



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل دهم : مثلثات

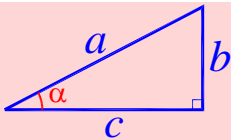
مهر داد عباسپور

واحدهای اندازه گیری زاویه و روابط بین آنها

$$\text{زاویه ۱ رادیان} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ$$

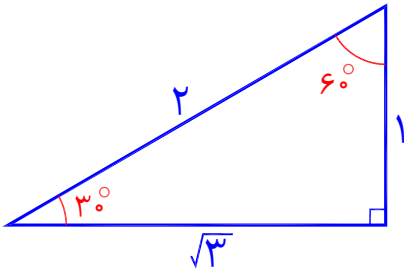
$$\text{رابطه ی بین درجه (D) و رادیان (R)} : \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

نسبت های مثلثاتی زاویه ی حاده ی مثلث قائم الزاویه



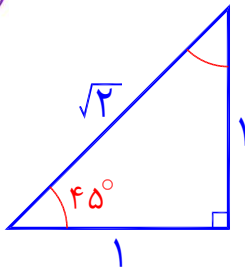
$$\sin \alpha = \frac{b}{a} , \quad \cos \alpha = \frac{c}{a} , \quad \tan \alpha = \frac{b}{c} , \quad \cot \alpha = \frac{c}{b}$$

نسبت های مثلثاتی زوایای ۳۰ ، ۴۵ و ۶۰ درجه



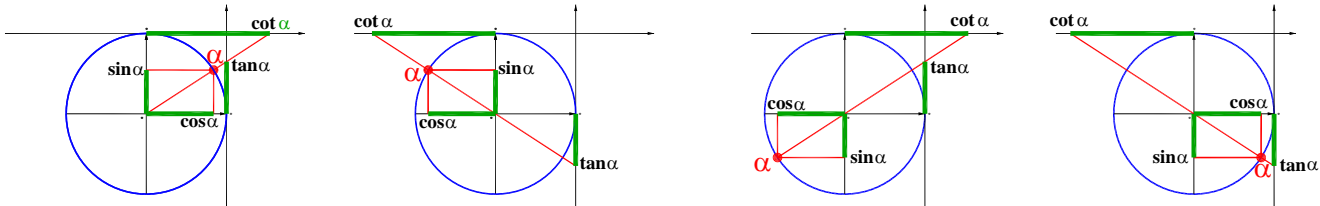
$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot 30^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \tan 60^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

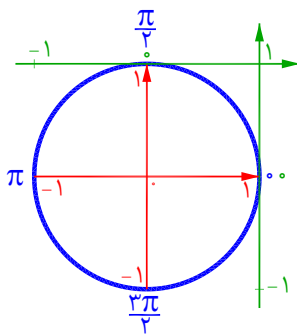


$$\begin{cases} \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1 \end{cases}$$

نسبت‌های مثلثاتی در ربع‌های مختلف دایرهی مثلثاتی



نسبت‌های مثلثاتی در چهار نقطه‌ی مهم دایرهی مثلثاتی



	$\alpha = 0$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$	$\alpha = \frac{3\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	0	-1	0
$\tan \alpha$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده
$\cot \alpha$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0

نامساوی‌های مثلثاتی

مثال : اگر حاصل $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ باشد، محدوده‌ی تغییرات نسبت‌های مثلثاتی x را مشخص کنید.

مثال : اگر $\tan x \geq 1$ باشد، محدوده‌ی تغییرات x را روی دایرهی مثلثاتی مشخص کنید.

مثال : نامعادله‌ی $\frac{\sin x}{2 \cos x - 1} < 0$ را حل کنید.

محاسبه‌ی سایر نسبت‌های مثلثاتی وقتی یکی از آنها معلوم است.

مثال : اگر $\tan \theta = -\frac{15}{8}$ و θ در ربع دوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی θ را بیابید.



نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه، متمم و مکمل

متمم	مکمل	قرینه
$\left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \\ \tan(-\alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) = -\cot \alpha \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha \\ \cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha \end{array} \right.$
---	---

در حالت کلی هرگاه به زاویه مضرب π اضافه شود، نام نسبت تغییر نمی‌کند و اگر مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ اضافه شود، نام نسبت تغییر می‌کند (سینوس به کسینوس، تانژانت به کتانژانت و برعکس). علامت نیز از ناحیه‌ی آن مشخص می‌شود.

مثال : $\tan\left(-\frac{3\pi}{2} - \alpha\right), \sin(\pi + \alpha)$

مثال : حاصل $\sin \frac{4\pi}{3}, \cos 315^\circ, \tan \frac{17\pi}{6}$ را بیابید.

مثال : علامت $\sin \frac{65\pi}{7}, \cos 3, \tan 104^\circ$ را تعیین کنید.

۱- حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی فارغ ۹۱)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $\sqrt{3}$

۲- مقادیر $\cos(5)$ ، $\tan(-777^\circ)$ به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) مثبت، مثبت (۲) مثبت، منفی (۳) منفی، مثبت (۴) منفی، منفی

۳- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ با فرض $\tan 15^\circ = 0,28$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$
- (سراسری تجربی ۹۴)



۴- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار

$$\tan\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + 10\sqrt{2} \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) \text{ کدام است؟}$$

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۲۱ (۴) -۲۱

۵- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha < 0$ و $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$ آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه‌ی دایره مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۶- برد تابع $f(x) = 12 \cos x$ ؛ $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{6}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

اتحادهای مثلثاتی

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\tan x = \frac{1}{\cot x} \Rightarrow \tan x \cdot \cot x = 1$
$\begin{cases} \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x \\ \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x \end{cases}$	$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}$

نکته: ارتباط بین $\sin x \pm \cos x$ ، $\sin x \cos x$ و $\tan x + \cot x$ را بلد باشید. کافی است که $\sin x \pm \cos x$ رو به توان ۲ برسویند.

مثال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{p}$ باشد، حاصل $\tan x + \cot x$ را بیابید.

اتحادهای مثلثاتی 2α

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
$\begin{cases} \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha) \\ \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \end{cases}$	$\begin{cases} 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\ 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \end{cases}$

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$



اتجاهای مثلثاتی $\alpha \pm \beta$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \xrightarrow{\beta \rightarrow -\beta} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \xrightarrow{\beta \rightarrow -\beta} \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \xrightarrow{\beta \rightarrow -\beta} \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

حواستون باشه که :

$$\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \quad , \quad \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

ویژه رشته ریاضی

ساده کردن $a \sin x + b \cos x$:

کافی است که از $\sqrt{a^2 + b^2}$ فاکتور بگیرید. مثلاً :

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

ویژه رشته ریاضی

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{\pi}{12} = 15^\circ$ و $\frac{\pi}{8} = 22,5^\circ$

محاسبه‌ی سینوس و کسینوس این زوایا از روابط نصف زاویه :

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \quad , \quad \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

و یا روابط مجموع و تفاضل دو زاویه استفاده می‌کنیم :

محاسبه‌ی تانژانت این زوایا با شکل :



$\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
$\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$	$\tan \frac{\pi}{12} = 2-\sqrt{3}$

۷- اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $(\frac{1}{\sin x} - \sin x) \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$ کدام است؟

- (سراسری تهرنی فارغ ۹۸)
- (۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$
 (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

۸- اگر $\frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{1-\cos x}{\sin x} = 2\sqrt{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos 2x}$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -3 (۳) 3 (۴) 4

۹- اگر $\frac{6+\sin^2 x}{1+\cos^2 x} = 5$ باشد، مقدار $\tan^2 x + \cot^2 x$ چقدر است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $3/5$ (۳) 3 (۴) 4

۱۰- اگر $\frac{\sin x}{1+\cos x} = a$ و $\frac{1-\cos x}{\sin x} = 3a-8$ باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 3 (۳) $3/5$ (۴) 4

۱۱- اگر $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

- (۱) $1/9$ (۲) $2/9$ (۳) $4/9$ (۴) $5/9$

۱۲- برای کدام x بر حسب درجه تساوی $\sin x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8}$ برقرار است؟

- (۱) 8 (۲) 9 (۳) 10 (۴) 12

۱۳- حاصل $1 - (2\sin^2 x - 1)^2$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴- مقدار $\tan \frac{5\pi}{12}$ برابر کدام است؟

- (۱) $2+\sqrt{2}$ (۲) $3+\sqrt{2}$ (۳) $2+\sqrt{3}$ (۴) $3+\sqrt{3}$



۱۵- حاصل $\tan x + \cot x - \tan 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ برابر کدام است؟

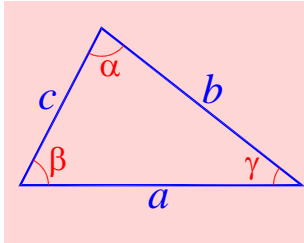
$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$-4\sqrt{3}$ (۱)

کاربرد مثلثات در هندسه



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

قضیه سینوس‌ها :

$$S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$$

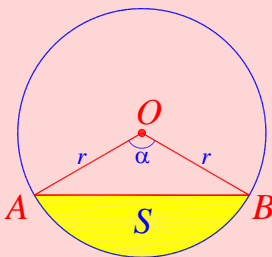
قضیه مساحت :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

قضیه کسینوس‌ها :

$$S = \frac{1}{2}absin \alpha$$

مساحت چهارضلعی با قطرهای a و b که زاویه بین دو قطر α باشد :



$$AB \text{ کمان طول} = \frac{\alpha}{2\pi} \times \text{محیط دایره} = \frac{\alpha}{2\pi} \times 2\pi r = r\alpha$$

$$OAB \text{ قطاع مساحت} = \frac{\alpha}{2\pi} \times \text{مساحت دایره} = \frac{\alpha}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{1}{2}r^2\alpha$$

مساحت مثلث ABO - مساحت قطاع S مساحت ناحیه سایه زده

قضیه کسینوس‌ها : ویژه رشته ریاضی

زاویه بین عقربه‌های ساعت

مثال : ساعت ۵:۴۸

۱۶- در مثلث ABC با زوایای حاده، اگر مساحت برابر ۴۸ ، $AC = ۱۸$ و $AB = ۸$ باشد،

مقدار تقریبی $\cot \hat{A}$ برابر چقدر است؟

$1/7$ (۴)

$1/5$ (۳)

$1/3$ (۲)

$1/1$ (۱)

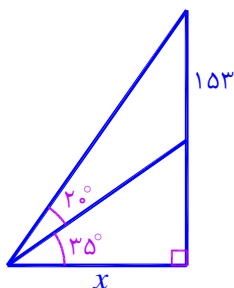
۱۷- در شکل روبه‌رو x چقدر است؟ ($\tan 35^\circ \approx 0.7$)

210 (۲)

200 (۱)

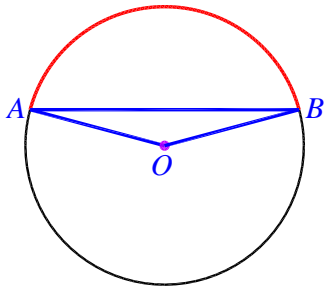
230 (۴)

220 (۳)





۱۸- در شکل روبه‌رو طول کمان AB برابر π و $AOB = 15^\circ$ باشد، مساحت مثلث AOB چقدر است؟



- (۱) ۰/۳۶
(۲) ۰/۴۲
(۳) ۰/۴۸
(۴) ۰/۶۴

توابع متناوب

تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم:

$$x \pm T \in D_f, \quad f(x \pm T) = f(x)$$

کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f می‌نامیم.

قضیه: اگر دوره تناوب تابع $y = f(x)$ برابر T باشد، دوره تناوب تابع $y = Af(ax+b) + B$ که a عددی غیر صفر است برابر $\frac{T}{|a|}$ است.

دوره تناوب چند تابع مهم:

فرد n : $\sin^n x, \cos^n x$	$T = 2\pi$
زوج n : $\sin^n x, \cos^n x, \sin x , \cos x $	$T = \pi$
$\tan^n x, \cot^n x$	$T = \pi$

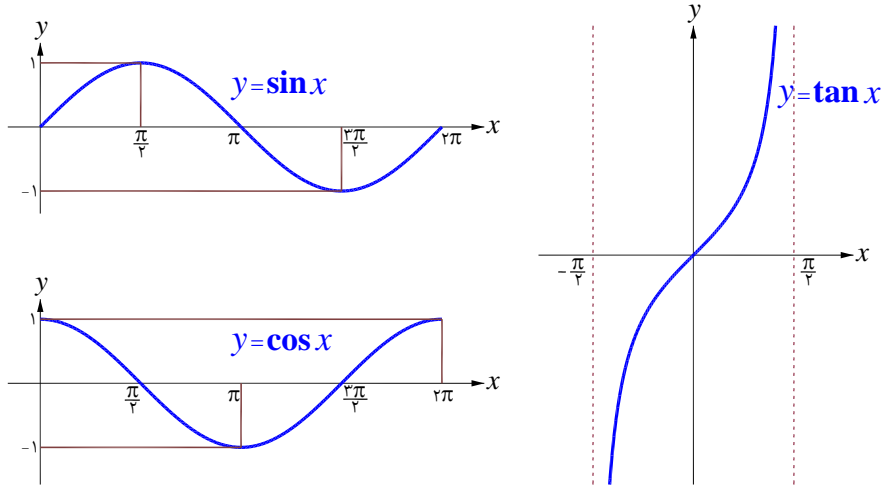
مثال: $y = 4\sin^3 3x \cos 3x - \sin 6x$ و $y = 2\sin^2(4x + \frac{\pi}{6}) - 3$

۱۹- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^3 x \cos x - \cos^3 x \sin x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

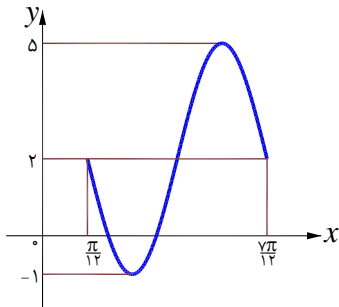


نمودار توابع مثلثاتی



مثال : نمودار تابع $y = 2 - 3 \sin(4x - \frac{\pi}{3})$ را رسم کنید.

مثال : نمودار روبه‌رو مربوط به یک تابع تبدیل یافته از $y = \sin x$ است. معادله‌ی آن را بنویسید.



مثال : $y = 1 - 2 \tan(2x + \frac{\pi}{4})$

توابع $f(x) = a \cos bx + c$ و $f(x) = a \sin bx + c$

$20-$ در تابع $f(x) = a \sin bx + c$ ما کسینم برابر ۷ و مینیمم برابر ۱- است. اگر تابع از

نقطه‌ی $(\frac{\pi}{4}, 1)$ بگذرد، بزرگترین عدد ممکن برای دوره تناوب کدام است ؟

4π (۴)

3π (۳)

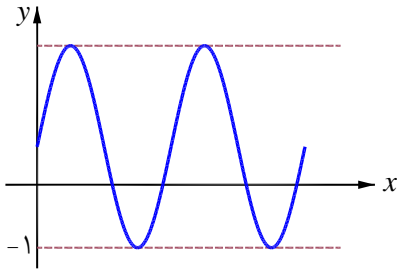
2π (۲)

π (۱)



۲۱- شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است. $a + b$ کدام است؟

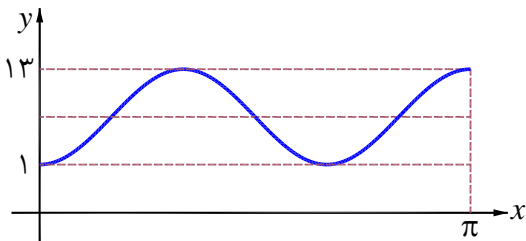
(سراسری ریاضی خارج ۹۷)



- (۲) ۴ (۱) ۳
(۴) ۶ (۳) ۵

۲۲- شکل روبه‌رو نمودار تابع f است که از تبدیل نمودار $y = \cos x$ به دست آمده است.

مقدار $f(\frac{5\pi}{9})$ کدام است؟

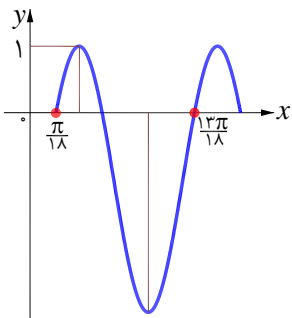


- (۲) ۹ (۱) ۱۰
(۴) ۴ (۳) ۵

۲۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{4})$ است. $a + b$ کدام

(سراسری ریاضی ۹۵)

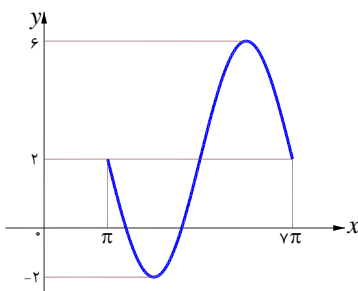
است؟



- (۲) ۱ (۱) 1/2
(۴) ۲ (۳) 3/2

۲۴- شکل روبه‌رو بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ است.

مقدار $f(\frac{27\pi}{2})$ کدام است؟



- (۲) صفر (۱) ۱
(۴) ۴ (۳) ۳



۲۵- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $f(x) = b - \tan(ax - \frac{\pi}{4})$ است. مقدار $a + b$ کدام

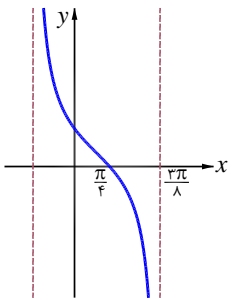
است؟

۲ (۲)

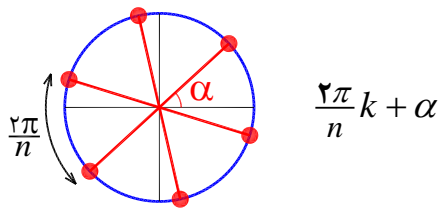
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



اعداد مربوط به n نقطه روی دایرهی مثلثاتی با فاصله‌های مساوی :

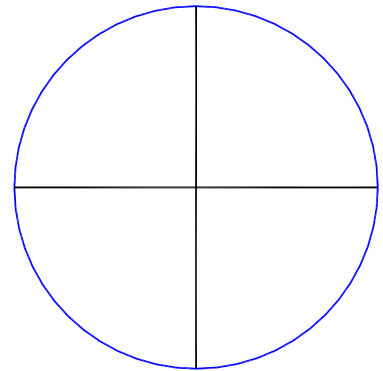
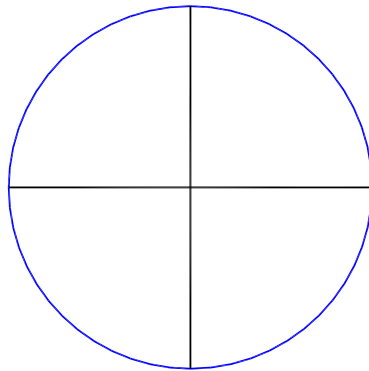
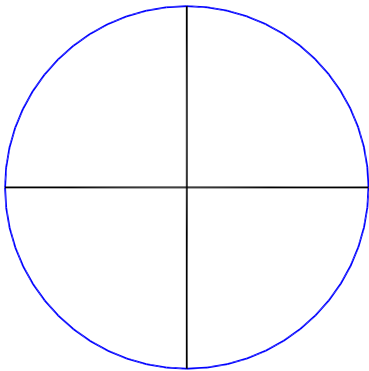


مثال :

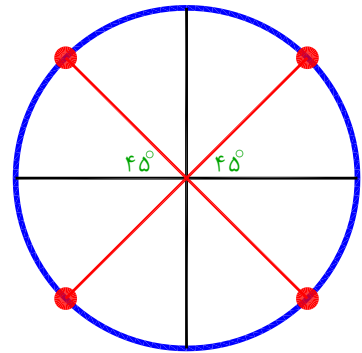
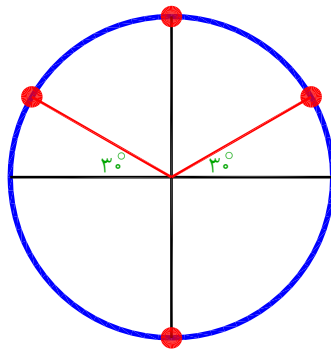
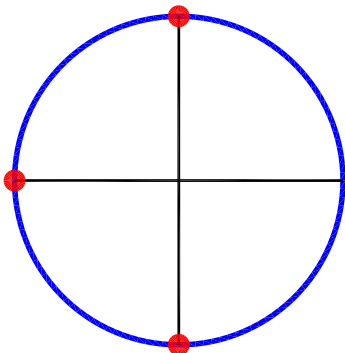
$$2k\pi + \frac{2\pi}{4}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2k\pi}{3}$$



مثال :





معادلات مثلثاتی

$\sin x = a = \sin \alpha$	$\cos x = a = \cos \alpha$	$\tan x = a = \tan \alpha$
$\begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$	$x = 2k\pi \pm \alpha$	$x = k\pi + \alpha$

چند معادله‌ی معروف :

$\sin x = 1$	$\sin x = -1$	$\sin x = 0$	$\sin^2 x = 1$
$\cos x = 1$	$\cos x = -1$	$\cos x = 0$	$\cos^2 x = 1$
$\sin x \cos x = 0$	$\tan^2 x = 1$	$\sin^2 x = \frac{1}{4}$	$\sin x = \cos x$



$\sin x + \cos x = 1$	$\sin x + \cos x = -1$	$\sin x - \cos x = 1$	$\sin x - \cos x = -1$

مثال : $2 \cos 2x = 4 \cos x + 1$

مثال : $\frac{\sin x(2 \cos x + 1)}{\cos x + 1} = 0$

نکته مهم :

برای حل معادلاتی که به صورت‌های زیر هستند، دو طرف را هم نام و هم علامت کنید و بعد از روابط اصلی معادلات استفاده کنید.

$\sin u = \pm \sin v$ ، $\cos u = \pm \cos v$ ، $\sin u = \pm \cos v$

$\tan u = \pm \tan v$ ، $\cot u = \pm \cot v$ ، $\tan u = \pm \cot v$

توجه کنید که پس از حل معادلاتی شامل \tan و \cot حتماً باید توجه کنیم که جواب‌های به دست آمده در دامنه‌ی تعریف آنها قرار بگیرند.

مثال : $\sin 3x + \sin x = 0$

مثال : $\sin 2x = \cos(x + \frac{\pi}{4})$

مثال : $\cot 2x = \tan x$

ویژه رشته ریاضی

۲۶- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام

است ؟

(سراسری تیربی ۹۸)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

5π (۴)

4π (۳)



۲۷- مجموعه جواب معادله $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ روی دایره ی مثلثاتی کدام است ؟

- (۱) رئوس مثلث متساوی الاضلاع
 (۲) رئوس مستطیل
 (۳) دو نقطه با فاصله ی ۱
 (۴) دو نقطه با فاصله ی $\sqrt{3}$

۲۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$ به کدام صورت است ؟ (سراسری ۸۳)

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$
 (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$
 (۳) $k\pi + \frac{\pi}{4}$
 (۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۲۹- مجموع جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{3} \sin 2x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$

کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$
 (۲) $\frac{7\pi}{2}$
 (۳) 2π
 (۴) 3π

۳۰- معادله ی $\sin 6x + \cos 2x = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد ؟

- (۱) ۸
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۴

۳۱- از رابطه ی $\sin 5x \cos 3x - \cos 5x \sin 3x = \frac{2}{3}$ مقدار $\cos 4x$ کدام است ؟

- (۱) $\frac{1}{9}$
 (۲) $\frac{2}{9}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{4}{9}$
 (سراسری تهری فارغ ۹۷)

ویژه رشته ریاضی

۳۲- اگر a و b زاویه های حاده و $\sin(a-b) = \frac{3}{5}$ و $\tan(2b) = \frac{5}{12}$ باشد، مقدار

$\cos(a+b)$ تقریباً کدام است ؟

- (۱) ۰/۴۸
 (۲) ۰/۵۱
 (۳) ۰/۵۴
 (۴) ۰/۵۷

ویژه رشته ریاضی

۳۳- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ ،

کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) ۱
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) -۳
 (۴) -۱

ویژه رشته ریاضی



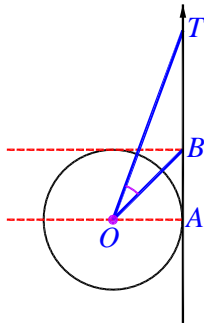
۳۴- حاصل عبارت $(\tan 25^\circ + \tan 40^\circ) \sin 50^\circ$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\cos 20^\circ$

ویژه رشته ریاضی

۳۵- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(\hat{TOB})$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۹)



- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$
۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{2}{3}$

ویژه رشته ریاضی

۳۶- نقاط انتهایی جواب‌های معادله‌ی $\tan x + \cot 4x = 0$ روی دایره‌ی مثلثاتی رئوس کدام

چندضلعی هستند؟

- ۱ (۱) مثلث متساوی‌الاضلاع ۲ (۲) مستطیل
۳ (۳) پنج‌ضلعی منتظم ۴ (۴) شش‌ضلعی منتظم

ویژه رشته ریاضی

آزمون:

۳۷- حاصل $\sin \frac{17\pi}{3} \cot \frac{7\pi}{6} + \cos \frac{11\pi}{4} \sin(-\frac{5\pi}{4})$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -2

۳۸- اعداد $\tan 10^\circ$ و $\sin 25^\circ$ به ترتیب کدام‌اند؟

- ۱ (۱) مثبت، مثبت ۲ (۲) مثبت، منفی ۳ (۳) منفی، مثبت ۴ (۴) منفی، منفی

۳۹- حاصل عبارت $\frac{2 \cos \frac{3\pi}{10} - \sin \frac{9\pi}{5}}{2 \sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5}}$ با فرض $\tan 36^\circ = \frac{7}{24}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{7}{4}$ ۲ (۲) $\frac{7}{24}$ ۳ (۳) $\frac{21}{4}$ ۴ (۴) $\frac{7}{8}$



۱۴۰- اگر $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{5}{13}$ و $\tan(\alpha - \pi) < 0$ باشد، حاصل $\sin \alpha + \tan \alpha$ کدام است؟

$\frac{216}{65}$ (۱) $-\frac{216}{65}$ (۲) $\frac{96}{65}$ (۳) $-\frac{96}{65}$ (۴)

۱۴۱- اگر $x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right)$ باشد، در برد تابع $f(x) = 6\sin x + 1$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۲- اگر $2\sin x - \sqrt{2} > 0$ و $2\cos x - 1 < 0$ برای هر x در بازه‌ی (a, b) برقرار باشد،

بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

$\frac{\pi}{12}$ (۱) $\frac{3\pi}{12}$ (۲) $\frac{5\pi}{12}$ (۳) $\frac{7\pi}{12}$ (۴)

۱۴۳- اگر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ ریشه‌های معادله‌ی $5x^2 + mx + 2 = 0$ باشند، مقدار $\tan \alpha$ کدام

می‌تواند باشد؟

۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۴- اگر $\tan x + \frac{1}{\cos x} = 2$ باشد، مقدار $\tan x - \frac{1}{\cos x}$ برابر کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۴۵- اگر انتهای کمان α در ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، عبارت

$$\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$$

برابر کدام است؟

$-\tan \alpha$ (۱) $-\cot \alpha$ (۲) $\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴)

۱۴۶- اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{9}$ باشد، مقدار مثبت $\tan^3 x + \cot^3 x$ کدام است؟

۱۸ (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴)

۱۴۷- اگر تابع $y = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - a}{\sin^2 2x}$ در دامنه‌ی تعریفش به صورت تابع ثابت $y = b$

باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

-۲ (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴)



۴۸- اگر $\frac{\sin x - 2 \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = 3$ باشد، مقدار $\tan 2x$ چقدر است؟

- $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)

۴۹- حاصل $(\sin^2 x - \cos^2 x) - \frac{1}{2}$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۱)

۵۰- اگر $|x| < \frac{\pi}{4}$ و $\sqrt{1 + \sin 2x} + \sqrt{1 - \sin 2x} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، حاصل $\cot x$ برابر کدام است؟

- 2 (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۱)

۵۱- اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2})$ کدام است؟ (سراسری تهرانی شارج ۹۵)

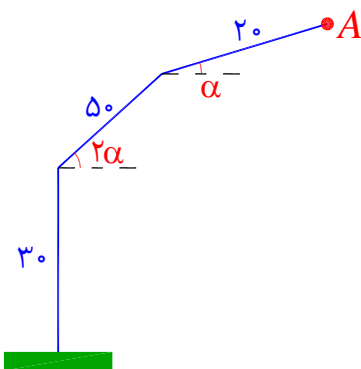
- 2 (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۱)

۵۲- در مثلث ABC اگر $\tan \hat{B} = 0.2$ ، $\tan \hat{C} = 0.6$ و $BC = 40$ باشد، مساحت چقدر است؟

- 160 (۴) 140 (۳) 120 (۲) 100 (۱)

۵۳- در شکل مقابل اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، ارتفاع A از سطح زمین چند متر است؟

- 90 (۲) 88 (۱)
 94 (۴) 92 (۳)



۵۴- در یک مخروط، ارتفاع ۴ و قطر قاعده ۶ واحد است. گسترده‌ی این مخروط قطاعی از

دایره است. زاویه‌ی این قطاع چند درجه است؟

- 240 (۴) 232 (۳) 224 (۲) 216 (۱)

۵۵- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 2x + \cos^2 2x$ کدام است؟

- $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۱)



۵۶- در تابع $f(x) = a \cos(bx + \frac{\pi}{4}) + c$ اگر ماکسیمم برابر ۴ و دوره تناوب برابر 8π باشد

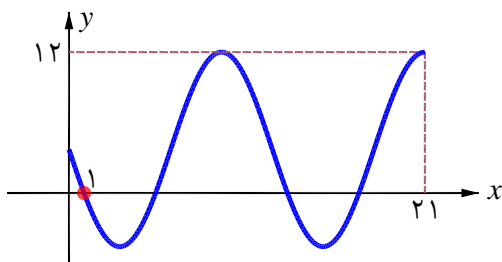
و یکی از نقاط تقاطع تابع با محور x نقطه‌ای به طول $\frac{5\pi}{3}$ باشد، با فرض این که $a < 0$

$b > 0$ باشد، مقدار مینیمم این تابع چقدر است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۸ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۵۷- اگر شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a + b \sin(cx)$ باشد،

مقدار $f(7)$ کدام است؟

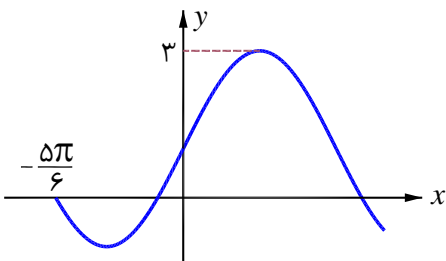


- (۱) -۲ (۲) ۲
(۳) ۶ (۴) ۸

۵۸- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ است. مقدار تابع

(سراسری تیربی خارج ۹۸)

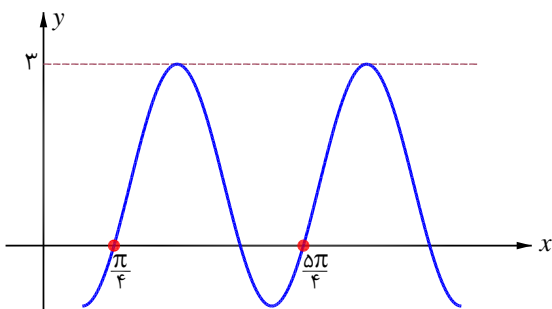
در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



- (۱) ۱/۵ (۲) ۲
(۳) ۲/۵ (۴) $1 + \sqrt{3}$

۵۹- نمودار تابع $f(x) = c - a \cos(bx - \frac{\pi}{6})$ شکل زیر است. مقدار $f(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟ a و

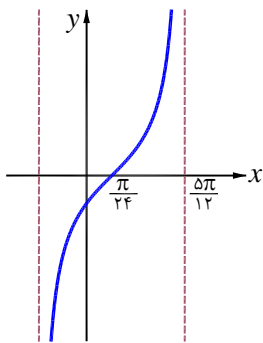
b مثبت هستند.



- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $2 - \sqrt{2}$



۶۰- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a + \tan\left(bx - \frac{\pi}{3}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) $2 + \sqrt{3}$
 (۲) $4 + \sqrt{3}$
 (۳) ۳
 (۴) ۵

۶۱- مجموع کوچک ترین و بزرگترین ریشه‌ی معادله‌ی $2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$ در بازه‌ی

$[0, 2\pi]$ چند برابر $\frac{\pi}{9}$ است؟

- (۱) ۱۸
 (۲) ۲۰
 (۳) ۲۲
 (۴) ۲۴

۶۲- مجموعه جواب معادله‌ی $4\cos^2 2x = 3$ کدام است؟

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{12}$
 (۲) $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$
 (۳) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$
 (۴) $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{12}$

۶۳- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\cos 4x + \sin 2x = 1$ در بازه‌ی $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 5π
 (۲) 6π
 (۳) $6,5\pi$
 (۴) 7π

۶۴- جواب کلی معادله‌ی $2\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$
 (۲) $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$
 (۳) $\frac{k\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$
 (۴) $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

۶۵- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{\sin 2x} = \sqrt{-\cos x}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19\pi}{6}$
 (۲) $\frac{7\pi}{2}$
 (۳) $\frac{23\pi}{6}$
 (۴) 5π

۶۶- رابطه‌ی $\frac{\sin 7^\circ - \sin 2^\circ \cos 5^\circ}{\cos 7^\circ - \cos 2^\circ \cos 5^\circ} = \tan x$ برای کدام x درست است؟

- (۱) 20°
 (۲) 70°
 (۳) 110°
 (۴) 160°

ویژه رشته ریاضی



۶۷- اگر انتهای کمان α در ربع اول دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ باشد، مقدار

(سراسری ریاضی فارغ ۹۹)

$\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right)$ ، کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$-\frac{3}{5}$ (۲)

$-\frac{4}{5}$ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۶۸- اگر $\frac{\cos 42^\circ + \sin 42^\circ}{\cos 42^\circ - \sin 42^\circ} = \cot a$ باشد، مقدار زاویه a چند درجه است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۶۹- اگر $1 + \tan 22^\circ \cot 46^\circ = \frac{1}{\cos \alpha}$ باشد، اندازه زاویه حاده α چند درجه است؟

۶۸ (۴)

۴۶ (۳)

۴۴ (۲)

۲۲ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۷۰- در مثلث ABC ، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. نقطه H روی ضلع BC قرار دارد. اگر $AH = 3$ ، $BH = 2$ و $CH = 4$ باشند، $\tan \hat{A}$ برابر کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۷۱- معادله $3 \tan x - \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 3$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

صفر (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

ویژه رشته ریاضی