



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل دوازدهم : مشتق

مهر داد عباسپور

تعریف مشتق

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

حدهای راست و چپ در روابط بالا، مشتق‌های راست و چپ هستند که با $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ نشان می‌دهیم.

مثال : با فرض $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 5f(x)}{x^2 - 16}$ را بیابید.

مثال : اگر f تابع پیوسته و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - 6}{h} = 12$ باشد، مقادیر $f(2)$ و $f'(2)$ را بیابید.



فرمول‌های مشتق

فرض کنید c عدد حقیقی دلخواه و n یک عدد گویا باشد، در این صورت :

$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$
$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$(u^n)' = n u' u^{n-1}$	$\left(\frac{au+b}{cu+d}\right)' = \frac{(ad-bc)u'}{(cu+d)^2}$
$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\sqrt[3]{u})' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$	$(\sin u)' = u' \cos u$
$(\cos u)' = -u' \sin u$	$(\tan u)' = u' (1 + \tan^2 u)$	$(\cot u)' = -u' (1 + \cot^2 u)$

تذکره : تعمیم یافته‌ی دو رابطه‌ی اول به صورت $(u + v + w)' = u' + v' + w'$ و $(u \cdot v \cdot w)' = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$ است.

مشتق تابع مرکب

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

مثال : اگر $g(4) = 1$ ، $g'(4) = 3$ و $f(x) = \sqrt{2x^2 + 6}$ باشد، مشتق $f \circ g$ را در نقطه‌ی 4 بیابید.

مثال : اگر $g(1) = 2$ ، $g'(1) = 3$ و $f(x + \sqrt{x}) = xg\left(\frac{4}{x}\right)$ باشد، $f'(6)$ را بیابید.

مشتق عامل صفر کننده

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x^2 + 5} \Rightarrow f'(2) =$$

$$f(x) = (x^3 + 1)[2x] \Rightarrow f'(-1) =$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^3-1)}{x+4} \Rightarrow f'(1) =$$

$$f(x) = (x-1)^2(x^4+4) \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = \\ f''(1) = \end{cases}$$

۱- مشتق تابع $f(x) = x^3 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه‌ی $x = -3$ کدام است ؟ (سراسری تهرنی خاج ۹۸)

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$



(سراسری تهری فارچ ۹۳)

۲- مشتق $y = \sin^3 \sqrt{2x}$ به ازای $x = \frac{\pi^2}{18}$ کدام است؟

$\frac{27}{4\pi}$ (۴)

$\frac{27}{8\pi}$ (۳)

$\frac{9}{4\pi}$ (۲)

$\frac{9}{8\pi}$ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۳- اگر $f(x) = 2x\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) + 2f(x) - 15}{2x - 6}$ کدام است؟

۴ (۴)

۴/۲۵ (۳)

۸ (۲)

۸/۵ (۱)

(سراسری ۸۳)

۴- مشتق تابع $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt[5]{3x-2}}{(\Delta x - 3)^4}$ در نقطه‌ی $x = 1$ کدام است؟

$\frac{5}{16}$ (۴)

$\frac{3}{40}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{16}$ (۱)

ساده کردن قبل یا بعد از مشتق گرفتن

۵- مشتق تابع $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-4}}$ در نقطه‌ای به طول ۵ برابر کدام است؟

$-\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۶- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$ ، در $x = \frac{1}{8}$ چند برابر 2^{12} است؟

$\frac{10}{9}$ (۴)

$\frac{14}{9}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{7}{9}$ (۱)

عبارت‌هایی که مشتق‌های شناخته شده هستند.

۷- اگر $f(x) = (x + \sqrt{x^2 - 3})^4$ و $g(x) = (x - \sqrt{x^2 - 3})^3$ باشد، حاصل

$f'(2)g(2) + f(2)g'(2)$ برابر کدام است؟

۱۶۲ (۴)

۸۱ (۳)

۵۴ (۲)

۲۷ (۱)

مشتق تابع مرکب

۸- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)



۹- اگر $f(1) = 2$ ، $f(2) = 4$ ، $f'(1) = 3$ و مشتق $f \circ f$ در $x = 1$ برابر ۱۲ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- اگر $f(3x) = x^2 f(2x)$ و $g(4) = 12$ و $g'(4) = 6$ باشد، مقدار $f'(6)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۱- اگر $f(x) = \frac{x^3 - 2}{1 + x^3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۲)

- (۱) $\frac{3}{x}$ (۲) $\frac{3}{x^2}$
(۳) $\frac{1}{3x}$ (۴) $\frac{x-3}{x^2}$

مفاهیم مشتق پذیری

رابطه‌ی پیوستگی و مشتق‌پذیری :

پیوسته \Rightarrow مشتق‌پذیر

مشتق‌ناپذیر \Rightarrow ناپیوسته

نقاط مشتق‌ناپذیر تابع :

(۱) نقاط ناپیوسته‌ی تابع

(۲) نقاط گوشه

(۳) نقاطی که تابع مماس (یا نیم‌مماس) قائم دارد.

مشتق‌پذیری در بازه‌ی $[a, b]$:

درون بازه مشتق‌پذیر، در a مشتق راست و در b مشتق چپ موجود باشد.

مشتق‌پذیری توابع چندضابطه‌ای

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ 2x-1 & x > 1 \end{cases}$$

مثال : اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x < 4 \\ b\sqrt{x} & x \geq 4 \end{cases}$ در $x = 4$ مشتق پذیر باشد، a و b را بیابید.

مشتق پذیری توابع رادیکالی

$$f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^4}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^5}$$

مشتق پذیری توابع قدرمطلق

$$f(x) = x^2|x-2| : x=2$$

$$f(x) = (x-1)|x-1| : x=1$$

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{1+x^2}-1} : x=0$$

مشتق پذیری توابع براکت

$$f(x) = x[3x] : x=1$$

$$f(x) = (x-1)[3x] : x=1$$

$$f(x) = (x-1)^2[3x] : x=1$$

زاویه ی نقطه ی گوشه

(۱) با محاسبه ی مشتق راست و چپ در نقطه ی گوشه، شیب نیم مماس های راست و

چپ به دست می آید و با داشتن شیب دو خط، زاویه ی بین آنها را به دست می آوریم.

(۲) اگر نیم مماس ها را نیم خط در نظر بگیریم برای اینکه بفهمیم زاویه ی بین آنها حاده

است یا منفرجه، با فرض اینکه مشتق های راست و چپ m_1 و m_2 باشند :

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow \text{زاویه قائمه}$$

$$m_1 \cdot m_2 > -1 \Rightarrow \text{زاویه منفرجه}$$

$$m_1 \cdot m_2 < -1 \Rightarrow \text{زاویه حاده}$$

مثال : زاویه ی بین مماس های راست و چپ تابع $f(x) = \sqrt{|2x|+3}$ را در نقطه ی گوشه

بیابید.



مثال : زاویه‌ی بین مماس‌های راست و چپ تابع $f(x) = |x - 3|$ را در نقطه‌ی گوشه بیابید.

ویژه رشته ریاضی

۱۲- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x - 2}$ باشد، $f'_+(2)$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۳- اگر $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{6x - 9}}$ باشد $f'_-(3)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{\sqrt{6}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

۱۴- وضعیت مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{x} & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & 1 < x \leq 2 \\ x^3 - 8x & x > 2 \end{cases}$ در نقاط $x = 1$ و $x = 2$ به

ترتیب چگونه است؟

(۱) مشتق‌پذیر، مشتق‌پذیر (۲) مشتق‌پذیر، مشتق‌ناپذیر

(۳) مشتق‌ناپذیر، مشتق‌پذیر (۴) مشتق‌ناپذیر، مشتق‌ناپذیر

۱۵- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5 - 2x} & x \leq -2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + bx + c & x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ مشتق‌پذیر است.

(سراسری تهرانی ۹۹)

مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{x^2}{|1-x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی فارغ ۹۷)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۷- اگر $f(x) = 2x + |x|$ و $g(x) = x - 2|x|$ باشد، مجموع مشتق‌های راست و چپ تابع $f \circ g$

در نقطه‌ی $x = 0$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- مشتق راست تابع $f(x) = (x-1)|x^2 - 3x + 2|$ در نقطه‌ی گوشه برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲



۱۹- برای تابع $f(x) = (x^2 - a)[2x]$ ، مجموع مقادیر مشتق راست و چپ در نقطه‌ی $x = 2$ برابر b است. مقدار $a + b$ چقدر است؟

۳۶ (۴)

۳۴ (۳)

۳۲ (۲)

۳۰ (۱)

مماس بر منحنی در نقطه‌ای واقع بر آن

- (۱) مشتق تابع در یک نقطه شیب خط مماس بر تابع در آن نقطه است.
- (۲) هرگاه تابع پیوسته و مشتق بی‌نهایت شود، تابع مماس قائم (نیم‌مماس قائم) دارد.
- (۳) در توابع رادیکالی، ریشه‌ی زیر رادیکال (توان ریشه کمتر از یک) نقطه‌ای است که تابع مماس قائم (نیم‌مماس قائم) دارد.

نقطه واقع بر منحنی

مثال : معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = x^3 + x$ را در نقطه‌ی $x = 1$ واقع بر آن را بیابید.

نقطه غیر واقع بر منحنی

مثال : معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = x^2$ که از نقطه‌ی $A(-1, -3)$ بگذرد را بیابید.

منحنی‌های مماس بر هم

(روش ۱) شرط اینکه نمودار توابع f و g در نقطه‌ی $x = a$ بر هم مماس باشند :

$$\begin{cases} f(a) = g(a) \\ f'(a) = g'(a) \end{cases}$$

(روش ۲) شرط اینکه نمودار توابع f و g در نقطه‌ی $x = a$ بر هم مماس باشند :

معادله‌ی $f(x) = g(x)$ ریشه‌ی مضاعف $x = a$ داشته باشد.

مثال : خط $y = ax + 1$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی $y = x^3 + bx^2 + 5$ مماس است. a و b را بیابید.

مثال : خط $y = ax + 3$ بر منحنی $y = x^2 + x + 7$ مماس است. a را بیابید.

۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ی $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با

(سراسری ریاضی ۹۹)

کدام عرض قطع می‌کند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)



۲۱- از نقطه‌ی $A(0, -2)$ دو خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 - 1$ رسم شده است. مساحت مثلث با رأس‌های A و دو نقطه‌ی تماس کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۰)

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه‌ی $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار b ، کدام است؟ (سراسری تهرنی خارج ۹۹)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۳- خط $y = mx + 1$ بر منحنی $y = \frac{mx}{x+2}$ مماس است. مقدار بزرگتر m کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + 2\sqrt{2}$ (۴) $3 + 2\sqrt{2}$

۲۴- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه‌ی $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی

پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟ (سراسری تهرنی خارج ۹۸)

- (۱) -۲ (۲) $-1/5$ (۳) -۱ (۴) $-0/5$

۲۵- خطی به موازات نیمساز ربع اول و سوم، بر منحنی $y = 4\sqrt{x+6}$ مماس است. این خط محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۱۱ (۳) -۱۲ (۴) -۱۳

۲۶- خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(1, 2)$ و $(-1, 3)$ بر منحنی پیوسته‌ی $y = f(x)$ در نقطه‌ی

$x = 3$ مماس است. حد عبارت $\frac{f^2(x) + 4f(x) - 5}{3-x}$ وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آهنگ تغییر

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازه‌ی } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f'(a) = \text{آهنگ لحظه‌ای (آنی) تغییر تابع } f \text{ در نقطه‌ی } x = a$$



تذکر: از فیزیک می‌دانیم که سرعت، آهنگ تغییر معادله‌ی مکان نسبت به زمان است.

۲۷- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از

(سراسری تهری ۹۸)

آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی $[1, 4]$ کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۴۵ (۴) ۰/۷۵

۲۸- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x + \sqrt{4x+1}$ در بازه‌ی $[2, 2+h]$ با آهنگ آنی

تغییر f در $x = 6$ برابر است. مقدار h کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

آزمون:

۲۹- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x-1}}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - f(x) - 2}{x-3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $-\frac{9}{8}$

۳۰- مشتق تابع $f(x) = \sin^2(2x) \cdot \tan(4x)$ در $x = \frac{\pi}{12}$ برابر چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

ویژه رشته ریاضی

۳۱- اگر $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3^x + a}$ و $f'(2) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۲- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{1-x}$ در نقطه‌ی $x = \frac{1}{2}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۳۳- اگر $f(x) = \frac{1+2\sqrt{x-x^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{f'(0.36)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{6}$ (۲) $\frac{4}{2}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۳۴- مشتق دوم $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ در $x = \frac{\pi}{24}$ برابر چقدر است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) $-6\sqrt{3}$ (۴) $-3\sqrt{3}$

ویژه رشته ریاضی



۳۵- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ و $g(x) = x\sqrt{x^2 - x - 2}$ باشد،

حاصل $f'(-2)g(-2) + f(-2)g'(-2)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۶- خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است.

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x+2}$ باشد، مشتق تابع $f \circ \sqrt{f}$ در $x = 2$ برابر چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{16}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۴) $\frac{25}{64}$

۳۸- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ ، $g(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ و $h(x) = \frac{f'(g(x)) \cdot g'(x)}{2x\sqrt{x}}$ باشد،

کدام است؟

- (۱) $x + 2$ (۲) $x - 2$ (۳) $x + 1$ (۴) $x - 1$

۳۹- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x

تابع $g(x) = f(4 - x^2)$ است. اگر $f'(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ ، کدام

است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳ (سراسری ریاضی ۹۷)

۴۰- خطوط $x = 3$ و $y = b$ بر تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - ax + 15}$ مماس اند، مقدار $a + b$ کدام

است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۵

۴۱- مشتق چپ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (سراسری ریاضی ۱۹)

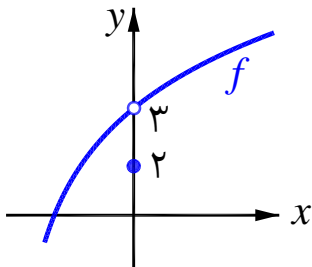


۱۴۲- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4}\right](x^2 - 9x) & 4 \leq x < 8 \end{cases}$ مقدار $f'(2) - f'(5)$ ، کدام است ؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۹)

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

۱۴۳- با توجه به نمودار تابع f در شکل روبه‌رو، اگر $g(x) = (2x - x^2)f(x)$ باشد، حاصل $g'(0)$ کدام است ؟



- (۱) ۶
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۴۴- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x] + |x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است ؟

(سراسری ریاضی ۹۷)

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۴۵- تابع $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق ناپذیر است ؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۸)

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۴۶- اگر $f(x) = (2x^2 + ax + b)[2x]$ در $x = 3$ مشتق پذیر باشد، مقدار $f'_+(-2)$ برابر کدام است ؟

- (۱) ۴۰
 (۲) ۶۰
 (۳) ۸۰
 (۴) ۱۲۰

۱۴۷- تابع $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{2x} & x \leq 2 \\ x^2 + a & x > 2 \end{cases}$ دارای نقطه‌ی گوشه‌ای است. عرض از مبدأ نیم مماس

چپ در این نقطه کدام است ؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



۴۸- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + \frac{a}{x}$ در $x=1$ ، از مبدأ مختصات عبور می کند.

مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۹- خطی که بر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ مماس است و از نقطه $A(1,5)$ می گذرد، محور y ها را در

نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۰- خط $y = mx + 1$ بر منحنی $y = x^3 + m$ در نقطه ای واقع در ربع اول دستگاه مختصات

مماس است و در نقطه ای دیگر A نیز این منحنی را قطع می کند. عرض نقطه A کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۱- به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله $y = 5x + a$ ، بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ ،

(سراسری تهرانی فارغ ۹۷)

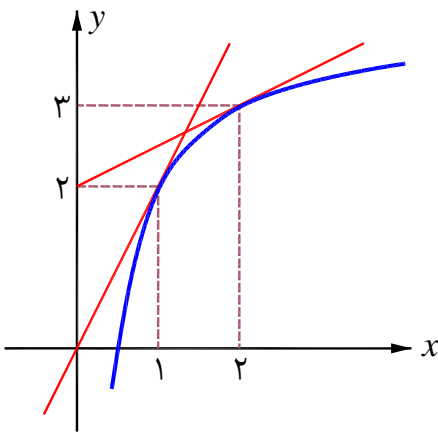
مماس است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۲- در شکل روبه رو نمودار تابع $y = f(x)$ و دو تا از خطوط مماس بر آن رسم شده اند.

مشتق $f'(x)$ به ازای $x=1$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۵۳- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x$ ، با بیشترین شیب ممکن، محور

(سراسری ریاضی فارغ ۹۷)

y ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۵۴- خطوط مماس بر منحنی $y = x^2 - a$ در نقاط تقاطع منحنی با محور x ها، بر هم عمودند. مقدار $\frac{1}{a}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر

(سراسری ریاضی ۹۹)

لحظه‌ای این تابع با کدام مقدار x است؟

$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴)

$2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۳)

$3 + 2\sqrt{2}$ (۲)

$4 + \sqrt{2}$ (۱)

۵۶- مساحت مستطیلی که دو ضلع آن روی محورهای مختصات و یک رأس آن نقطه‌ای به

طول x واقع بر منحنی $y = x + \sqrt{x}$ قرار دارد را با k نشان می‌دهیم. آهنگ تغییر k نسبت

به x ، در $x = 4$ برابر چقدر است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)