

کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل هشتم : هندسه تحلیلی

مهر داد عباسپور

نقاط در دستگاه مختصات

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

فاصله‌ی دو نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$:

$$M = \frac{1}{2}(A + B)$$

نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB :

$$A' = 2B - A$$

قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B :

$$O = \frac{1}{2}(A + C) = \frac{1}{2}(B + D)$$

شرط اینکه $ABCD$ متوازی‌الاضلاع به مرکز O باشد :

$$A(1, 2)$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$B(3, 2)$$

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(2, \frac{4}{2}\right) = (2, 2)$$

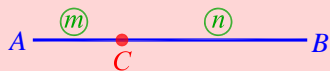


$$B = \frac{A+A'}{2} \rightarrow A' = 2B - A = 2(3, 2) - (1, 2) = (5, 2)$$



$$\rightarrow A + C = B + D$$

$$C = \frac{mB + nA}{m + n}$$



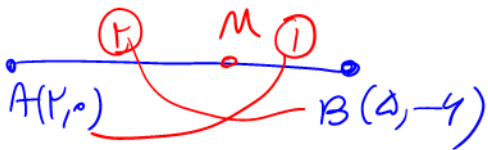
نقطه‌ای روی پاره خط AB !

$$G = \frac{1}{3}(A + B + C)$$



محل برخورد میانه‌های مثلث ABC :

مثال: نقاط $A(2,0)$ و $B(5,-6)$ مفروض‌اند. نقطه‌ای روی پاره خط AB بیابید که $MA = 2MB$ باشد.

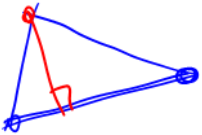


$$M = \frac{2B + 1A}{2 + 1} = \frac{(10, -12) + (2, 0)}{3} = (4, -4)$$

روش پیدا کردن مساحت مثلث ABC :

$$\begin{array}{cccc}
 A & B & C & A \\
 \hline
 x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\
 y_1 & y_2 & y_3 & y_1
 \end{array}
 \Rightarrow S = \frac{1}{2} |(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_3y_2 + x_2y_1)|$$

مثال : مساحت مثلث با رئوس $A(2,1)$ ، $B(3,-1)$ و $C(5,7)$ ؟



$$\begin{array}{cccc}
 A & B & C & A \\
 \hline
 2 & 3 & 5 & 2 \\
 1 & -1 & 7 & 1
 \end{array}$$

$$S = \frac{1}{2} |(2 \cdot (-1) + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 1) - (2 \cdot 7 + 5 \cdot (-1) + 3 \cdot 1)| = 9$$

همراستایی سه نقطه

برای اینکه سه نقطه A ، B و C بر یک خط قرار بگیرند، کافی است شیب دو تا از خطوط AB ، AC و BC برابر باشد.

مثال : نقاط $A(2,1)$ ، $B(3,5)$ و $C(a,2a)$ روی یک خط هستند. a ؟



$$m_{AB} = \frac{5-1}{3-2}$$

$$m_{AC} = \frac{2a-1}{a-2}$$

$$\frac{2a-1}{a-2} = 4 \rightarrow a = \frac{10}{2}$$

خط در دستگاه مختصات

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

شیب خط گذرنده از نقاط $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

خط گذرنده از نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ با شیب m :

$$m = m'$$

شرط موازی بودن دو خط با شیب‌های m و m' :

$$mm' = -1$$

$$m' = -\frac{1}{m}$$

شرط عمود بودن دو خط با شیب‌های m و m' :

$$y = mx + h$$

شیب \uparrow
عرض از مبدأ \rightarrow

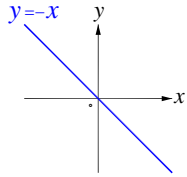
اگر در معادله‌ی خط y بر حسب x نوشته شود:

ضریب x شیب خط است (m). عدد ثابت عرض از مبدأ (h).

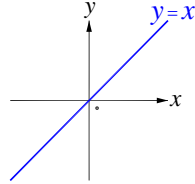
$$A(2, 3) \quad m = 12$$

$$y - 3 = 12(x - 2)$$

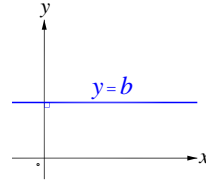
خط‌های خاص



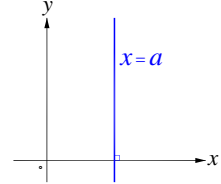
نیمساز ربع دوم و
چهارم



نیمساز ربع اول و
سوم

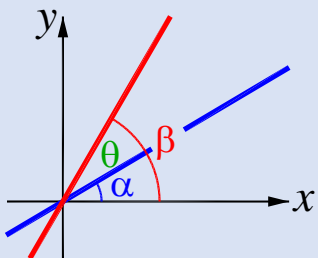


خط موازی محور x ها
شیب برابر صفر



خط موازی محور y ها
شیب تعریف نشده

زاویه بین خطوط



اگر شیب دو خط m و m' باشند و با جهت مثبت محور x زاویه‌های α و β بسازند و زاویه بین این دو خط θ باشد:

$$m = \tan \alpha \quad , \quad m' = \tan \beta$$

$$\theta = |\alpha - \beta|$$

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}}x \end{cases}$$

$$m = -1 \rightarrow \alpha = -45^\circ$$

$$m' = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \beta = 30^\circ$$

مثال: زاویه بین دو خط $x + y = 1$ و $x = \sqrt{3}y$

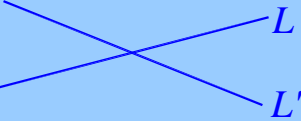
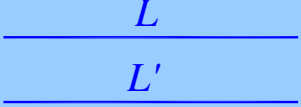
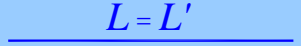
$$\ominus \rightarrow \theta = 75^\circ$$

~~10° 170°~~

x

وضع نسبی دو خط

وضع دو خط به معادلات $L : ax + by = c$ و $L' : a'x + b'y = c'$

$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$		متقاطع
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$		موازی غیر منطبق
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$		منطبق

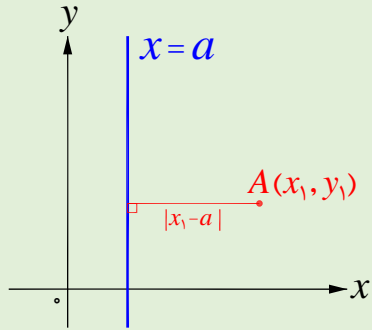
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \quad \frac{2}{3} \neq \frac{3}{-4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 1 \text{ موازی} \\ 4x + 4y = 3 \text{ غیر منطبق} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 1 \\ 4x + 4y = 2 \end{array} \right\} \text{ تکیه اند}$$

9

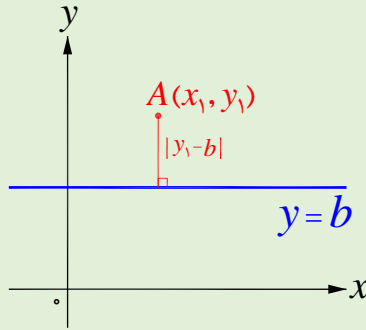
فاصله نقطه از خط :



$$d = |x_1 - a|$$

$A(1, 2) : x = 4$

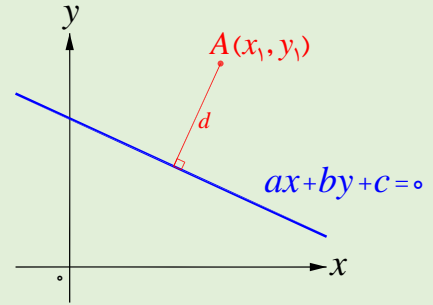
۱. $d = |1 - 4| = 3$



$$d = |y_1 - b|$$

$A(1, 2) : y = -1$

$d = |2 - (-1)| = 3$



$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$3x + 4y = 1$ از $A(1, 2)$ دور

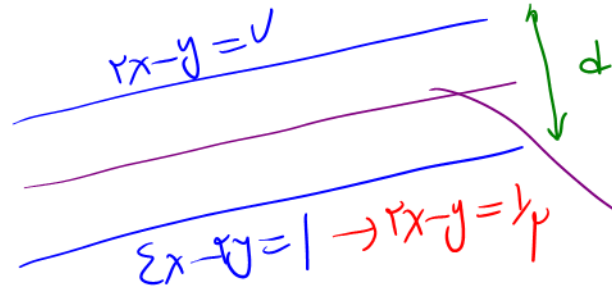
$$d = \frac{|3x + 4y - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|3 + 8 - 1|}{5} = 2$$

فاصله دو خط موازی، خط وسط آنها

برای دو خط موازی $ax + by = c$ و $ax + by = c'$:

فاصله دو خط موازی :
$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

معادله خط وسط آنها :
$$ax + by = \frac{c + c'}{2}$$

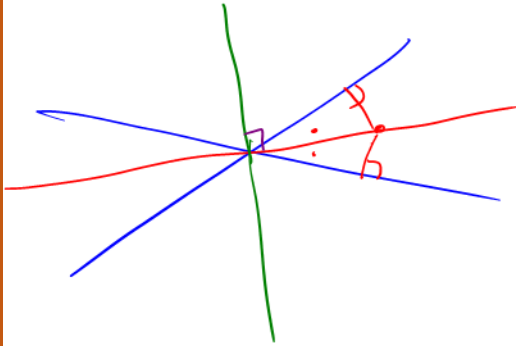


$$d = \frac{|v - k_p|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{13}{\sqrt{5}}$$

خط وسط : $2x - y = \frac{v + k_p}{2}$

نیمسازهای زاویه‌های بین دو خط متقاطع

کافی است، فاصله‌ی نقطه‌ی فرضی (x, y) روی نیمساز را تا دو خط داده شده برابر قرار دهیم.



مثال: نیمساز زاویه‌ی بین خطوط $y = x$ و $y = 7x$ ؟

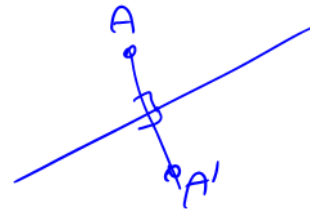
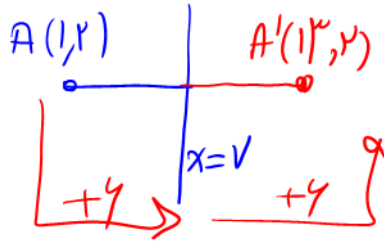
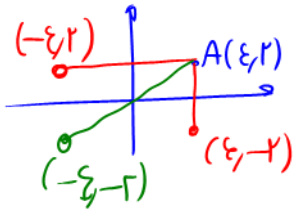
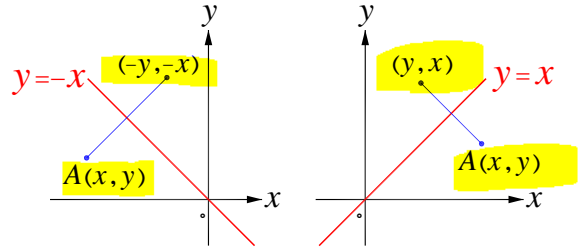
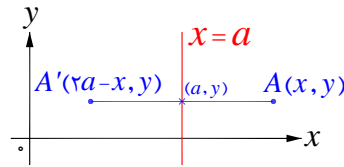
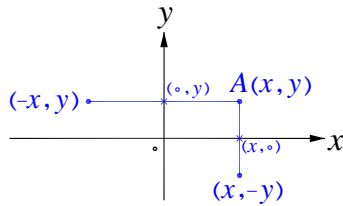
$$\frac{|y-x|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|y-7x|}{\sqrt{49+1}}$$

$$\frac{|y-x|}{1} = \frac{|y-7x|}{5}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x \\ y = 2x \end{cases}$$

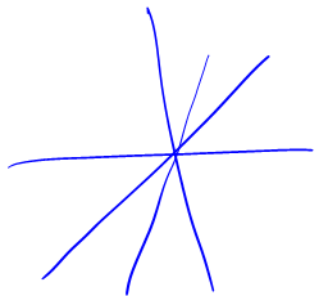
قرینه‌ی نقاط نسبت به :

محورهای مختصات و خطوط موازی آنها، نیمساز ربع‌های مختصات



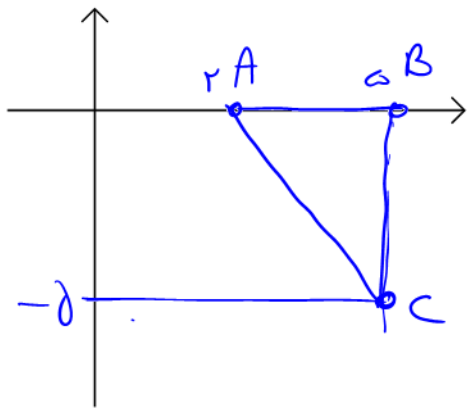
دسته خط

نقطه‌ی ثابت دسته خطوط $(m-1)x + (m-2)y = 2m+1$ را بیابید.



$$\left\{ \begin{array}{l} m=1 \rightarrow -y=3 \\ m=2 \rightarrow x=0 \end{array} \right. \longrightarrow O(2, -3)$$

۱- نقاط $A(2,0)$ ، $B(5,0)$ و $C(5,-5)$ سه رأس یک مثلث اند. این مثلث چگونه است؟



(۱) متساوی الاضلاع است.

(۲) متساوی الساقین است ولی قائم الزویه نیست.

(۳) قائم الزویه متساوی الساقین

(۴) قائم الزویه است ولی متساوی الساقین نیست.

$$AB = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5$$



$$(\sqrt{34})^2 = 3^2 + 5^2$$

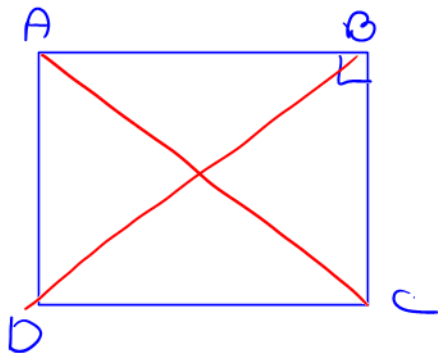
۲- مختصات سه تا از رئوس مستطیل $ABCD$ به صورت $A(2,3)$ ، $B(4,1)$ و $C(m,-1)$ است. طول نقطه D کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)



$$AB \perp BC \rightarrow m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$$

$$\frac{3-1}{2-\varepsilon} \times \frac{1+1}{\varepsilon-m} = -1 \rightarrow \frac{2}{m-\varepsilon} = -1$$

$$\rightarrow m-\varepsilon = -2 \rightarrow m = \varepsilon - 2$$

$$A + C = B + D \rightarrow$$

$$(2,3) + (\varepsilon,-1) = (4,1) + D \rightarrow D = (\varepsilon-2, 1)$$

۳- اگر مساحت مثلث ABC که $A(1,2)$ ، $B(3,1)$ و $C(a,a+1)$ است، برابر ۶ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & a+1 \\ 3 & 1 & a \end{vmatrix}$$

$$\underline{5(3)}$$

$$9(2)$$

$$3(1)$$

$$S = \frac{1}{2} \left| (1 + 3a + 3 + 2a) - (6 + a + a + 1) \right| = \frac{1}{2} |3a - 3|$$

$$\frac{3}{2} |a-1| = 6 \rightarrow |a-1| = 4 \rightarrow a-1 = \pm 4 \rightarrow a = 5, -3$$

۴- اگر a عدد مثبت و نقاط $A = (-1, a-1)$ ، $B = (1, 2a+1)$ و $C = (a, 7)$ روی یک خط راست باشند،

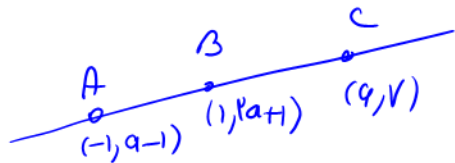
این خط محور y ها را در کدام عرض قطع می کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

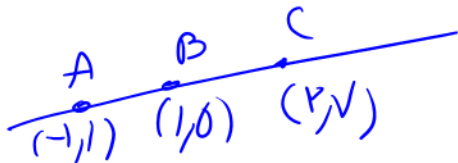
۱ (۱)



$$m_{AB} = m_{BC} \rightarrow \frac{a+2}{2} = \frac{2a-6}{1-a}$$

$$\rightarrow a - a^2 + 2 - 2a = 2a - 12$$

$$\rightarrow a^2 + 2a - 12 = 0 \rightarrow a = 2, -4 \quad a > 0 \rightarrow a = 2$$



$$y - 1 = 2(x + 1)$$

$$y = 2x + 3$$

$$x = 0 \rightarrow y = 3$$

۱۸

$$m = 2$$

۵- سه خط به معادلات $y = 3x - a$ ، $y = 2x + a$ و $ax - 2y + 12 = 0$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند.

مجموع طول و عرض نقطه‌ی A کدام می‌تواند باشد؟

۲۲ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۷ (۱)

$$3x - a = 2x + a \rightarrow x = 2a \rightarrow y = 0a$$

$$A(2a, 0a) \xrightarrow{ax - 2y + 12 = 0} a(2a) - 2(0a) + 12 = 0$$

$$a^2 - 0a + 12 = 0 \rightarrow a = 2, 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} A(4, 0) \xrightarrow{+} 14 \\ A(8, 0) \xrightarrow{+} 22 \end{array} \right.$$

۶- دو خط $(m+1)x + 5y = 3m - 2$ و $2x + (m-2)y = 4$ بر هم منطبق هستند. عرض از مبدأ

کدام است؟

$$-\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3m + 5 = 4m - 2$$

$$m = 7$$

$$m = 7$$

$$3 = 6 + x$$

$$y = -3 + 6$$

$$-\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{m+1}{2} = \frac{2}{m-2} = \frac{3m-2}{5}$$

$$m = 7 \rightarrow \frac{2}{7} = \frac{2}{7} = \frac{10}{5} \quad \checkmark$$

۷- زاویه‌ی بین دو خط $y = x + 2$ و $\sqrt{3}x + y = 1$ کدام است؟


60° (۳)

30° (۲)

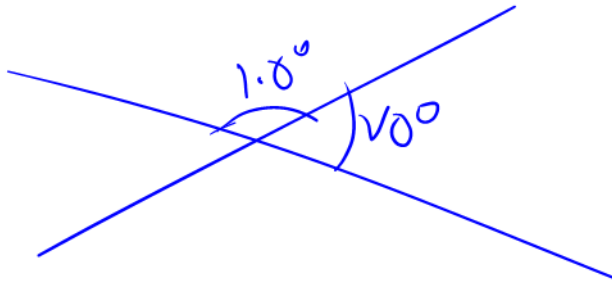
15° (۱)

75° (۴)

$$m = 1 \rightarrow 45^\circ$$
$$m' = -\sqrt{3} \rightarrow -60^\circ$$



$$\rightarrow 105^\circ$$



۸- قرینه‌ی نقطه‌ی $A = (2, 4)$ نسبت به خطوط $y = x - 2$ و $x = 5$ را به ترتیب B و C می‌نامیم.

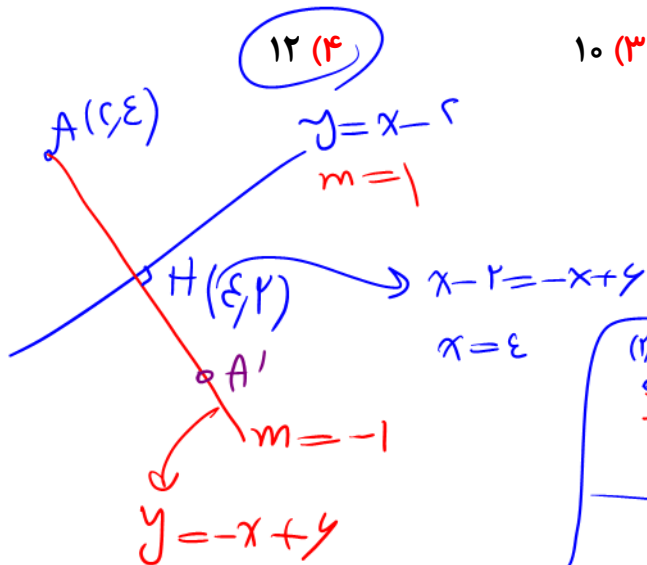
مساحت مثلث ABC کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

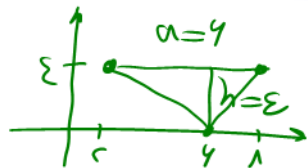
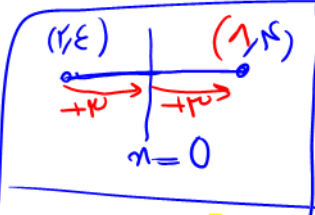
۱۰ (۳)

۱۲ (۴)



$$\frac{A + A'}{2} = H$$

$$A' = 2H - A = (9, 0)$$



$$S = \frac{1}{2} |5 \cdot 4 - 2 \cdot 2| = 11$$

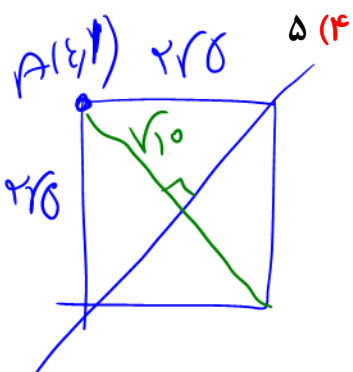
۹- در مربعی به مساحت ۲۰، معادله‌ی یکی از قطرهای $y = ax - 1$ و مختصات یکی از رئوس غیر

واقع بر این قطر، $A = (4, 1)$ است. مقدار مثبت a کدام است؟

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



$$S = 20 = k^2 \rightarrow k = 2\sqrt{5}$$

$$d = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$y - ax + 1 = 0$$

$$d = \frac{|y - ax + 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|1 - 4a + 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \sqrt{10}$$

$$|2a - 1| = \sqrt{10a^2 + 10} \rightarrow 14a^2 - 14a + 1 = 10a^2 + 10 \rightarrow 4a^2 - 14a - 9 = 0$$

$$4a^2 - 14a - 9 = 0 \rightarrow a = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 144}}{8} = \frac{14 \pm 20}{8}$$

۳ (۳)

۱۰- اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$ ، $y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازهی

(سراسری تیرین فارغ ۹۹)

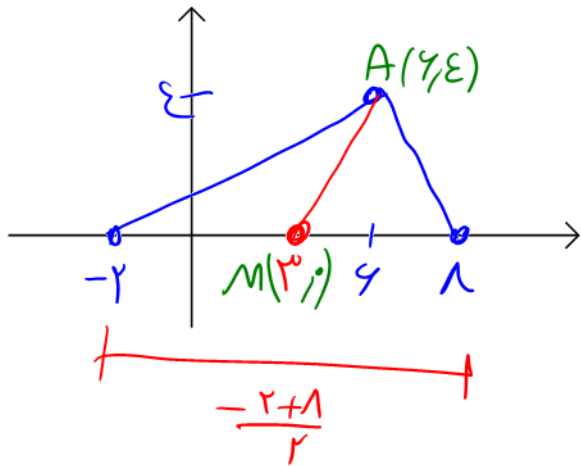
میانهدی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحهی مختصات کدام است؟

۶ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

۵ (۲) ✓

$2\sqrt{5}$ (۱)



$$\begin{cases} y - x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (-2, 0)$$

$$\begin{cases} y + 2x = 16 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (8, 0)$$

$$\begin{cases} 2y - x = 2 \\ y + 2x = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$AM = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

۱۱- معادله قطرهای دایره‌ای به صورت $(m-2)x + (3-m)y = 2m+1$ هستند. این دایره از نقطه‌ی $A(1,2)$ می‌گذرد. خطی که در نقطه‌ی A بر دایره مماس است، محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

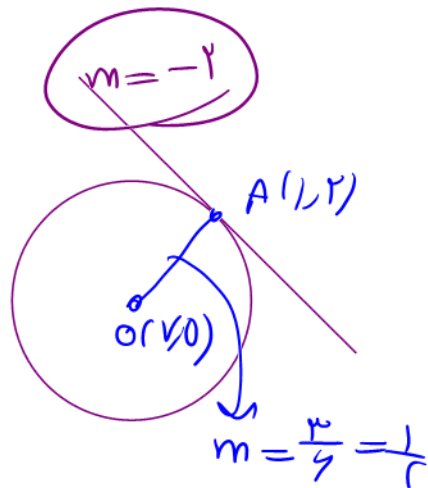
$4(4)$ $3(3)$ $2(2)$ $1(1)$

$m=2 \rightarrow y=5$
 $m=3 \rightarrow x=7$

\rightarrow قطع $\circ (7,5)$

$$y-2 = -2(x-1)$$

$$y = -2x + 4 \quad \xrightarrow{x=0} \quad y = 4$$



آزمون

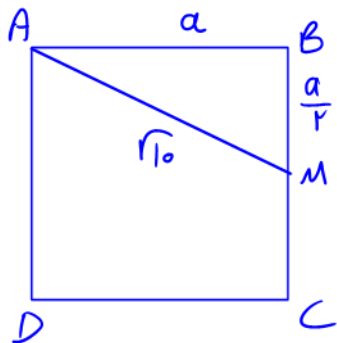
۱۲- مربع $ABCD$ که در آن M وسط ضلع BC است، مفروض است. اگر $A = (1, 5)$ و $M = (4, 4)$ باشد، مساحت این مربع چقدر است؟

۱ (۴) ✓

۴ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)



$$AM = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$a^2 + \frac{a^2}{4} = 10 \rightarrow \frac{5a^2}{4} = 10 \rightarrow a^2 = 8$$

$$S = 8$$

۱۳- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، رأس A روی خط $y = 2x + 1$ ، و مرکز متوازی‌الاضلاع روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است. اگر $C(2, -1)$ و $D(5, 1)$ باشند، مختصات رأس B کدام است؟

(۳, ۱) (۴)

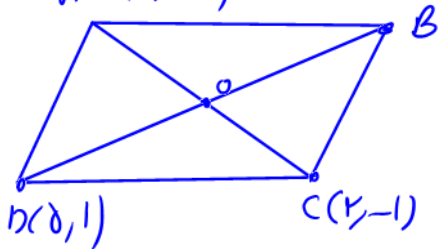
(۱, ۳) (۳)

(۳, -۱) (۲)

(-۱, ۳) (۱) ✓

$A(2, 5)$

$A(x, 2x+1)$



$$O = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2}$$

$$O = \left(\frac{x+2}{2}, \frac{2x}{2} \right) \rightarrow x = \frac{x+2}{2} \rightarrow \underline{x=2}$$

$$A+C = B+D \Rightarrow (2, 5) + (2, -1) = B + (5, 1)$$

$$\rightarrow B(-1, 3)$$

۱۴- مساحت مثلثی که دو رأس آن نقطه‌ی تلاقی خط $2x + 3y = 12$ با محورهای مختصات، و رأس سوم آن روی نیمساز ربع دوم و چهارم است برابر ۱۴ است. طول رأس سوم مثلث کدام است؟

-۲۶، ۲ (۴) ✓

۲۴، -۴ (۳)

-۲۶، ۴ (۲)

-۲۴، ۲ (۱)

$A(0, 4)$

$B(6, 0)$

$C(x, -x)$

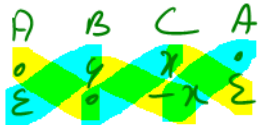
$\rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$

$CH = \frac{|2x + 3y - 12|}{\sqrt{4 + 9}} =$

$CH = \frac{|2x - 3x - 12|}{\sqrt{13}} \rightarrow S = \frac{|x + 12|}{\sqrt{13}} \times \frac{2\sqrt{13}}{2} \times \frac{1}{2} = |x + 12|$



$|x + 12| = 14 \rightarrow x + 12 = \pm 14$
 $\rightarrow x = 2, -24$



$S = \frac{1}{2} |(-4) - (3x)| = |x + 12|$

۱۵- یک خط از نقاط $A(1, a)$ ، $B(a, 2)$ و $C(4, 2a)$ می‌گذرد. مقدار مثبت a کدام است؟

$$\sqrt{5}-1 \text{ (۴)}$$

$$\sqrt{5}+1 \text{ (۳)}$$

$$\sqrt{7}-1 \text{ (۲)}$$

$$4\sqrt{3} \text{ (۱)}$$

$$m_{AB} = m_{BC} \rightarrow \frac{a-2}{1-a} = \frac{2a-2}{2-a} \rightarrow$$

$$(a-2) \overset{a-2}{(\cancel{2-a})} = (2a-2) \overset{a-1}{(\cancel{1-a})} \Rightarrow a^2 - 9a + 1 = 2a^2 - 2a + 2$$

$$a^2 + 2a - 9 = 0 \rightarrow a = -1 \pm \sqrt{7}$$

۱۶- معادلات سه ارتفاع یک مثلث به صورت $y = ax + 1$ ، $x + y = 7$ و $3x - y = a - 1$ هستند.

مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

-۵ (۲)

-۷ (۱) ✓

همرس

۷ (۴)

۵ (۳)

$$3x - y = a - 1 \quad + \quad x + y = 7 \quad \rightarrow \quad 4x = a + 6 \quad \rightarrow \quad x = \frac{a + 6}{4}$$

$$x + y = 7 \quad \rightarrow \quad \frac{a + 6}{4} + y = 7 \quad \rightarrow \quad y = \frac{22 - a}{4}$$

$$\left(\frac{a + 6}{4}, \frac{22 - a}{4} \right) \xrightarrow{y = ax + 1} \frac{22 - a}{4} = a \left(\frac{a + 6}{4} \right) + 1 \quad \rightarrow$$

$$22 - a = a^2 + 6a + 4 \quad \rightarrow \quad a^2 + 7a - 18 = 0 \quad \rightarrow \quad a_1 + a_2 = -7$$

۱۷- به ازای چه مقدار a دو خط $ax + 2y = 8$ و $8x + ay = a^2$ موازی و غیر منطبق اند؟

(۴) نشدنی

(۳) ۴

(۲) -۴

(۱) ± 4

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{2} \neq \frac{a^2}{8} \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = \pm 4$$

$$a^2 \neq 4^2 \rightarrow a \neq 4 \rightarrow a = -4$$

۱۸- یکی از خطوط نیمساز زاویه‌ی بین دو خط $3x - 4y = 14$ و $4x - 3y = 7$ موازی نیمساز ربع اول و سوم است. عرض از مبدأ آن کدام است؟

$7 \ (1)$ $-7 \ (2)$ $3 \ (3)$ $-3 \ (4)$ ✓

$$\frac{|3x - 4y - 14|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|4x - 3y - 7|}{\sqrt{16 + 9}} \Rightarrow 3x - 4y - 14 = \pm (4x - 3y - 7)$$

$$\begin{cases} -x - y - 7 = 0 \\ 7x - 7y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \checkmark \rightarrow y = x - 1 \quad x = 0 \rightarrow y = -1$$

۱۹- اگر A نقطه‌ای روی خط $y = 2x - 1$ باشد، که فاصله‌ی آن از خط $y = 7x + 4$ برابر $\sqrt{2}$ است، عرض نقطه‌ی A کدام می‌تواند باشد؟

-۴ (۴)

-۵ (۳)

-۶ (۲)

-۷ (۱) ✓

$$A(x, 2x-1) \quad d = \frac{|7x - y + 4|}{\sqrt{49+1}} = \sqrt{2} \rightarrow |7x - (2x-1) + 4| = 10$$

$$|5x + 5| = 10 \rightarrow |x+1| = 2 \rightarrow x+1 = \pm 2$$

$$x = 1 \quad A(1, 1)$$

$$x = -3 \quad A'(-3, -7)$$

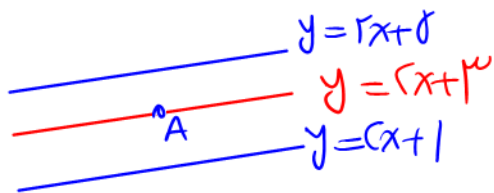
۲۰- نقطه‌ی A از دو خط به معادلات $y = 2x + 1$ و $y = 2x + 5$ فاصله‌ی برابر دارد. با فرض $B = (5, 3)$ و $C = (1, 7)$ ، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا نقاط B و C برابر است. مجموع طول و عرض نقطه‌ی A کدام است؟

صفر ✓ (۴)

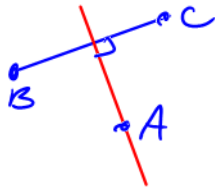
(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱



$$\frac{2+1}{2} = 3$$



$$BC \text{ وسط} = \frac{B+C}{2} = (3, 5)$$

$$m_{BC} = \frac{2}{-2} = -1 \rightarrow m_{\perp} = +1$$

$$\rightarrow y = x + 2$$

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = x + 2 \end{cases} \rightarrow A(-1, 1)$$

۲۱- خطی با شیب m ، از نقطه‌ی $(2, -1)$ می‌گذرد و همراه با محورهای مختصات مثلثی به مساحت ۶ می‌سازد. بزرگترین مقدار m کدام است؟

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۳)$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (۲)$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (۱)$$

$$y + 1 = m(x - 2)$$

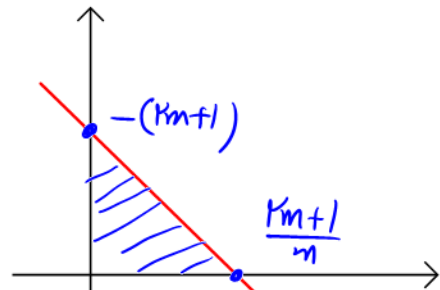
$$x = 0 \rightarrow y = -cm - 1$$

$$y = 0 \rightarrow 1 = mx - cm \rightarrow x = \frac{(1+m)}{m}$$

$$S = \frac{1}{2} \left| \frac{(1+m)^2}{m} \right| = \frac{(1+m)^2}{2|m|} = 6$$

$$2m^2 + 2m + 1 = \pm 12m$$

$$\begin{cases} 2m^2 - 10m + 1 = 0 \\ 2m^2 + 14m + 1 = 0 \end{cases}$$



$$m = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{4}}{2}$$

$$m_1, m_2 < 0$$

۲۲- معادلات دو ضلع یک متوازی الاضلاع $y = x + 5$ و $x = 4$ هستند. مختصات یکی از رئوس این

متوازی الاضلاع $A = (1, 1)$ است. مساحت این متوازی الاضلاع چقدر است؟

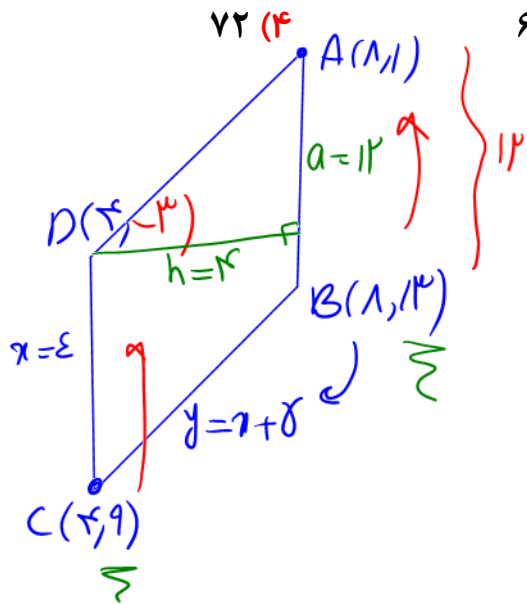
۳۶ (۱)

۴۸ (۲) ✓

۶۰ (۳)

۷۲ (۴)

$$S = 12 \times 4 = 48$$

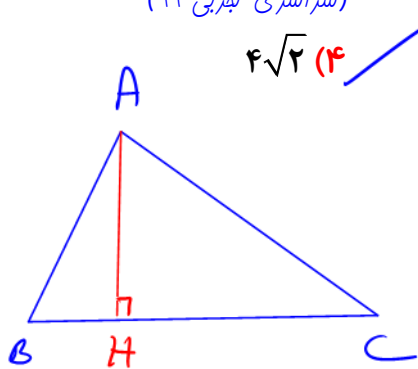


۳۶

۲۳- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ ، مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث

ABC ، کدام است؟

(سراسری تیربی ۹۹)



$4\sqrt{2}$ (۴)

۵ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

$$m_{BC} = \frac{5}{4} = 1$$

$$y = x - 7 \rightarrow BC: y - x + 7 = 0$$

$$AH = \frac{|y - x + 7|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|5 - 1 + 7|}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

۲۴- همهی خطوط با معادلات $(m-1)x + (2m+1)y = m+5$ از مرکز یک لوزی می‌گذرند. یکی از اضلاع این لوزی روی نیمساز ربع اول است. اگر محیط این لوزی برابر $12\sqrt{2}$ باشد، مساحت آن چقدر است؟

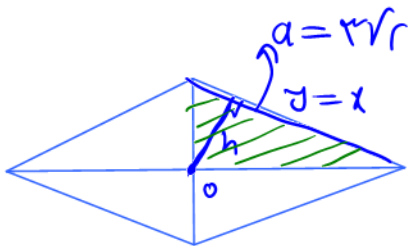
۵۰ (۴)

۳۰ (۳) ✓

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

$$\begin{cases} m=1 \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3y=6 \\ -\frac{3}{2}x = \frac{9}{2} \end{cases} \rightarrow O(-3, 2)$$

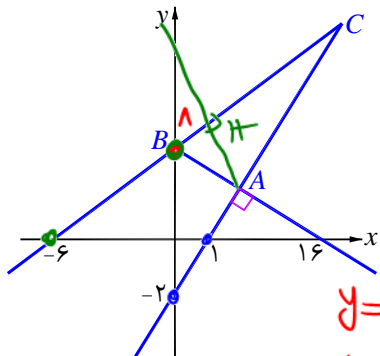


$$h = \frac{|y-x|}{\sqrt{2}} = \frac{|2-(-3)|}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{12\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}r$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2}r = \frac{5r}{1} \rightarrow \begin{cases} S_{\text{کل}} = 6 \times \frac{5}{1} \\ = 30 \end{cases}$$

۲۵- با توجه به شکل روبه‌رو، عرض از مبدأ ارتفاع رأس A از مثلث ABC کدام است؟



$$10 \text{ (۲)}$$

$$9 \text{ (۱) ✓}$$

$$12 \text{ (۴)}$$

$$11 \text{ (۳)}$$

$$m_{AC} = \frac{2}{1} = 2 \rightarrow y = 2x - 2$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 14)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 7$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

$$m_{BC} = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow m_{AH} = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 7 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2x - 2 = -\frac{1}{2}x + 7 \rightarrow x = 4 \rightarrow A(4, 4)$$

$$AH: y - 4 = -\frac{3}{2}(x - 4) \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 10 \xrightarrow{x=0} y = 10$$