



# کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

## ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

### فصل هفتم: الگو و دنباله

مهر داد عباسپور

#### دنباله‌ی حسابی (الگوی خطی)

در دنباله‌ی حسابی  $a_n$  با قدر نسبت  $d$ :

$$n \geq 2: a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n - a_m = (n-m)d$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت  $d$ ، یک معادله‌ی خط با شیب  $d$  است:

$$a_n = dn + k$$

#### تعداد جملات دنباله حسابی

تعداد اعداد  $a, a+1, a+2, \dots, b$ :

تعداد اعداد  $a, a+d, a+2d, \dots, b$ :

#### دنباله‌ی هندسی

در دنباله‌ی هندسی  $a_n$  با قدر نسبت  $q$  ( $aq \neq 0$ ):

$$n \geq 2: a_n = a_{n-1} \times q$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$$

#### واسطه‌ها

واسطه‌ی حسابی  $a$  و  $b$ :  $c = \frac{a+b}{2}$

واسطه‌ی هندسی  $a$  و  $b$ :  $c = \pm\sqrt{ab}$



**مثال :** بین ۱۲ و ۳۳ شش واسطه‌ی حسابی درج کنید.

## دنباله‌های درجه دوم

$$2n^2 + n + 3 : 6, 13, 24, 39, 58, \dots$$

وقتی تعداد جملات دنباله‌ی حسابی یا هندسی فرد باشد.

## جملات مشترک دو دنباله‌ی حسابی

دو دنباله‌ی حسابی با جملات صحیح و قدرنسبت طبیعی :

یا اصلاً جمله‌ی مشترک ندارند.

یا بی‌شمار جمله‌ی مشترک دارند که دنباله‌ی حسابی است. در این حالت قدرنسبت

دنباله‌ی جدید برابر «ک.م.م» قدرنسبت‌های دو دنباله‌ی اصلی است.

$$6n-1, 8n+1$$

## دسته‌بندی دنباله‌ها

دسته‌ی دهم را بیابید.  $\Rightarrow (5), (8, 11), (14, 17, 20), \dots$

## مجموع اعداد طبیعی ۱ تا $n$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

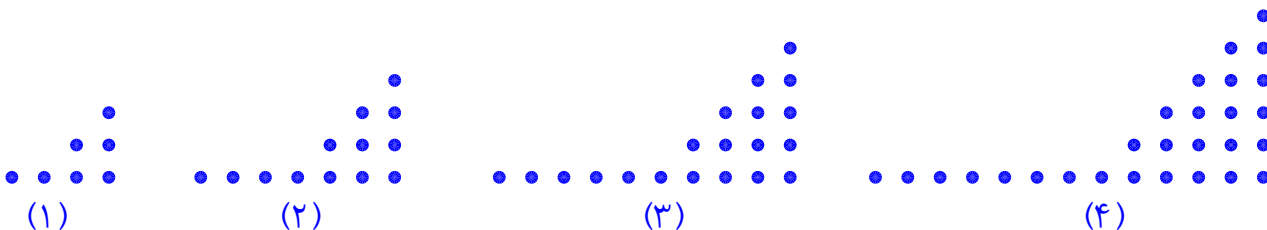
## یک مسئله معروف

**مثال :** جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند.

دهند.

## الگوهای شکلی

**مثال :** تعداد دایره‌ها در شکل دهم ؟





## مجموع جملات دنباله‌ی حسابی و هندسی

### مجموع جملات دنباله‌ی حسابی

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

### مجموع جملات دنباله‌ی هندسی

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

#### ویژه رشته ریاضی

۱- در یک دنباله‌ی حسابی جملات هفتم و چهارم به ترتیب ۸ و ۲۳ هستند. جمله‌ی نود و پنجم این دنباله کدام است؟

۴۸ (۱)      ۴۹ (۲)      ۵۳ (۳)      ۵۴ (۴)

۲- در دنباله‌ی حسابی  $a_n$ ،  $a_{11} = 5a_{35}$ ، چندمین جمله‌ی این دنباله برابر صفر است؟

۳۹ (۱)      ۴۰ (۲)      ۴۱ (۳)      ۴۲ (۴)

۳- در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی هفتم مربع جمله‌ی نهم است. چندمین جمله‌ی این دنباله برابر یک است؟

پنجم (۱)      هشتم (۲)      یازدهم (۳)      چهاردهم (۴)

۴- در دنباله‌ی هندسی  $y, \dots, \sqrt{x} + 27, \sqrt{x} + 3, \sqrt{x} - 3$  حاصل  $y - x$  چقدر است؟

۱۰۱ (۱)      ۱۰۲ (۲)      ۱۰۳ (۳)      ۱۰۴ (۴)

۵- بین ۸ و ۶۲، هشت واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم. واسطه‌ی هندسی کوچک‌ترین و بزرگترین از بین این هشت عدد کدام است؟

۱۸ (۱)      ۲۲ (۲)      ۲۶ (۳)      ۲۸ (۴)

۶- در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های «...، ۳۵، ۲۳، ۱۱، -۱» و «...، ۷۱، ۵۳، ۳۵» چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۲۴ (۱)      ۲۵ (۲)      ۲۶ (۳)      ۲۷ (۴)



۷- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی  $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$  در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۹)

- ۱) ۱۵۶۳ (۲) ۱۵۸۹ (۳) ۱۶۳۹ (۴) ۱۶۵۱

۸- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۵ و حاصل ضرب آنها ۲۷ می‌باشد. مقدار بزرگتر برای قدرنسبت کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{3} + 1$  (۲)  $2 + \sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{2} + 1$  (۴)  $3 + \sqrt{2}$

۹- جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدرنسبت دنباله هندسی، کدام است؟

(سراسری تهرانی خارج ۹۹)

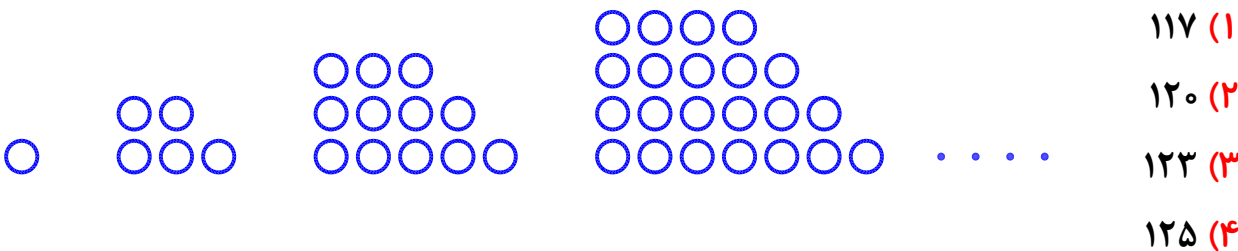
- ۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{9}{4}$

۱۰- در الگوی درجه دوم « ۱ ، ۹ ، ۲۳ ، ۴۳ ، ۶۹ ، . . . » مجموع ارقام عدد جمله بیستم کدام است؟

- ۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

(سراسری تهرانی ۹۸)

۱۱- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟



۱۲- در یک دنباله حسابی مجموع جملات پنجم و نهم برابر ۲۰ است. اگر جمله سوم این دنباله برابر ۲- باشد، مجموع دوازده جمله اول چقدر است؟

- ۱) ۸۴ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۱۴ (۴) ۱۲۶

ویژه رشته ریاضی

۱۳- مجموع  $n$  جمله اول دنباله  $a_n$ ، برابر  $3n^2 + n$  است. حاصل  $a_7 + a_9 + \dots + a_{41}$  کدام است؟

- ۱) ۲۵۳۶ (۲) ۲۵۴۴ (۳) ۲۵۵۶ (۴) ۲۵۶۴

ویژه رشته ریاضی



(سراسری ریاضی ۹۸)

۱۴- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۱۵- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع دوازده جمله‌ی اول ۱۳ برابر مجموع چهار جمله‌ی اول

آن است. جمله‌ی دوازدهم چند برابر جمله‌ی چهارم است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۱۶- حاصل عبارت  $\frac{t^{10} + t^8 + t^6 + \dots + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای  $t = 1 + \sqrt{3}$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

ویژه رشته ریاضی

آزمون:

۱۷- چندمین جمله از دنباله‌ی  $\frac{1}{5}, \frac{6}{11}, \frac{11}{17}, \frac{16}{23}, \dots$  برابر  $\frac{4}{5}$  است؟

هیچ کدام (۴)

۱۹ (۳)

۱۶ (۲)

۱۳ (۱)

۱۸- در یک دنباله‌ی حسابی با ۷۸ جمله، جملات اول و سوم ۲۴ و ۳۶ هستند. اگر جملات

اول،  $n$ ام و جمله‌ی آخر این دنباله‌ی حسابی، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند، مقدار  $n$

کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۹- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دهم و بیستم سه برابر جمله‌ی دوازدهم است.

جمله‌ی هجدهم این دنباله چند برابر جمله‌ی دوازدهم است؟

۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۲۰- در یک دنباله‌ی هندسی اکیداً نزولی با جملات مثبت، جملات دوم، سوم و پنجم سه

جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله‌ی هندسی برابر کدام

است؟

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (۴)

$\sqrt{5}-2$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  (۲)

$\sqrt{3}-1$  (۱)



۲۱- در یک دنباله‌ی حسابی با ۵ جمله، مجموع جملات برابر ۳۵ و مجموع مربعات جملات برابر ۲۸۵ است. جمله‌ی دوم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

۲۲- جملات «اول، دهم، چهاردهم» یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب با جملات «اول، دوم، چهارم» یک دنباله‌ی هندسی برابرند. مقدار مثبت قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  (۱)       $\frac{2}{3}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{3}{4}$  (۴)

۲۳- مجموع جملات مشترک و کوچکتر از ۳۰۰ در دو دنباله‌ی  $a_n = 8n + 1$  و  $b_n = 18n - 1$  کدام است؟

- ۴۹۸ (۱)      ۵۰۰ (۲)      ۵۰۲ (۳)      ۵۰۴ (۴)

۲۴- با توجه به دنباله‌ی دسته بندی شده‌ی  $(1), (4, 7), (10, 13, 16), \dots$  مجموع جملات اول و آخر دسته بیستم کدام است؟

- ۱۱۹۶ (۱)      ۱۱۹۹ (۲)      ۱۲۰۲ (۳)      ۱۲۰۵ (۴)

۲۵- در دنباله‌ی حسابی و غیر ثابت  $a_n$  با جملات مثبت، بین  $a_3$  و  $a_{41}$  دو واسطه‌ی هندسی مثبت درج کرده‌ایم. اگر از بین این دو واسطه، عدد کوچکتر برابر  $a_{11}$  باشد، قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- $1/125$  (۱)       $1/25$  (۲)       $1/375$  (۳)       $1/5$  (۴)

۲۶- اگر جمله‌ی  $n$ ام دنباله‌ی  $5, 6, 9, 14, 21, \dots$  را با  $a_n$  نشان دهیم، حاصل  $\sqrt{a_{61} - a_{49}}$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۱۸ (۲)      ۲۴ (۳)      ۳۶ (۴)

۲۷- در دنباله‌ی شکل‌های زیر، بزرگترین عدد در شکل دهم کدام است؟

$\textcircled{3}$ (۱)	$\textcircled{3} \quad \textcircled{7}$ (۲)	$\textcircled{3} \quad \textcircled{7} \quad \textcircled{15}$ (۳)	$\textcircled{3} \quad \textcircled{7} \quad \textcircled{15} \quad \textcircled{27}$ (۴)	$\dots$	۱۷۹ (۱)
					۱۸۳ (۲)
					۲۱۹ (۳)
					۲۲۳ (۴)



۲۸- در دنباله‌ی حسابی  $1, 5, 9, 13, \dots$  ،  $a_n$  ، مجموع جملات «  $a_9, a_{11}, a_{13}, \dots, a_{61}$  » برابر کدام است ؟

۳۷۵۳ (۴)

۳۷۲۶ (۳)

۳۶۹۹ (۲)

۳۶۷۲ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۲۹- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع ۱۲ جمله‌ی اول، ۲ برابر مجموع ۸ جمله‌ی اول است. نسبت جمله‌ی یازدهم به جمله‌ی ششم این دنباله برابر کدام است ؟

$\frac{5}{3}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

ویژه رشته ریاضی

۳۰- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع ۸ جمله‌ی اول، ۱۵ برابر مجموع جملات اول و پنجم است. در این دنباله نسبت جمله پنجم به سوم کدام است ؟

۴ (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

ویژه رشته ریاضی

۳۱- در یک دنباله‌ی هندسی با ۲۰ جمله، مجموع جملات ردیف فرد برابر  $3069$  و مجموع جملات ردیف زوج برابر  $3069\sqrt{2}$  است. جمله‌ی اول این دنباله کدام است ؟

۱۲ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

ویژه رشته ریاضی