$\text{Sol: } (-\infty, -1-\sqrt{2}) \cup (0, 2]$$

^



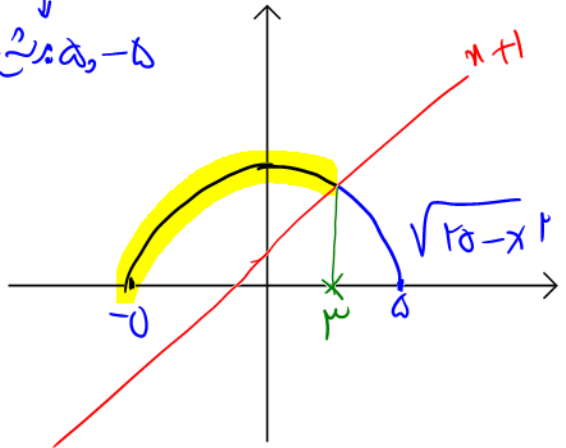
# رسم نیم دایره

$$y = \sqrt{-x^2 + ax + b}$$



$$\sqrt{25-x^2} > x+1$$

$\rightarrow$   
 $0 \leq x \leq 5$



جواب:  $[-5, 3)$

برای حل این معادله از دو طرف هر دو طرف را به توان ۲ می‌بریم.

$$25 - x^2 > x^2 + 2x + 1 \rightarrow$$

$$2x^2 + 2x - 24 < 0$$

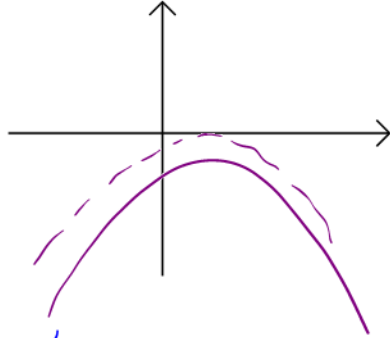
$$x^2 + x - 12 < 0 \rightarrow -3 < x < 4$$

$-3 < x < 4$

جواب:  $[-5, 3)$

# نامعادلات همواره برقرار

$$mx^2 + 4x + m \leq 0$$



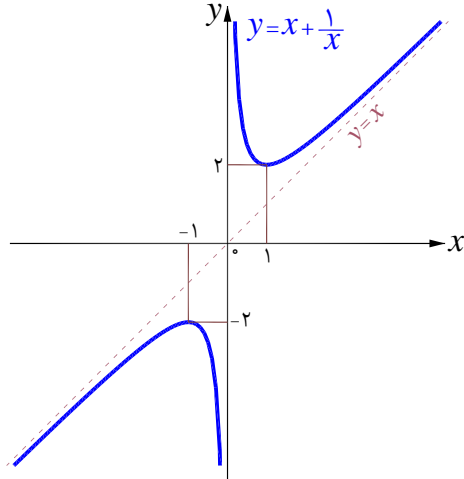
$$\begin{cases} \text{ضریب } x^2 < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m < 0 \\ 4 - m^2 < 0 \rightarrow m < -2 \text{ or } m > 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow m < -2$$

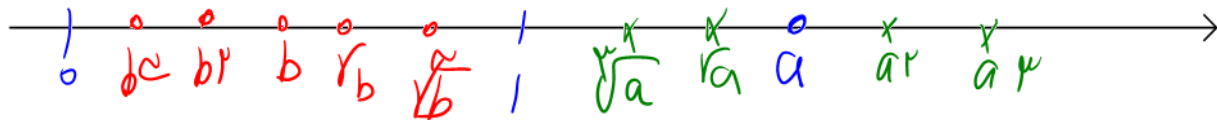
## نکاتی از نامساوی‌ها

$$\begin{cases} x > 0 & : & x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ x < 0 & : & x + \frac{1}{x} \leq -2 \end{cases}$$



$$a > 1 \Rightarrow 1 < \dots < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < \dots$$

$$0 < b < 1 \Rightarrow 0 < \dots < b^3 < b^2 < b < \sqrt{b} < \sqrt[3]{b} < \dots < 1$$



۱- اگر  $۵\sqrt[۳]{x} - ۴ < ۳\sqrt[۳]{x} + ۱ < ۴\sqrt[۳]{x} - ۱$  باشد، برای  $x$  چند مقدار طبیعی وجود دارد؟

۱۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\sqrt[۳]{x} < ۵ \rightarrow \sqrt[۳]{x} < \frac{۵}{۲} \rightarrow x < \frac{۱۲۵}{۸}$$

$$\begin{aligned} ۲ &< \sqrt[۳]{x} \\ ۸ &< x \end{aligned}$$

$$x \in \left( ۸, ۱۵\frac{۵}{۸} \right)$$

۹, ۱۰, ..., ۱۵ تعداد = ۷

۱۴

۲- برای هر  $x$  در بازه‌ی  $(a, b)$  نامعادله‌ی  $x^2 + 5x - 10 < x - 5 < 1 - x^2$  برقرار است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

۴ (۴ ✓)

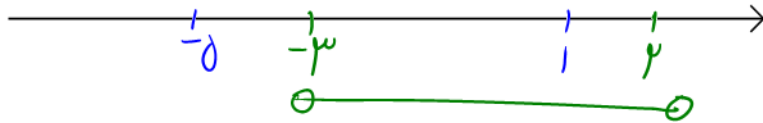
۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$x^2 + 5x - 10 < 0$$

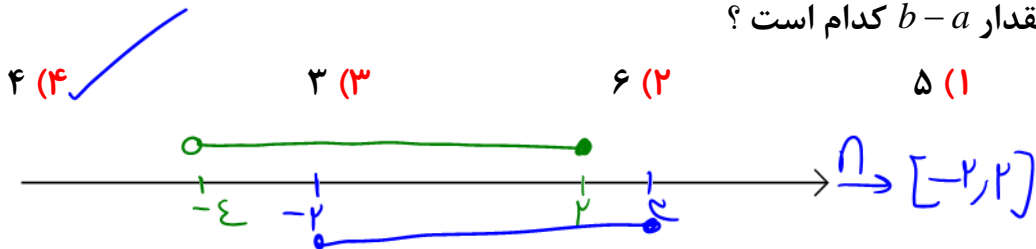
$$x^2 + x - 6 < 0$$



$$\rightarrow x \in (-3, 1)$$

۱۳- برای هر  $x$  در بازه‌ی  $(a, b)$  عبارت  $\sqrt{\frac{2-x}{4+x}} + \sqrt{25 - (1-2x)^2}$  تعریف شده است. بیشترین

مقدار  $b - a$  کدام است؟



$$\frac{2-x}{4+x} \geq 0$$

$$25 - (1-2x)^2 \geq 0 \rightarrow (5 - (1-2x))(5 + (1-2x)) \dots$$

$$\rightarrow 25 - 1 - 4x^2 + 4x \geq 0 \dots$$

حقیقی نبوده!

$$\rightarrow 25 \geq (1-2x)^2 \rightarrow 5 \geq |1-2x|$$

$$\rightarrow 25 - t^2 \geq 0 \rightarrow -5 \leq t \leq 5 \rightarrow -2 \leq 1-2x \leq 2$$

$$\rightarrow -4 \leq -2x \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$$



۴- برای هر  $x$  در بازه‌ی  $(a, b)$  نمودار تابع  $y = \frac{x^2 + 2x + 9}{2x^2 + 3x + 7}$  بالای خط  $y = 1$  قرار می‌گیرد.

اگر  $b - a$  بیشترین مقدار ممکن باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{x^2 + 2x + 9}{2x^2 + 3x + 7} > 1 \rightarrow x^2 + 2x + 9 > 2x^2 + 3x + 7 \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta < 0 \checkmark \quad \text{موجب}$$

$$x^2 + x - 2 < 0 \rightarrow x \in (-2, 1)$$

۵- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$  ، به صورت بازه، کدام است؟

(سراسری تیربی فارغ ۹۸)

(۲) (۲, ۴)      (۱)  $(-4, 2) \cup (2, 1)$

(۴)  $(-1, 2)$       (۳)  $(-1, 2) \cup (2, 4)$

$$\frac{\sqrt{x-1}}{(x-2)(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\frac{\sqrt{x-1} - x^2 - x}{(x-2)(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 1}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+1)} < 0 \xrightarrow{x \neq 2} \frac{x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

۶- چند عدد طبیعی در نامعادله  $(x-3)(x^2-11x+24) < 0$  صدق می کند؟

۵ (۴)

۶ (۳) ↓

۷ (۲)

۸ (۱)

$$(x-3)(x-1)$$



$$x \in (-\infty, 1) \cup \{3\} \Rightarrow 1, 2, 4, 5, 6, 7$$

۷- برای هر  $x$  در بازه  $(a, b)$  نامعادله  $\frac{6x-2}{x^2+4x-5} > 1$  برقرار است. بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

۴ (۴)

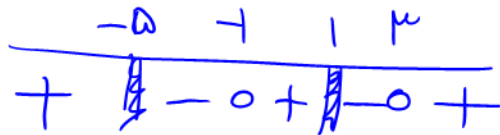
$\infty$  (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

$$\frac{6x-2}{x^2+4x-5} - 1 > 0 \rightarrow \frac{6x-2-x^2-4x+5}{x^2+4x-5} > 0 \rightarrow$$

$$\frac{x^2-2x-3}{x^2+4x-5} < 0 \rightarrow \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)(x+5)} < 0$$



$$(-5, -1) \cup (1, 3)$$

۲۰.  $b-a=4$        $b-a=2$

۸- برای هر  $x$  در بازه‌ی  $(a, b)$  نامعادله‌ی  $\frac{27}{x^2 - 3x + 2} + \frac{3}{x-1} > \frac{x}{x-2}$  برقرار است. بیشترین

مقدار  $b-a$  کدام است؟

۴ (۴)

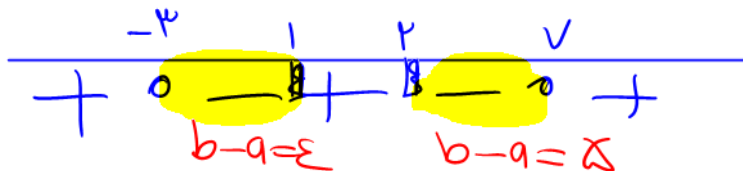
۳ (۳)

۵ (۲) ✓

۶ (۱)

$$\frac{27 + 3(x-2) - x(x-1)}{(x-1)(x-2)} > 0 \rightarrow -x^2 + 6x + 21$$

$$\frac{x^2 - 6x - 21}{x^2 - 6x - 21} < 0 \Rightarrow \frac{(x-7)(x+3)}{(x-1)(x-2)} < 0$$



۹- اگر برای هر  $x$  از بازه  $(a, b)$  نامعادله  $\sqrt{2x+4} > x+1$  برقرار باشد، بیشترین مقدار  $b-a$

کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۱)

$2\sqrt{3}$  (۲)

$1+\sqrt{3}$  (۳)

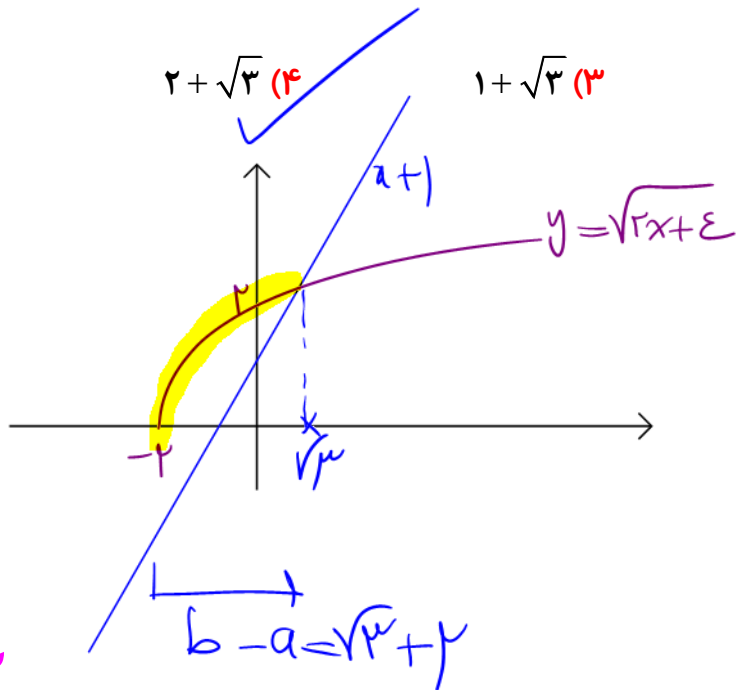
$2+\sqrt{3}$  (۴)

$$\sqrt{2x+4} = x+1$$

$$2x+4 = x^2+2x+1$$

$$x^2 = 3$$

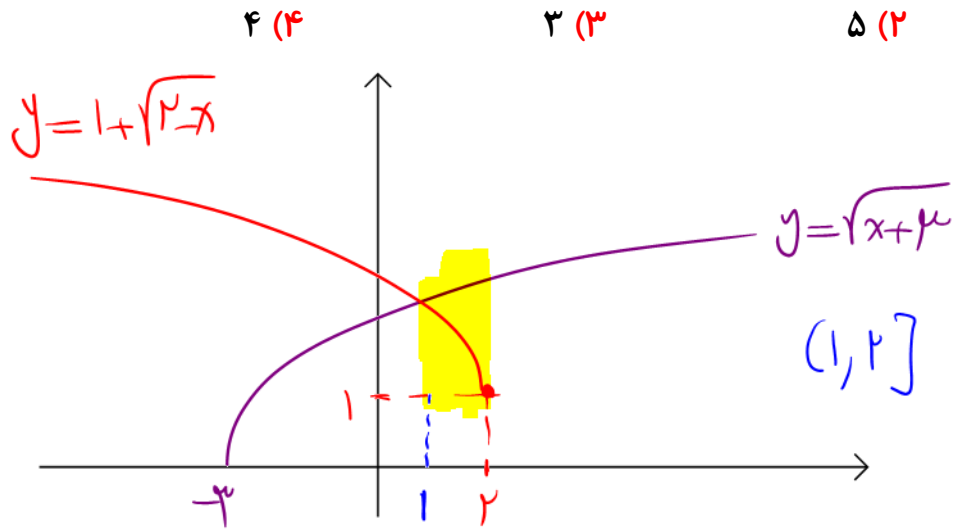
$$x = \pm\sqrt{3}$$



۲۲

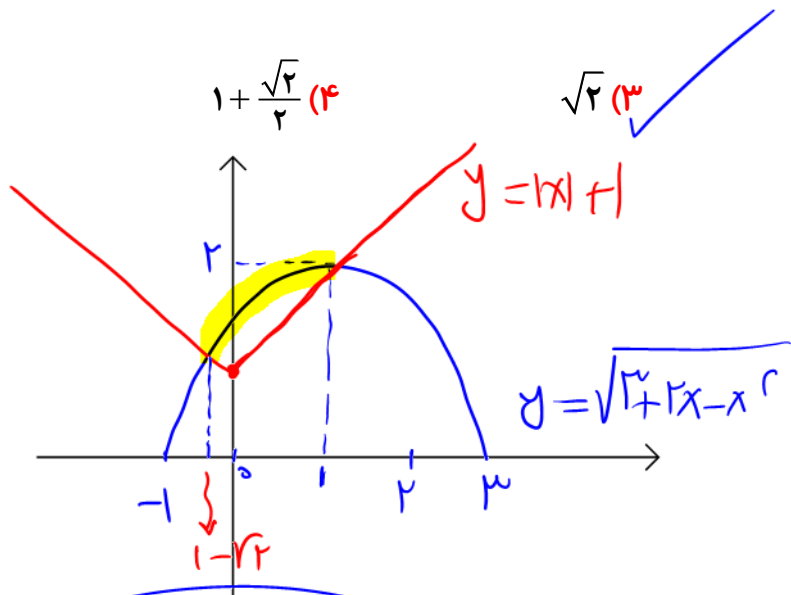
۱۰- اگر برای هر  $x$  از بازه  $(a, b)$  نامعادله  $\sqrt{x+3} > 1 + \sqrt{2-x}$  برقرار باشد، بیشترین مقدار

$b - a$  کدام است؟



۱۱- اگر برای هر  $x$  در بازه  $(a, b)$ ، نامساوی  $\sqrt{3+2x-x^2} > |x|+1$  برقرار باشد، بیشترین

مقدار  $b-a$  چقدر است؟



$x \in (-1, 1)$

$\sqrt{2}$  (3) ✓

$\sqrt{2}-1$  (2)

$1+\sqrt{2}$  (1)

$-(x^2-2x-2)$

$-(x-2)(x+1)$

$\sqrt{3+2x-x^2} = -x+1$

$3+2x-x^2 = x^2-2x+1$

$2x^2-4x-2 = 0$

$x^2-2x-1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$



۱۲- نمودار تابع  $y = a(x^2 + 1) - (x^2 - 1)$  ، همواره زیر خط  $y = 2x + 2$  قرار دارد. مجموعه‌ی مقادیر

$a$  کدام است؟

$$a < 1 - \sqrt{2} \quad (۴)$$

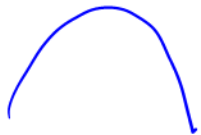
$$-2 < a < -1 \quad (۳)$$

$$a < 0 \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$a < -1 \quad (۱)$$

$$ax^2 + a - x^2 + 1 < 2x + 2$$

$$(a-1)x^2 - 2x + a-1 < 0$$



همواره زیر خط

$$a < 0 \text{ فرضیه } ۲$$

$$\Delta' < 0$$

$$\begin{cases} a-1 < 0 \rightarrow a < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - (a-1)^2 < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$(a-1)^2 - 1 > 0 \Rightarrow a^2 - 2a > 0$$

$$a < 0 \vee a > 2$$

$$\cap \rightarrow a < 0$$

۱۳- جواب نامعادله  $x^3 + ax^2 - ax - 1 > 0$  به صورت  $x > 1$  است. محدوده‌ی تغییرات  $a$  کدام است؟

$$a \leq -3 \quad (۴)$$

$$-2 \leq a \leq 2 \quad (۳)$$

$$-1 \leq a \leq 3 \quad (۲)$$

$$-3 \leq a \leq 1 \quad (۱)$$



$$(x-1)(x^2+x+1) + ax(x-1) > 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1+ax) > 0$$

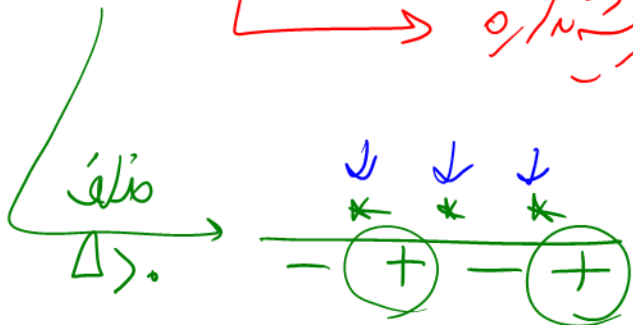
$$(x-1)(x^2+(a+1)x+1) > 0$$



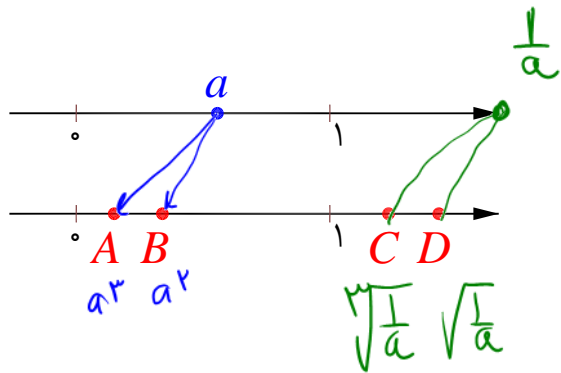
نقطه  $\rightarrow (a+1)^2 - 4 < 0$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$-3 \leq a \leq 1$$



۱۴- عدد  $a$  روی محور بالا و اعداد  $a^2$ ،  $a^3$ ،  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ،  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$  در محور پایین مشخص شده‌اند. دو



عدد  $a^3$  و  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$  به ترتیب کدام‌اند؟

$A$  و  $D$  (۲)

$A$  و  $C$  (۱) ✓

$B$  و  $D$  (۴)

$B$  و  $C$  (۳)

# آزمون

۱۵- اگر  $۸ - \sqrt{x} < ۳\sqrt{x} + ۲ < \sqrt{x} + ۹$  باشد، برای  $x$  چند مقدار طبیعی وجود دارد؟

۱۰ (۴) ✓

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

$$۱ - ۲ < \sqrt{x} + ۳\sqrt{x} \rightarrow ۴\sqrt{x} > ۱ \rightarrow \sqrt{x} > \frac{۱}{۴} \rightarrow x > \frac{۱}{۱۶}$$

$$۳\sqrt{x} - \sqrt{x} < ۹ - ۲ \rightarrow ۲\sqrt{x} < ۷ \rightarrow \sqrt{x} < \frac{۷}{۲} \rightarrow x < \frac{۴۹}{۴}$$

$$\frac{۱}{۱۶} < x < \frac{۴۹}{۴}$$

$$۲\frac{1}{۱۶} < x < ۱۲\frac{1}{۴} \rightarrow x = ۳, ۴, \dots, ۱۲$$

$$\text{تعداد} = ۱۲ - ۳ + ۱ = ۱۰$$

۱۶- مجموع اعداد صحیح در دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x - 3} + \sqrt{\frac{9-x}{x+4}}$  کدام است؟

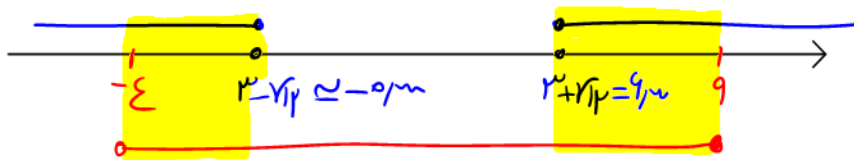
۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۵ (۱)

$$\begin{cases} x^2 - 6x - 3 \geq 0 \\ \frac{9-x}{x+4} \geq 0 \end{cases}$$



$$x = -3, -1, 1, 9 \xrightarrow{(+)} 18$$

$$x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{12}$$

۲۹

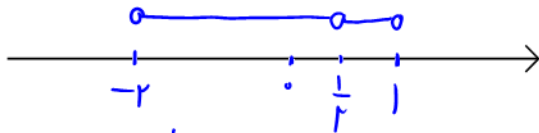
۱۷- برای هر  $x$  در بازه‌ی  $(a, b)$  نامعادله‌ی  $\frac{3}{2x^2 - 3x + 1} < \frac{2x + 5}{1 - 2x}$  برقرار است. بیشترین مقدار

$b - a$  کدام است؟

$$\frac{3}{(2x-1)(x-1)} + \frac{2x+5}{2x-1} < 0 \Rightarrow \frac{3 + (2x+5)(x-1)}{(2x-1)(x-1)} < 0$$

$$\frac{2x^2 + 3x - 2}{(2x-1)(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{(x+2)(2x-1)}{(x-1)(2x-1)} < 0 \xrightarrow{x \neq \frac{1}{2}} \frac{x+2}{x-1} < 0$$

$$\Rightarrow -2 < x < 1$$



$$b - a = \frac{1}{2} - (-2) = \frac{5}{2}$$

۳۰

۱۸- مجموع اعداد صحیح که در نامعادله  $\frac{x+4}{x-5} \leq \frac{1}{x-1}$  صدق می کند کدام است؟

۱۴ ✗ (۴) ✓

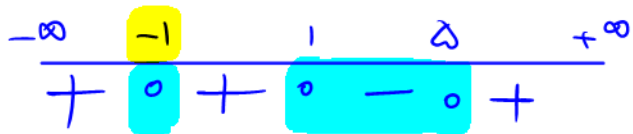
۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

$$\frac{x+4}{x-5} - \frac{1}{x-1} \leq 0 \rightarrow \frac{(x+4)(x-1) - (x-5)}{(x-5)(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 + 3x + 1}{(x-5)(x-1)} \leq 0 \rightarrow \frac{(x+1)^2}{(x-5)(x-1)} \leq 0$$



$$x \in \{-1\} \cup [1, 5]$$

$$x = -1, 1, 2, 3, 4, 5 \xrightarrow{(+)} 14$$

۱۹- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = (x-1)^2$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 4x^4$  است. بیشترین

(سراسری تیرین فارح ۹۹)

مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

$$\frac{5}{2} (۴)$$

$$۲ (۳)$$

$$\frac{3}{2} (۲) \checkmark$$

$$۱ (۱)$$

$$(x-1)^2 > 4x^4 \rightarrow (2x^2)^2 - (x-1)^2 < 0 \Rightarrow (2x^2 + x - 1)(2x^2 - x + 1) < 0$$

$\Delta < 0 \rightarrow \oplus$

$$2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow (x+1)(2x-1) < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-1, \frac{1}{2})$$



۲۰- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(x^2 + x - 2)(x^2 - 1)}{\sqrt[3]{x+3}} < 0$  به صورت  $(-\infty, a) \cup (b, c)$  است.

مقدار  $a+b+c$  کدام است؟

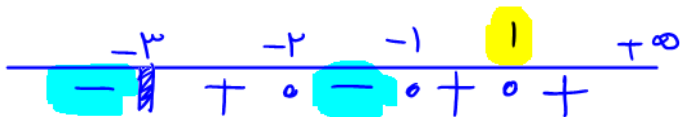
-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۵ (۲)

-۶ (۱) ✓

$$\frac{(x-1)(x+2)(x-1)(x+1)}{x+3} < 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2(x+1)(x+2)}{x+3} < 0$$

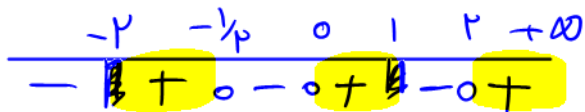


$$x \in (-\infty, -3) \cup (-2, -1) \quad \begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases}$$

۲۱- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{2x^2}{x+2} > \frac{x}{x-1}$  را به صورت اجتماع حداقل چند بازه می توان نشان داد؟

$$\frac{2x^2}{x+2} - \frac{x}{x-1} > 0 \rightarrow \frac{2x^2(x-1) - x(x+2)}{(x+2)(x-1)} > 0 \rightarrow \frac{x(2x(x-1) - (x+2))}{(x+2)(x-1)} > 0$$

$$\frac{x(2x^2 - 3x - 2)}{(x+2)(x-1)} > 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)(2x+1)}{(x+2)(x-1)} > 0$$



$$x \in (-2, -\frac{1}{2}) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$$

۲۲- اگر جواب نامعادله  $\frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 3x + 2} < 0$  بازه  $(2, 3)$  باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

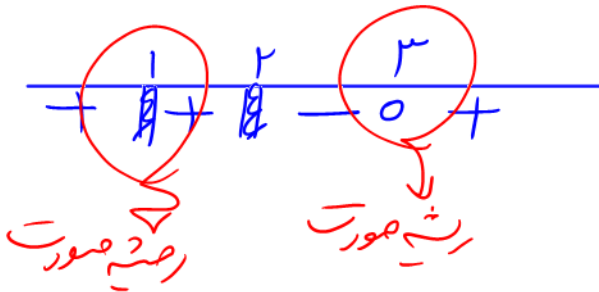
۴ نشدنی

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

$$\frac{x^2 + ax + b < 0}{(x-1)(x-2)}$$



$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-3) \Rightarrow a = -4, b = 3$$

۲۳- نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4; x > -1$  در بازه  $(a, b)$  زیر محور  $x$  هاست. بیشترین

(سراسری ریاضی ۸۸)

مقدار  $b - a$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲) ✓

۲ (۱)

$$f(x) < 0 \Rightarrow x^2(x-4) - (x-4) < 0 \Rightarrow (x-4)(x^2-1) < 0$$

$$(x-4)(x-1)(x+1) < 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) < 0$$

$$x > -1 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x \in (1, 4)$$

۲۴- اگر برای هر  $x$  از بازه  $(a, b)$  نامعادله  $\sqrt{x+3} > x+1$  برقرار باشد، بیشترین مقدار  $b-a$

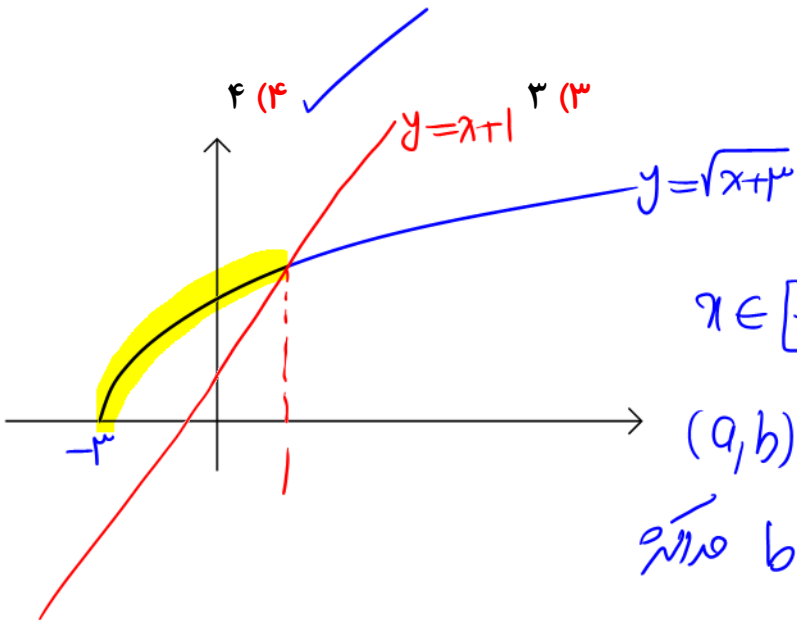
کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) ✓



$$x \in [-3, 1)$$

$$(a, b) \subseteq [-3, 1)$$

$$\text{ساده} \quad b-a = 1 - (-3) = 4$$

۲۵- برای هر  $x$  در بازه  $(a, b)$  نامعادله  $\sqrt{2x+3-x^2} > x-1$  برقرار است. بیشترین مقدار

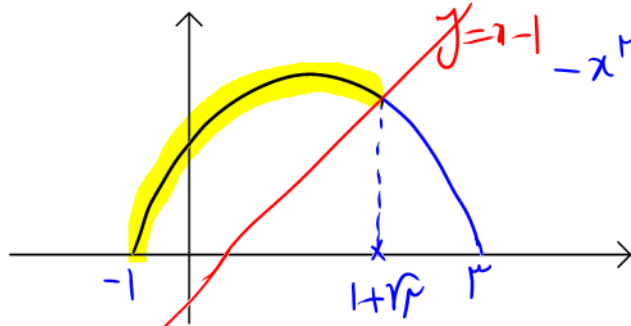
$b-a$  کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$2-\sqrt{2}$  (۲)

$2+\sqrt{2}$  (۱) ✓



$y=x-1$

$-x^2+2x+3=0 \rightarrow x^2-2x-3=0 \Rightarrow x=3, -1$

$\sqrt{2x+3-x^2} = x-1$

$2x+3-x^2 = x^2-2x+1$

$2x^2-4x-2=0$

$x^2-2x-1=0$

$x = 1 \pm \sqrt{2}$

$x \in [-1, 1+\sqrt{2})$

$b-a = (1+\sqrt{2}) - (-1) = 2+\sqrt{2}$

۲۶- به ازای کدام مقدار  $a$ ، نمودار تابع  $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ ، همواره بالای محور  $x$  ها است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۶)

$$a < -2 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$a < 1 \quad (1)$$

$$-2 < a < 1 \quad (4)$$

$$a > 3 \quad (3)$$

$$\begin{cases} \Delta' < 0 \\ A > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (2\sqrt{6})^2 - (-a)(1-a) < 0 \rightarrow 4 + a - a^2 < 0 \\ 1-a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - a - 4 > 0 \rightarrow \underbrace{a < -2} \text{ و } \underbrace{a > 4} \\ \underbrace{a < 1} \end{cases} \rightarrow a < -2$$

۲۷- نامعادله  $ab^2 - 2b + 4a > 0$  برای هر  $b$  برقرار است. مجموعه‌ی مقادیر  $a$  کدام است؟

$$a > \frac{1}{4} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$0 < a < \frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{4} < a < 0 \quad (۲)$$

$$a < -\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$aa^2 - 2a + 4a > 0 \quad \text{برای هر } x$$



$$\begin{cases} \Delta' < 0 \\ A > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 < 0 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \cup a > \frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} a > \frac{1}{2}$$



۲۸- تابع  $y = \frac{2x+a}{ax^2-4x+10}$  برای هر  $x$  حقیقی تعریف شده است و نمودار آن همواره زیر خط

$y=1$  قرار دارد. مجموعه‌ی مقادیر  $a$  کدام است؟

$1 < a < 9$  (۴) ✓

$\frac{2}{5} < a < 9$  (۳)

$\frac{2}{5} < a < 1$  (۲)

$a < \frac{2}{5}$  (۱)

$f(x) \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow 4 - 10a < 0 \Rightarrow a > \frac{2}{5}$

$\frac{2x+a}{ax^2-4x+10} < 1$

صورتی که  $ax^2-4x+10$  دایره  $\Delta < 0$  است و ضرب  $x^2$  آل  
 می آید  $a$  مثبت است. پس همواره  $\oplus$  است.  
 $\rightarrow a \in (1, 9)$

$\rightarrow 2x+a < ax^2-4x+10$

$ax^2+4x+10-a > 0$   $\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{array} \right.$

۴۱

همواره  $\Delta < 0$

$\Delta < 0 \rightarrow 4 - a(10-a) < 0 \rightarrow a^2 - 10a + 4 < 0 \rightarrow 1 < a < 9$

۲۹- هیچ نقطه‌ای از نمودار تابع  $y = (x-1)(x^2 + ax + b)$  زیر محور  $x$  ها نیست. محدوده‌ی

تغییرات  $a$  کدام است؟

$$a \geq -\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$a \geq -\frac{3}{4} \quad (۳) \checkmark$$

$$a \leq -\frac{5}{4} \quad (۲)$$

$$a \leq -\frac{3}{4} \quad (۱)$$

بدین ترتیب تابع در  $x=1$  تغییرات ندارد.

$$x^3 + ax + b = (x-1)(\dots)$$

$$\begin{array}{r} x^3 + ax + b \quad | \quad x-1 \\ \underline{x^3 - x^2} \phantom{+ b} \\ x^2 + x + (a+1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + ax + b \\ \underline{x^2 - x} \\ (a+1)x + b \end{array}$$

$$(a+1)x + b$$

$$(a+1)x - a - 1$$

$$\frac{(a+1)x - a - 1}{a+b+1} \rightarrow a+b+1=0$$

$$(x-1)^2(x^2+x+a+1) \geq 0$$

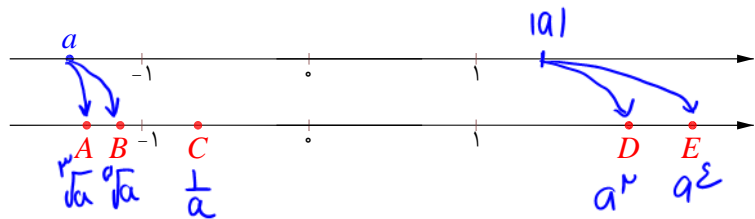
$$x^2+x+a+1 \geq 0$$

$$\Delta \leq 0 \rightarrow 1 - 4(a+1) \leq 0 \rightarrow$$

$$-4a - 3 \leq 0 \Rightarrow a \geq -\frac{3}{4}$$

۳۰- عدد  $a$  روی محور بالا و اعداد  $\sqrt[3]{a}$ ،  $\sqrt[5]{a}$ ،  $\frac{1}{a}$ ،  $a^2$ ،  $a^4$  در محور پایین مشخص شده‌اند. دو

عدد  $\sqrt[5]{a}$  و  $a^2$  به ترتیب کدام‌اند؟



$D$  و  $B$  (۲) ✓       $D$  و  $A$  (۱)

$E$  و  $C$  (۴)       $E$  و  $B$  (۳)