



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل ششم : لگاریتم

مهر داد عباسپور

ویژگی‌های لگاریتم

$\log_b^a = c \Leftrightarrow a = b^c$	$\log_c^{ab} = \log_c^a + \log_c^b$	$\log_c^{\frac{a}{b}} = \log_c^a - \log_c^b$
$\log_b^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a$	$\log_b^a = \log_{b^n}^{a^n}$	$n = \log_a^{a^n}$
$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$	$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$	
$a^{\log_a^b} = b$	$c^{\log_a^b} = b^{\log_a^c}$	

رابطه‌ی $\log 2$ و $\log 5$:

نامساوی‌ها و نامعادلات نمایی و لگاریتمی

$$a > 1 : \begin{cases} x > y \Leftrightarrow a^x > a^y \\ x > y > 0 \Leftrightarrow \log_a^x > \log_a^y \end{cases} \quad 0 < a < 1 : \begin{cases} x > y \Leftrightarrow a^x < a^y \\ x > y > 0 \Leftrightarrow \log_a^x < \log_a^y \end{cases}$$

شرط تعریف شدن \log_b^a :

$$a > 0, b > 0, b \neq 1$$

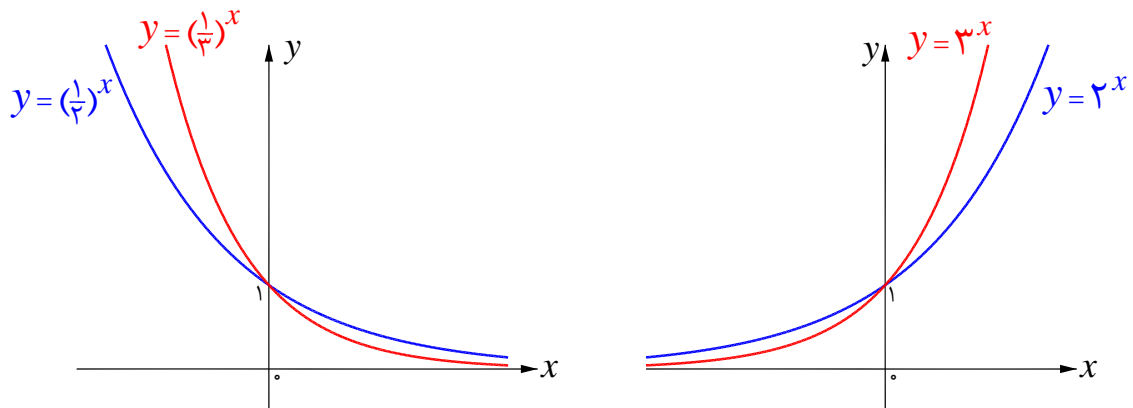


نمودار توابع نمایی و لگاریتمی

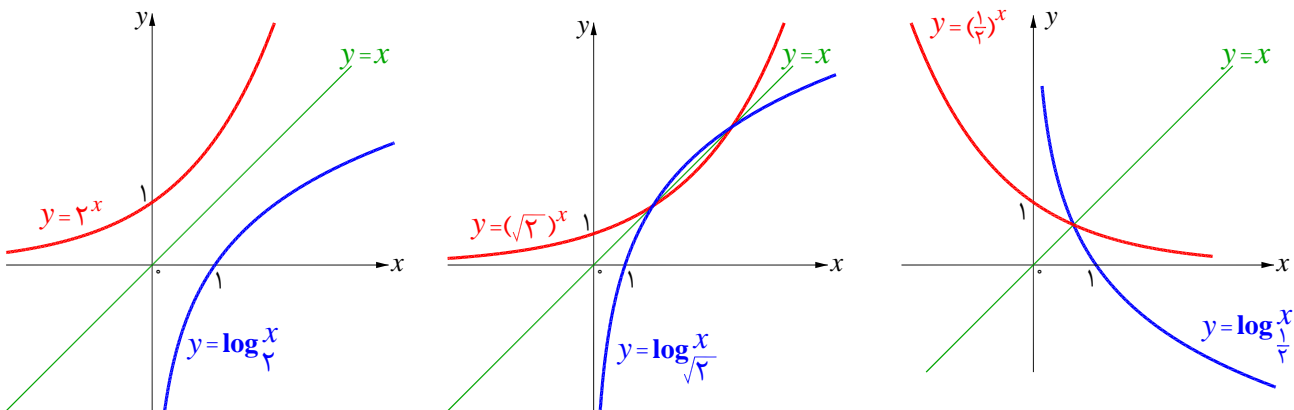
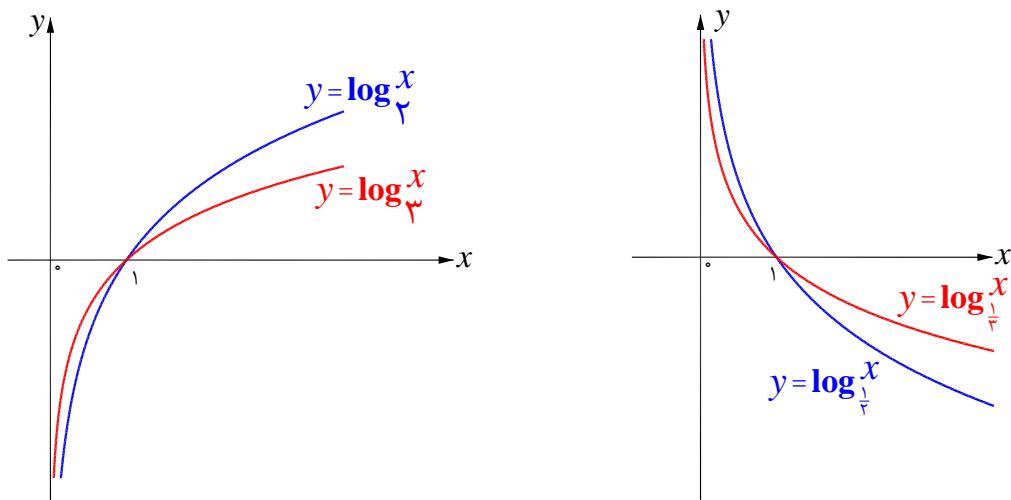
توابع نمایی و لگاریتمی تابع وارون یکدیگرند :

$$f(x) = a^x \Leftrightarrow y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a^y \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a^x$$

• نمودار توابع $y = a^x$ برای مقادیر $a > 1$ و $0 < a < 1$

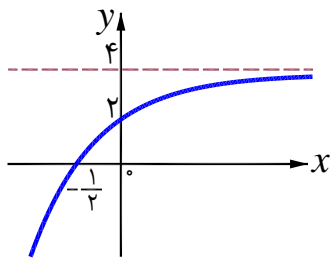


• نمودار توابع $y = \log_a^x$ برای مقادیر $a > 1$ و $0 < a < 1$



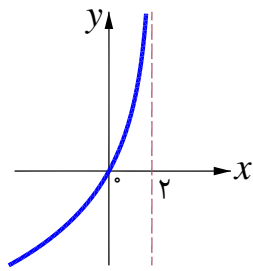


$$y = 4 - 2^{1-2x}$$



$$y = a - b^{1-cx}$$

$$y = 1 - \log_2(2-x)$$



$$y = a - \log_2(b-x)$$

کمیت‌هایی با تغییرات نمایی در زمان

مثال : کالایی در هر ماه ۸٪ گران می‌شود. با گذشت چند ماه قیمت آن ۵ برابر می‌شود؟

$$(\log 2 \approx 0,301, \log 3 \approx 0,477)$$

مثال : اگر نیمه عمر یک عنصر ۱۸ ساعت باشد، و ۱۰۰ گرم از این عنصر داشته باشیم، پس

از چند روز فقط ۱ گرم از آن باقی می‌ماند؟ ($\log 2 \approx 0,3$)

۱- اگر $\log_c^{ab} = 3$ و $\log_{ac}^b = 4$ باشد، حاصل \log_b^a چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $-\frac{1}{16}$

۲- با فرض $\log 2 \approx 0,3$ و $\log 7 \approx 0,8$ حاصل $\log \sqrt[3]{\frac{7}{25}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۳- حاصل $3^{1+2\log_3 2}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۴- عدد 15^{30} چند رقمی است؟ ($\log 2 \approx 0,3, \log 3 \approx 0,48$)

- (۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۷



(سراسری تهرنی ۹۹)

۵- اگر $\log_4^3 = 0.8$ باشد، مقدار \log_{12}^6 ، کدام است؟

$\frac{7}{9}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{8}{11}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۱)

۶- از رابطه‌ی $\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1)$ ، مقدار لگاریتم $(2x+5)$ در پایه‌ی ۴،

(سراسری ریاضی ۹۷)

کدام است؟

$1/5$ (۴)

$1/25$ (۳)

0.75 (۲)

0.5 (۱)

(سراسری تهرنی ۹۸)

۷- اگر $x^2 = (\frac{125}{8})^{2x-1} = (0.4)^{2x-1}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۸- حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $\log_4^x - \log_x^4 = \frac{1}{4}$ برابر کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

2 (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۹- ریشه‌ی معادله‌ی $3^x + (\sqrt{3})^{x+2} = 10$ ، کدام است؟

\log_4^3 (۴)

\log_4^4 (۳)

\log_4^2 (۲)

\log_4^2 (۱)

۱۰- اگر x ریشه‌ی معادله‌ی $\log_4^{x+2} = 1 + \log_4^{x+2}$ باشد، مقدار \log_{x-1}^2 ، کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۱۱- چند عدد صحیح در دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \log_{x+1}^{15-x^2}$ وجود دارد؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

۱۲- اگر $f(x) = \sqrt{6x-x^2}$ و $g(x) = \log_4^{(3x+1)}$ باشند، در دامنه‌ی تابع $f \circ g$ چند عدد

صحیح قرار دارد؟

20 (۴)

21 (۳)

22 (۲)

23 (۱)

۱۳- اگر $f(x) = 2 - 3^x$ و دامنه‌ی تعریف تابع $g(x) = \sqrt{(x+2)f^{-1}(x)}$ بازه‌ی $[a, b]$ باشد،

مقدار $b - a$ کدام است؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)



۱۴- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مفروض باشد.

(سراسری تهرنی ۹۹)

$f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

$\log_2(\sqrt{3}-1)$ (۲) $\log_2(2-\sqrt{3})$ (۱)

$\log_2(2+\sqrt{3})$ (۴) $\log_2(1+\sqrt{3})$ (۳)

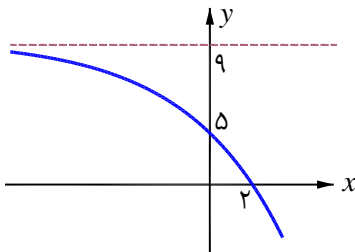
۱۵- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + (\frac{1}{4})^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو

(سراسری ریاضی ۹۸)

نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3)$ کدام است؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

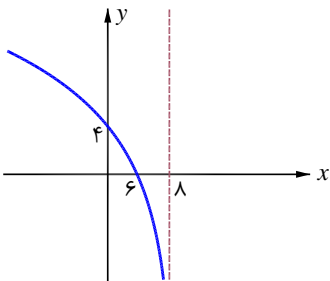
۱۶- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = c - 2^{ax+b}$ است. عدد a برابر کدام است؟



$\log_2^3 - 1$ (۲) $1 + \log_2^3$ (۱)

$1 - \log_2^3$ (۴) $1 + \log_2^3$ (۳)

۱۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = a \log_3^{16+bx} + c$ است. مقدار $f^{-1}(8)$ برابر کدام است؟



-۱۶ (۲) -۱۴ (۱)

-۲۴ (۴) -۱۸ (۳)

۱۸- با توجه به رابطه‌ی انرژی آزاد شده در زلزله، $(\log E = 11/8 + 1/5 M)$ مقدار انرژی آزاد

شده در زلزله‌ی ۷ ریشتر، تقریباً چند برابر مقدار انرژی آزاد شده در زلزله‌ی ۶/۲ ریشتر

است؟ $(\sqrt[10]{10} = 1/3)$

۲۷ (۴) ۲۳ (۳) ۱۷ (۲) ۱۳ (۱)

۱۹- یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می‌دهد، باد این قایق پس از

چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟ $(\log 19 = 1/287, \log 2 = 0/301)$ (سراسری ریاضی ۹۷)

۲۵ (۴) ۲۱/۵ (۳) ۱۸/۵ (۲) ۱۷ (۱)



۲۰- نیمه عمر عنصری ۱۵ روز و جرم اولیه‌ی یک نمونه از آن ۲۰۰ گرم است. پس از چند روز جرم آن به ۵ گرم می‌رسد؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

- ۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴)

آزمون:

۲۱- حاصل $\left[2 \log \sqrt{\frac{5}{2}} \right]$ برابر کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۲- اگر $\log 6 = a$ و $\log 14 = b$ باشد، $\log 21 - \log 18 + \log 20$ کدام است؟

- $b - a - 1$ (۴) $b + 1 - a$ (۳) $a + b + 1$ (۲) $a + 1 - b$ (۱)

۲۳- اگر $\sqrt[3]{A} = 2 \log 8 - \frac{2}{3}$ باشد، عدد A برابر کدام است؟

- $4 \frac{1}{8}$ (۱) $4 \frac{7}{8}$ (۲) $5 \frac{1}{8}$ (۳) $5 \frac{1}{16}$ (۴)

۲۴- اگر $\log_{12} 6 = a$ باشد، حاصل $\log_{12} 2$ برابر کدام است؟

- $\frac{2+a}{6-2a}$ (۱) $\frac{1-a}{2a-1}$ (۲) $\frac{5a-2}{a+2}$ (۳) $\frac{5-5a}{3-a}$ (۴)

۲۵- اگر $\log_a 9 = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{a}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴)

۲۶- از معادله‌ی $\log 2x - \log(2x-1) = 1 - \log(x+2)$ ، اگر $\log \frac{(x-4)}{(a+40)} = \frac{1}{4}$ باشد،

مقدار \sqrt{a} کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲۷- ریشه‌ی معادله‌ی $\log_3^x + \log_3^x = 1$ کدام است؟

- $3 \log_3^2$ (۱) $3 \log_3^6$ (۲) $3 \log_3^3$ (۳) $3 \log_3^{12}$ (۴)

۲۸- ریشه‌ی معادله‌ی $\log_4^{(2^{x+3}+12)} - 1 = x$ کدام است؟

- \log_3^2 (۱) \log_3^4 (۲) \log_3^3 (۳) \log_3^6 (۴)



۲۹- اگر $\log_2^x - \log_4^{x+1} = 1$ و $\log_8^{x-2} + \log_y^9 = 1$ باشد، مقدار y کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۸۱ (۴) $3\sqrt{3}$

۳۰- از دو معادله‌ی دو مجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\log(x+2y) = 1 + \log y$ ، مقدار x

(سراسری ۹۶)

کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $1/5$ (۴) $1/6$

۳۱- اگر $f(x) = 8 - 2^{2x-1}$ باشد و دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{(x+1)f(x)}$ بازه‌ی $[a, b]$ باشد،

مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- اگر برای هر x از بازه‌ی (a, b) تابع $f(x) = \sqrt{2 - \log_6^{x^2 - 5x}}$ تعریف شده باشد،

بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۳- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ و $g(x) = 2^x + 1$ و دامنه‌ی تعریف تابع $f \circ g^{-1}$ بازه‌ی (a, b) باشد،

مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۳۴- اگر $f(x) = 2^{x+1} - 1$ باشد، ریشه‌ی معادله‌ی $f^{-1}(x) + f^{-1}(x+2) = 2$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{7} - 1$ (۲) $\sqrt{10} - 1$ (۳) $\sqrt{15} - 2$ (۴) $\sqrt{17} - 2$

۳۵- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a - \log_3^{(b-x)}$ محورهای مختصات را در نقاطی با طول ۶ و

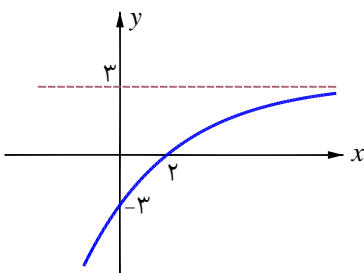
عرض ۱- قطع می‌کند. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۸ (۳) -۲۷ (۴) -۳۶

۳۶- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = a \cdot b^x + c$ است. مقدار $f(\log_3^9)$ برابر کدام است؟

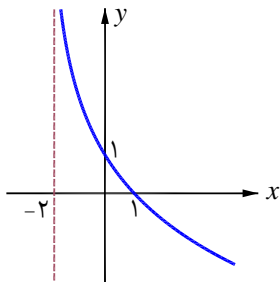
- (۱) ۱ (۲) $1/25$

- (۳) $1/5$ (۴) $1/75$





۳۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = \log_c^{ax+b}$ است. طول نقطه‌ی تقاطع نمودار این تابع با خط $y = -1$ کدام است؟



- ۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۲/۵

۳۸- می‌دانیم که اگر فشار هوا در ارتفاع a متری از سطح دریا برابر p باشد،

$a = 15500(5 - \log p)$ است. برای اینکه فشار هوا ۲۵٪ کاهش یابد، چند متر باید افزایش

ارتفاع داشته باشیم؟ ($\log 2 \approx 0.3$, $\log 3 \approx 0.48$)

- ۱) ۱۷۴۰
۲) ۱۸۲۰
۳) ۱۸۶۰
۴) ۱۹۰۰

۳۹- پس از مصرف یک دارو، در هر ساعت ۱۰٪ از مقدار داروی موجود در بدن، دفع می‌شود.

چند ساعت پس از مصرف بیش از ۹۸ درصد از مقدار اولیه این دارو دفع شده است؟

($\log 2 \approx 0.301$, $\log 3 \approx 0.477$)

- ۱) ۳۳
۲) ۳۵
۳) ۳۷
۴) ۳۹

۴۰- در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن

آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۹)

($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$)

- ۱) ۲۰
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۲