



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

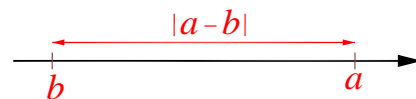
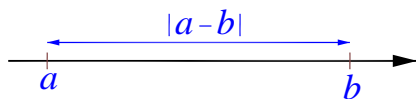
فصل پنجم: قدر مطلق و جزء صحیح

مهر داد عباسپور

تعریف و ویژگی‌های قدر مطلق

$f(x) = x = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$		
$ x \geq 0$	$ x = -x $	$\sqrt{x^2} = x $
$ xy = x y $	$\left \frac{x}{y}\right = \frac{ x }{ y }$	$ x^n = x ^n$
$ a+b \leq a + b $	$ a+b = a + b \Leftrightarrow ab \geq 0$	$ a+b < a + b \Leftrightarrow ab < 0$

تذکر: فاصله‌ی دو نقطه‌ی a و b روی محور اعداد برابر $|a-b|$ است.



رسم نمودارهای مطلق

بازه بندی

$$y = -x|x-4|$$



رسم نمودار $y = |f(x)|$ از روی $y = f(x)$

$$y = |\sqrt{x} - 1|$$

توابع خطی قدرمطلق

$$y = x - |x - 1|$$

$$y = |x + 1| + |x| + 1$$

رسم نمودار $y = f(|x|)$ از روی $y = f(x)$

$$y = \sqrt{|x| - 1}$$

حل معادلات و نامعادلات $|A| < |B|$ ، $|A| > B$ ، $|A| < B$ ، $|A| = B$ ، $|A| = |B|$

$$|x^2 - 2| = |x|$$

$$|x - 1| = 2x + 7$$

$$|2x - 1| > 7$$

$$|2x - 1| < 3x + 5$$

$$|3x + 1| > |2x - 3|$$

$$\left| \frac{2x - 1}{x + 2} \right| > 3$$

تبدیل نامعادلات $a < x < b$ و $(x < a$ یا $x > b)$ به نامعادلات قدرمطلق

$$3 < x < 7$$

$$x < -6 \text{ یا } x > 2$$

$$-1 < \frac{x}{x+1} < 3$$

بازه‌بندی و رسم :

$$|x + 1| - 2|x| > -2$$

تعریف و ویژگی‌های جزء صحیح

$$[x] = n \Leftrightarrow n \leq x < n + 1, n \in \mathbb{Z}$$

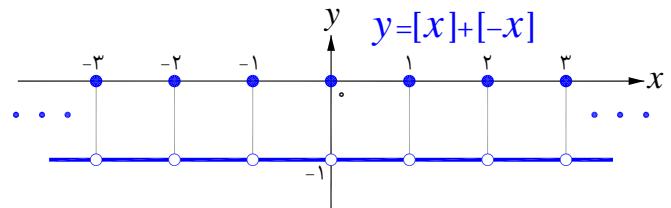
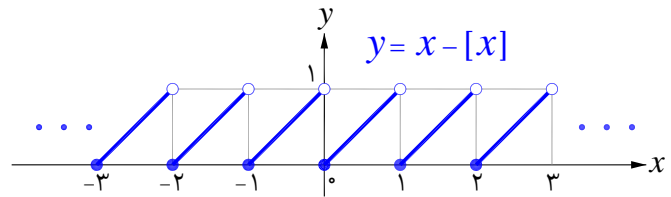
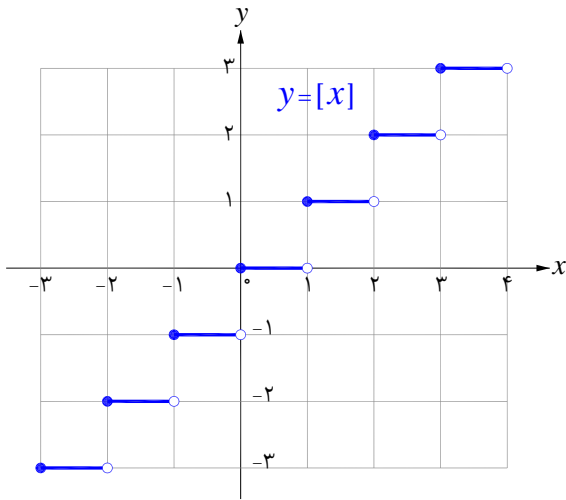
$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x + k] = [x] + k$$

$$0 \leq x - [x] < 1$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

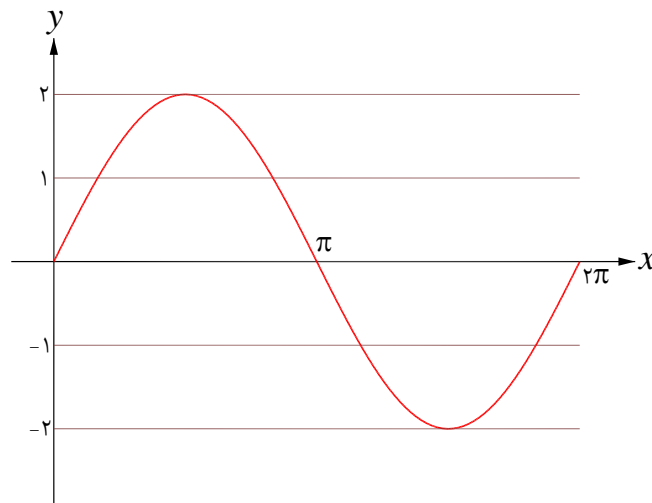


نمودارهای مربوط به جزء صحیح



رسم نمودار $y = [f(x)]$ از روی $y = f(x)$

$$y = [2 \sin x]$$



۱- ساده شده‌ی تابع $f(x) = \sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} - |x - \sqrt{x}|$ وقتی $x \in (0, 1)$ باشد، کدام است؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $1 - x$ (۳) $(\sqrt{x} - 1)^2$ (۴) $-(\sqrt{x} - 1)^2$

۲- مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = 5 - |x - 1|$ و $y = |x|$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۷)

- (۱) ۸ (۲) ۹

- (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۳- مجموعه جواب معادله‌ی $|x| + |x - 1| = |2x - 1|$ کدام است؟

- (۱) $\{0, 1\}$ (۲) $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ (۳) $[0, 1]$ (۴) هیچ کدام



۴- مجموع مربعات ریشه‌های معادله‌ی $|x^2 - 3| = |2x + 1|$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴)

۵- مجموع طول نقاط نقاط نمودار توابع $f(x) = (x+1)|-x|$ و $g(x) = x^2 + 2x - 11$ برابر کدام است؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{2x+5} = |x-1| + x$ کدام است؟

- $-\frac{5}{2}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) صفر (۴)

۷- مجموعه جواب نامعادله‌های $|x+1| < 2x-5$ و $|x-a| < b$ یکسان است. مقدار b کدام است؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۸- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟ (سراسری تهرانی ۹۹)

- $(0, \frac{1}{6}, 1, 5)$ (۱) $(0, \frac{1}{8}, 1, 2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(0, \frac{1}{8}, 2)$ (۴)

۹- نمودار تابع $y = x^2 + 3$ برای x در بازه‌ی (a, b) زیر نمودار تابع $y = |2x - 5|$ قرار دارد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۱۰- عدد طبیعی n در معادله‌ی $|\sqrt{n^2 + 6n + 5}| = |n - 24|$ صدق می‌کند. مجموع ارقام n کدام است؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱- اگر $1 = 0 + [\frac{1-x}{3}]$ باشد، برد تابع $y = [2x + \sqrt{x}]$ چند عضو دارد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۱۲- برد تابع $f(x) = x - [\frac{3x+2}{3}]$ بازه‌ی $[a, b]$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- $-\frac{2}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۱۳- نمودار $y = [x] - x$ خط $x = 3y + 2$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۱۴- معادله‌ی $[x] = 4x$ چند ریشه دارد؟

- (۱) یک (۲) سه (۳) بیشتر از سه (۴) دو

۱۵- معادله‌ی $2x^2 + x + [x] + [-x] = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمون

۱۶- اگر $a > 0 > b$ باشد، حاصل $|a - b| + |b - 1| - |a + 1|$ برابر کدام است؟

- (۱) $-2a$ (۲) $-2b$ (۳) $2a - 2b + 2$ (۴) -2

۱۷- اگر $|x - 1| \leq 2$ باشد، مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = |3x - 5| + 2$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۱۸- مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع‌های $y = |x - 2| + 1$ و $y = 5 - |x|$ چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۹- معادله‌ی $\sqrt{x} + |\sqrt{x} - 3| = 3$ چند جواب صحیح دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $|x^2 - 2| = 2x - 1$ کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + \sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $|x - 4| = 2x - 1$ کدام است؟

- (۱) $5 + 2\sqrt{2}$ (۲) $7 + \sqrt{2}$ (۳) ۸ (۴) ۴

۲۲- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{25 - x^2} = |x - 1| - 2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{41} - 5}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{41} - 6}{2}$

۲۳- دو نقطه‌ی A و B روی محور اعداد حقیقی چنان قرار گرفته‌اند که فاصله‌ی هر یک، از نقطه‌ی ۲، از دو برابر فاصله‌اش تا نقطه‌ی -1 ، یک واحد بیشتر است. حاصل ضرب طول نقاط A و B کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -1 (۴) -2



۲۴- جواب نامعادله‌ی $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| < 3$ با جواب کدام نامعادله برابر است؟

(۱) $|5x+11| > 9$ (۲) $|5x+9| > 11$

(۳) $|5x+11| < 9, x \neq -1$ (۴) $|5x+9| < 11, x \neq -1$

۲۵- مجموع کوچکترین عدد صحیح مثبت و بزرگترین عدد صحیح منفی که در نامعادله‌ی

$|3x-1| > x+7$ صدق می‌کنند برابر چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $\sqrt{3x+4} > 2|x-1| - x$ ، بازه (a,b) باشد، طول وسط این

بازه، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۵)

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴

۲۷- در بازه (a,b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4| - x$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است.

(سراسری تهرنی ۹۹)

بیش‌ترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸- اگر n عدد طبیعی دو رقمی باشد، حاصل $[\sqrt{9n^2 - 6n}] - [\sqrt{n^2 + 7n + 3}]$ برابر کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) به n بستگی دارد.

۲۹- اگر $x + |2x-1| < 5$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[\sqrt{8-3x}]$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۰- مجموع اعضای برد تابع $f(x) = [4x] - 4[x] + 1$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۱- نمودار تابع $y = 2x - 4\left[\frac{x}{4}\right]; x \in [-2, 2)$ از n پاره‌خط مساوی به اندازه‌ی l تشکیل

شده است، دوتایی مرتب (n, l) کدام است؟

(۱) $(2, \sqrt{5})$ (۲) $(2, 2\sqrt{5})$ (۳) $(8, \sqrt{5})$ (۴) $(8, 2\sqrt{5})$

۳۲- تعداد و مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\frac{x-1}{3} = \left[\frac{x+1}{2}\right]$ به ترتیب کدام است؟

(۱) دو ریشه و مجموع آنها برابر ۳- (۲) سه ریشه و مجموع آنها برابر ۳-

(۳) دو ریشه و مجموع آنها برابر ۷- (۴) سه ریشه و مجموع آنها برابر ۷-



۳۳- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $6x^2 - 5x + 1 + [3x] + [-3x] = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۳۴- هر x در بازه‌ی (a, b) در نامعادله‌ی $[\sqrt{x}] < \sqrt{2}$ صدق می‌کند. بیشترین مقدار $b - a$

کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۳۵- معادله‌ی $2 = \left[\frac{x+1}{x} \right] + \left[\frac{x-1}{x} \right]$ چند ریشه در بازه‌ی $(0, 2)$ دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴