

کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل هفتم : الگو و دنباله

مهر داد عباسپور

دنباله‌ی حسابی (الگوی خطی)

در دنباله‌ی حسابی a_n با قدر نسبت d :

$$n \geq 2: a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n - a_m = (n-m)d$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت d ، یک معادله‌ی خط با شیب d است:

$$a_n = dn + k$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{12} = a_8 + 4d$$

$$1, 7, 13, 19, 25, \dots \rightarrow a_n = 6n - 5$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 6 \end{array}$$

?

$$a_n = 6n + \square$$

$$n=1 \rightarrow 6 + \square = 1$$

تعداد جملات دنباله حسابی

تعداد اعداد $a, a+1, a+2, \dots, b$

$$b - a + 1$$

تعداد اعداد $a, a+d, a+2d, \dots, b$

$$\frac{b-a}{d} + 1$$

$$7, 11, 15, \dots, 103$$

$$n = \frac{103 - 7}{4} + 1 = 25$$

دنباله‌ی هندسی

در دنباله‌ی هندسی a_n با قدر نسبت q ($aq \neq 0$)

$$n \geq 2: a_n = a_{n-1} \times q$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$$

$$a_v = a_1 \times q^v$$

$$a_{10} = a_r \times q^v$$

حسابی a, c, b $2c = a + b$

واسطه‌ها $a, c, b \Rightarrow c^2 = ab$ هندسی

$$c = \frac{a+b}{2} \text{ : واسطه‌ی حسابی } a \text{ و } b$$

$$c = \pm \sqrt{ab} \text{ : واسطه‌ی هندسی } a \text{ و } b$$

مثال : بین ۱۲ و ۳۳ شش واسطه‌ی حسابی درج کنید.

۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۳

$$a_1 = 12, a_n = 33 \quad a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 33 = 12 + 6d$$
$$\rightarrow d = 5$$

وقتی تعداد جملات دنباله‌ی حسابی یا هندسی فرد باشد.

حسابی : $a-d, a-d, a, a+d, a+2d$

هندسی : $\frac{a}{q^r}, \frac{a}{q}, a, aq, aq^r$

جملات مشترک دو دنباله‌ی حسابی

دو دنباله‌ی حسابی با جملات صحیح و قدرنسبت طبیعی :
یا اصلاً جمله‌ی مشترک ندارند.

یا بی‌شمار جمله‌ی مشترک دارند که دنباله‌ی حسابی است. در این حالت قدرنسبت دنباله‌ی جدید برابر «ک.م.م» قدرنسبت‌های دو دنباله‌ی اصلی است.

$$6n-1, 8n+1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6n-1 : 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, 71, 77, 83, \dots \\ 8n+1 : 9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73, 81, 89, \dots \end{array} \right.$$

جملات مشترک : 17, 41, 65, ...

دسته بندی دنباله ها

دسته ی دهم را بیابید. $(5), (8, 11), (14, 17, 20), \dots \Rightarrow$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

$$\text{شماره آخرین جمله دسته دهم} = 9 = 1 + 2 + 3$$

$$\text{شماره آخرین جمله دسته نهم} = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

$$\text{دهم} // // // // = 1 + 2 + \dots + 10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$\text{دسته دهم} (a_{46}, a_{47}, \dots, a_{55}) = (140, 144, \dots, 147)$$

مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n

$$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(۱)
۱

(۲)
۱+۲

(۳)
۱+۲+۳

(۴)
۱+۲+۳+۴

یک مسئله معروف $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A+C}{B+D} = \frac{A-C}{B-D}$: خواص آن

مثال : جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند.

$$a_3, a_7, a_{13}$$

$$a_7^2 = a_3 \cdot a_{13} \rightarrow (a+6d)^2 = (a+2d)(a+10d) \rightarrow$$

$$\cancel{a^2 + 12ad + 36d^2} = \cancel{a^2 + 12ad + 20d^2} \rightarrow 16d = 10d \Rightarrow a = -d$$

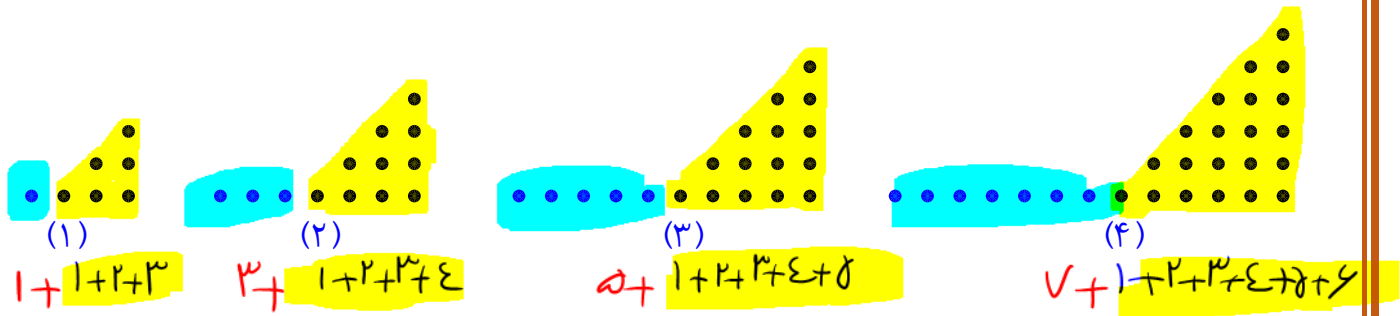
$$\rightarrow a_3 = a + 2d = 1d, \quad a_7 = a + 6d = 12d, \quad a_{13} = a + 10d = 10d$$

$$! \text{ فوگنل!} : g = \frac{a_7}{a_3} = \frac{a_{13}}{a_7} = \frac{a_{13} - a_7}{a_7 - a_3} = \frac{9d}{8d} \rightarrow g = \frac{9}{8}$$

الگوهای شکلی

$$1, 3, 5, 7, \dots \Rightarrow (n-1)$$

مثال : تعداد دایره‌ها در شکل دهم ؟



$$(n) \rightarrow 1 + 2 + \dots + (n-1) + n = \frac{(n+1)n}{2} + (n-1)$$

۱۴ $\textcircled{10} \rightarrow 1 + 2 + \dots + 10 + 19 = \frac{10 \times 11}{2} + 19 = 97$

مجموع جملات دنباله‌ی حسابی و هندسی

مجموع جملات دنباله‌ی حسابی

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

مجموع جملات دنباله‌ی هندسی

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

۱- در یک دنباله‌ی حسابی جملات هفتم و چهارم به ترتیب ۸ و ۲۳ هستند. جمله‌ی نود و پنجم این دنباله کدام است؟

۵۴ (۴)

۵۳ (۳)

۴۹ (۲)

۴۸ (۱) ✓

$$a_{\varepsilon_0} = a_1 + (n-1)d \rightarrow 23 = 1 + (n-1)d \rightarrow d = \frac{22}{n-1} = \frac{22}{11}$$

$$a_{90} = a_{\varepsilon_0} + (n-1)d \rightarrow a_{90} = 23 + 22 \times \frac{22}{11} = 49$$

۲- در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_{11} = 5a_{35}$ ، چندمین جمله‌ی این دنباله برابر صفر است ؟

۴۲ (۴)

۴۱ (۳)

۴۰ (۲)

۳۹ (۱)

$$a_1 + 10d = 5(a_1 + 34d) \rightarrow a_1 + 10d = 5a_1 + 170d$$

$$\rightarrow 4a_1 + 160d = 0 \rightarrow a_1 + 40d = 0 \rightarrow \underline{a_{41} = 0}$$

۳- در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی هفتم مربع جمله‌ی نهم است. چندمین جمله‌ی این دنباله برابر یک است؟

(۴) چهاردهم

(۳) یازدهم ✓

(۲) هشتم

(۱) پنجم

$$a_7 = a_9^2 \rightarrow a_1 q^6 = (a_1 q^8)^2 \rightarrow$$

$$a_1 q^6 = a_1^2 q^{16} \rightarrow a_1 q^{10} = 1 \rightarrow a_{11} = 1$$

۴- در دنباله هندسی $\sqrt{x}-3, \sqrt{x}+3, \sqrt{x}+27, y, \dots$ حاصل $y-x$ چقدر است؟

۱۰۴ (۴)

۱۰۳ (۳) ✓

۱۰۲ (۲)

۱۰۱ (۱)

$$(\sqrt{x}+3)^2 = (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+27) \rightarrow$$

$$\cancel{x} + 9 + 9\sqrt{x} = \cancel{x} + 27\sqrt{x} - 9 \rightarrow 18\sqrt{x} = 90$$

$$\sqrt{x} = 5 \rightarrow x = 25 \Rightarrow 2, 1, 3, y, \dots$$

$\underbrace{\quad}_{x \times 2} \quad \underbrace{\quad}_{x \times 3} \quad \underbrace{\quad}_{x \times 4}$

$$y = 3 \times 25 = 75$$

$$|y - x| = 50$$

۵- بین ۸ و ۶۲، هشت واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم. واسطه‌ی هندسی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین از بین این هشت عدد کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۶ (۳)

۲۲ (۲)

۱۸ (۱)

$$a_1 = 1 \quad a_{10} = 62$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \rightarrow 62 = 1 + 9d \rightarrow d = 7$$

۱، ۸، ۱۵، ۲۲، ۲۹، ۳۶، ۴۳، ۵۰، ۵۷، ۶۴

$$\sqrt{15 \times 57} = \sqrt{15 \times 15 \times 3} = 15 \times \sqrt{3} = 25.98$$

۲۰

۶- در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های « $17, 35, 53, 71, \dots$ » و « $-1, 11, 23, 35, \dots$ » چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۲۷ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)

$$\begin{cases} a_1 = 17 \\ d = [11, 12] = 11 \end{cases}$$

$$\rightarrow a_n = 11n - 1$$

$$100 \leq 11n - 1 \leq 999 \rightarrow 101 \leq 11n \leq 1000$$

$$17, 28 \leq n \leq 27, 28 \quad n = 17, 18, \dots, 27$$

$$\text{تعداد} = 27 - 17 + 1 = 11$$

۷- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$ در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

(سراسری ریاضی فارج ۹۹)

۱۶۵۱ (۴)

۱۶۳۹ (۳) ✓

۱۵۸۹ (۲)

۱۵۶۳ (۱)

$$\text{شماره اولین جمله} = 1 + 2 + \dots + 40 = \frac{40 \times 41}{2} = 1420$$

$$a_n = n - 1$$

$$a_{1420} = 1420 - 1 = 1419$$

۸- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله‌ی متوالی ۱۵ و حاصل ضرب آنها ۲۷ می‌باشد. مقدار بزرگتر برای قدرنسبت کدام است؟

$$3 + \sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} + 1 \quad (3)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} + 1 \quad (1)$$

$$\frac{a}{q}, a, aq \rightarrow \frac{a}{q} \times a \times aq = a^3 = 27 \rightarrow a = 3$$

$$\rightarrow \frac{27}{q} + 27 + 27q = 15 \rightarrow \frac{1}{q} + q = \frac{1}{9} \rightarrow$$

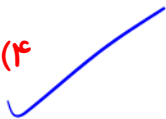
$$q^2 - 9q + 1 = 0 \rightarrow q = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4}}{2}$$

۹- جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله‌ی حسابی، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی،

(سراسری تیرین فارغ ۹۹)

هستند. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

$$\frac{9}{4} \text{ (۴)}$$



$$2 \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{3} \text{ (۱)}$$

$$a_3, a_7, a_{14}$$

$$q = \frac{a_7}{a_3} = \frac{a_{14}}{a_7} = \frac{a_{14} - a_7}{a_7 - a_3} = \frac{q^3 d}{q d} = \frac{q^2}{1} = \frac{9}{4}$$

۱۰- در الگوی درجه دوم « ۱، ۹، ۲۳، ۴۳، ۶۹، . . . » مجموع ارقام عدد جمله ی بیستم کدام است؟



۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)



$$a_n = kn^2 + bn + c$$

$$a_1 = k + b + c = 1$$

$$\rightarrow b = -1, c = -1$$



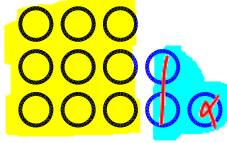
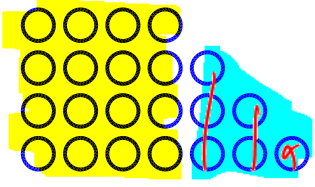
$$a_2 = 4k + 2b + c = 9$$

$$a_n = kn^2 - n - 1 \rightarrow a_{20} = 1k(20)^2 - 20 - 1 = 1179$$

۲۵

۱۱- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟

(سراسری تبریز ۹۸)

				...	۱۱۷ (۱) ✓
1^2	$2^2 + 1$	$3^2 + 1 + 2$	$4^2 + 1 + 2 + 3$		۱۲۰ (۲)
$1 + 0$					۱۲۳ (۳)
					۱۲۵ (۴)

(۴)

$$\textcircled{9} \rightarrow 9^2 + 1 + 2 + \dots + 8 = 81 + \frac{8 \times 9}{2} = 117$$

۱۲- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات پنجم و نهم برابر ۲۰ است. اگر جمله‌ی سوم این دنباله برابر ۲- باشد، مجموع دوازده جمله‌ی اول چقدر است؟

۱۲۶ (۴)

۱۱۴ (۳)

۱۰۲ (۲)

۸۴ (۱)

۱۳- مجموع n جمله‌ی اول دنباله‌ی a_n ، برابر $3n^2 + n$ است. حاصل $a_7 + a_9 + \dots + a_{41}$ کدام است؟

۲۵۶۴ (۴)

۲۵۵۶ (۳)

۲۵۴۴ (۲)

۲۵۳۶ (۱)

۱۴- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ ، کدام است ؟

(۱) ۷۲۱

(۲) ۷۲۸

(۳) ۷۳۵

(۴) ۷۴۲

(سراسری ریاضی ۹۸)

۱۵- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع دوازده جمله‌ی اول 13 برابر مجموع چهار جمله‌ی اول آن است. جمله‌ی دوازدهم چند برابر جمله‌ی چهارم است؟

$$4 \text{ (۴)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$

$$12 \text{ (۲)}$$

$$9 \text{ (۱)}$$

۱۶- حاصل عبارت $\frac{t^{10} + t^8 + t^6 + \dots + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای $t = 1 + \sqrt{3}$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون:

۱۷- چندمین جمله از دنباله $\frac{1}{5}, \frac{6}{11}, \frac{11}{17}, \frac{16}{23}, \dots$ برابر $\frac{4}{5}$ است؟

(۴) هیچ کدام

(۳) ۱۹

(۲) ۱۶ ✓

(۱) ۱۳

$$5n + 0 \quad 5 + 0 = 1 \rightarrow 0 = -4 \rightarrow 5n - 4$$

$$4n + \square \quad 4 + \square = 0 \rightarrow \square = -4 \rightarrow 4n - 4$$

$$\frac{5n - 4}{4n - 4} = \frac{4}{8} \rightarrow 2(5n - 4) = 2(4n - 4) \rightarrow n = 4$$

۱۸- در یک دنباله‌ی حسابی با ۷۸ جمله، جملات اول و سوم ۲۴ و ۳۶ هستند. اگر جملات اول، n ام و جمله‌ی آخر این دنباله‌ی حسابی، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند، مقدار n کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲) ✓

۱۴ (۱)

$$a_1 = 24 \quad a_3 = 36 \rightarrow a_3 = a_1 + 2d \rightarrow 36 = 24 + 2d \rightarrow d = 6$$

$$a_n = 9n + \square \xrightarrow{a_1 = 24} \square = 11 \quad a_n = 9n + 11$$

$$a_1 = 24, \quad a_n = 9n + 11, \quad a_{11} = 114$$

$$(9n + 11)^2 = 24 \times 114 \rightarrow 9^2(n + 1)^2 = 9 \times 24 \times 11$$

$$(n + 1)^2 = 24 \times 11 \rightarrow n + 1 = 6 \times 11 \rightarrow n = 11$$

۱۹- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دهم و بیستم سه برابر جمله‌ی دوازدهم است. جمله‌ی هجدهم این دنباله چند برابر جمله‌ی دوازدهم است؟

$$2/5 \quad (۴)$$

$$2/25 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1/5 \quad (۱)$$

$$(a_1 + 9d) + (a_1 + 19d) = 3(a_1 + 11d) \rightarrow$$

$$2a_1 + 28d = 3a_1 + 33d \rightarrow a_1 = -5d$$

$$\frac{a_{18}}{a_{12}} = \frac{a_1 + 17d}{a_1 + 11d} = \frac{-5d + 17d}{-5d + 11d} = \frac{12}{6} = 2$$

۲۰- در یک دنباله هندسی اکیداً نزولی با جملات مثبت، جملات دوم، سوم و پنجم سه جمله‌ی

متوالی از یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله‌ی هندسی برابر کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\sqrt{5}-2 \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3}-1 \quad (۱)$$

$$0 < q < 1$$

$$aq, aq^2, aq^3 \rightarrow 2aq^2 = aq + aq^3 \xrightarrow{\div aq} 2q = 1 + q^3$$

$$q^3 - 2q + 1 = 0 \quad \xrightarrow{q=1} \quad (q-1)(q^2 + q - 1) = 0$$

$$q = 1, \quad \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

۲۱- در یک دنباله‌ی حسابی با ۵ جمله، مجموع جملات برابر ۳۵ و مجموع مربعات جملات برابر ۲۸۵ است. جمله‌ی دوم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳) ✓

۸ (۲)

۷ (۱)

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d \quad \xrightarrow{+} \quad 5a = 35 \rightarrow a = 7$$

$$(7-2d)^2 + (7-d)^2 + 7^2 + (7+d)^2 + (7+2d)^2 = 285$$

$$5 \times 7^2 + 10d^2 = 285 \quad \xrightarrow{\div 5} \quad 49 + 2d^2 = 57 \rightarrow d = \pm 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3, 5, 7, 9, 11 \\ 11, 9, 7, 5, 3 \end{array} \right.$$

۲۲- جملات « اول، دهم، چهاردهم » یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب با جملات « اول، دوم، چهارم »

یک دنباله‌ی هندسی برابرند. مقدار مثبت قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$a = a$$

$$a + 9d = aq \quad \times 13$$

$$a + 13d = aq^{13} \quad \times (-9) \quad +$$

$$13a - 9a = 13aq - 9aq^{13}$$

$$\rightarrow \varepsilon = 13q - 9q^{13}$$

۳۷

$$9q^{13} - 13q + \varepsilon = 0 \quad \checkmark \quad q = 1$$

$$(q-1)(9q^{12} + 9q - \varepsilon) = 0$$

$$(13q)^2 + 13(13q) - \varepsilon$$

$$(q-1)(13q-1)(13q+\varepsilon) = 0$$

$$q = 1, \frac{1}{13}, -\frac{\varepsilon}{13}$$

۲۳- مجموع جملات مشترک و کوچکتر از ۳۰۰ در دو دنباله $a_n = 8n + 1$ و $b_n = 18n - 1$ کدام است؟

۵۰۴ (۴)

۵۰۲ (۳)

۵۰۰ (۲) ✓

۴۹۸ (۱)

$a_n: 9, 17, 25, \dots$

$b_n: 17, 35, 53, \dots$

$$\rightarrow \begin{cases} c_1 = 17 \\ d = [1, 18] = 18 \end{cases}$$

17, 19, 141, 133, ---

⊕ → 500

۲۴- با توجه به دنباله‌ی دسته بندی شده‌ی $(1), (4, 7), (10, 13, 16), \dots$ مجموع جملات اول و آخر

دسته بیستم کدام است؟ $\rightarrow a_n = 3n - 2$

۱۲۰۵ (۴)

۱۲۰۲ (۳)

۱۱۹۹ (۲) ✓

۱۱۹۶ (۱)

$$\text{سوم و آخر جمله دسته ۱۹} = 1 + 2 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

$$\text{سوم و آخر جمله دسته ۲۰} = 1 + 2 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

$(a_{191}, \dots, a_{210})$

$$a_{191} + a_{210} = 271 + 428 = 1199$$

۲۵- در دنباله‌ی حسابی و غیر ثابت a_n با جملات مثبت، بین a_3 و a_{11} دو واسطه‌ی هندسی مثبت درج کرده‌ایم. اگر از بین این دو واسطه، عدد کوچکتر برابر a_{11} باشد، قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

۱/۵ (۴) ✓

۱/۳۷۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱/۱۲۵ (۱)

$$a_3 \quad a_{11} \quad a_n \quad a_{\varepsilon 1}$$

$$q = \frac{a_{11}}{a_3} = \frac{a_n}{a_{11}} = \frac{a_{\varepsilon 1}}{a_n}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A \pm C}{B \pm D}$$

$$q = \frac{a_n - a_{11}}{a_{11} - a_3} = \frac{a_{\varepsilon 1} - a_{11}}{a_n - a_{\varepsilon 1}} \Rightarrow q = \frac{(n-11)d}{nd} = \frac{r \cdot d}{(n-r)d}$$

$$۴۰. \quad q = \frac{n-11}{n} = \frac{r}{n-r}$$

$$\rightarrow n^2 - (11n - r \cdot n) = 0 \rightarrow (n-22)(n+9) = 0$$

$$n = 22 \rightarrow q = \frac{11}{n} = \frac{r}{11}$$

۲۶- اگر جمله n ام دنباله‌ی $5, 6, 9, 14, 21, \dots$ را با a_n نشان دهیم، حاصل $\sqrt{a_{61} - a_{49}}$ کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$\begin{matrix} \text{5, 6, 9, 14, 21, } \dots \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \end{matrix}$

 $d = 2 \rightarrow a_n = 2n - 1$

$$a_n = n^2 + bn + c$$

$$a_1 = 1 + b + c = 5 \quad \ominus \quad r + b = 1 \rightarrow b = -r, c = 4$$

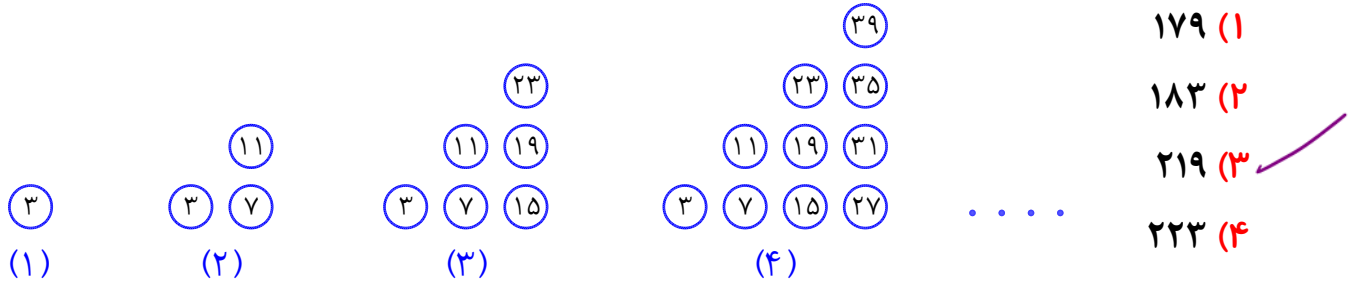
$$a_2 = 4 + 2b + c = 9$$

$$a_n = n^2 - n + 4 = (n-1)^2 + 4$$

$$\sqrt{a_{61} - a_{49}} = \sqrt{40^2 + 4 - 11^2 + 4} = \sqrt{(40-11)(40+11)} = \sqrt{29 \times 51} = \sqrt{1481} = 38.48 \approx 38$$

۴۱

۲۷- در دنباله‌ی شکل‌های زیر، بزرگترین عدد در شکل دهم کدام است؟



در شکل n ام : تعداد دایره‌ها = $1 + 2 + \dots + n$

در شکل دهم : تعداد دایره‌ها = $1 + 2 + \dots + 10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$

$a_n = \varepsilon n - 1 \rightarrow a_{55} = 219$

۲۸- در دنباله‌ی حسابی $a_n : 1, 5, 9, 13, \dots$ ، مجموع جملات « $a_1, a_2, \dots, a_{13}, a_{11}, a_9$ » برابر

$$a_n = 4n - 3$$

کدام است ؟

۳۷۵۳ (۴)

۳۷۲۶ (۳)

۳۶۹۹ (۲) ✓

۳۶۷۲ (۱)

$$n = \frac{91 - 9}{4} + 1 = 27$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{27}{2} (a_9 + a_{91}) =$$

$$\frac{27}{2} (33 + 241) = \frac{27}{2} \times 274 = 27 \times 137 = 3699$$

۲۹- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع ۱۲ جمله‌ی اول، ۲ برابر مجموع ۸ جمله‌ی اول است. نسبت

جمله‌ی یازدهم به جمله‌ی ششم این دنباله برابر کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$S_{12} = 2S_8 \quad \frac{a_{11}}{a_6} = ?$$

$$\frac{12}{2} (2a_1 + 11d) = 2 \times \frac{8}{2} (2a_1 + 7d) \rightarrow \cancel{6}^3 (2a_1 + 11d) = \cancel{8}^4 (2a_1 + 7d)$$

$$9a_1 + 33d = 4a_1 + 28d \rightarrow 5a_1 = 5d \rightarrow a_1 = d$$

$$\frac{a_{11}}{a_6} = \frac{a_1 + 10d}{a_1 + 5d} = \frac{\frac{5}{1}d + 10d}{\frac{5}{1}d + 5d} = \frac{\frac{15}{1}d}{\frac{10}{1}d} = \left(\frac{3}{2} \right)$$

۴۴

ویژه رشته ریاضی

۳۰- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع ۸ جمله‌ی اول، ۱۵ برابر مجموع جملات اول و پنجم است. در

این دنباله نسبت جمله پنجم به سوم کدام است؟

۴ (۴) ✓

۴√۲ (۳)

۲ (۲)

۲√۲ (۱)

$$S_n = 15(a_1 + a_5) \rightarrow \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = 15(a_1 + a_1 q^4)$$

$$\frac{a_1(q^5 - 1)(q^5 + 1)}{q - 1} = 15a_1(q^5 + 1) \rightarrow \frac{(q^5 - 1)(q^5 + 1)}{q - 1} = 15$$

$$(q + 1)(q^5 + 1) = 15 \rightarrow q = 5 \quad \frac{a_5}{a_3} = q^2 = 25$$

۱۳۱- در یک دنباله‌ی هندسی با ۲۰ جمله، مجموع جملات ردیف فرد برابر ۳۰۶۹ و مجموع جملات ردیف زوج برابر $۳۰۶۹\sqrt{۲}$ است. جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۱۲ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۶ (۱)

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = ۳۰۶۹ \quad \xrightarrow{\times q} \quad a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = ۳۰۶۹q$$

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = ۳۰۶۹\sqrt{۲}$$

$$۳۰۶۹\sqrt{۲} = ۳۰۶۹q \rightarrow \underline{q = \sqrt{۲}}$$

$$\rightarrow \frac{a_1((\sqrt{۲})^{20}-1)}{\sqrt{۲}-1} = \frac{a_1(۲^{10}-1)}{\sqrt{۲}-1} = ۳۰۶۹ \rightarrow a_1 = ۳$$