



# کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

## ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

### فصل سیزدهم : کاربرد مشتق

مهر داد عباسپور

#### یکنوایی

در یک بازه :

اگر  $f'(x) > 0$  ، آنگاه  $f$  اکیداً صعودی است.

اگر  $f'(x) < 0$  ، آنگاه  $f$  اکیداً نزولی است.

اگر  $f'(x) = 0$  ، آنگاه  $f$  ثابت است.

اگر تابعی بجانب قائم داشته باشد، در هر بازه‌ای که تابع در هر دو سمت این بجانب تعریف شده باشد، غیر یکنواست.

۱- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $f(x) = x + \frac{9}{x-10}$  بالای محور  $x$  ها و نزولی است. بیشترین

مقدار  $b - a$  کدام است ؟

۵ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۶ (۴)

۲- اگر تابع  $f(x) = (a-10)x^3 - 12x^2 - 3ax$  اکیداً نزولی باشد،  $a$  متعلق به بازه  $(m, n)$

است. کمترین مقدار  $n - m$  کدام است ؟

۸ (۱)      ۲ (۲)      ۶ (۳)      ۴ (۴)

۳- اگر  $f(x) = \frac{ax+14}{x+2a}$  در بازه  $(1, \infty)$  اکیداً نزولی باشد، چند مقدار صحیح برای  $a$  وجود

دارد ؟

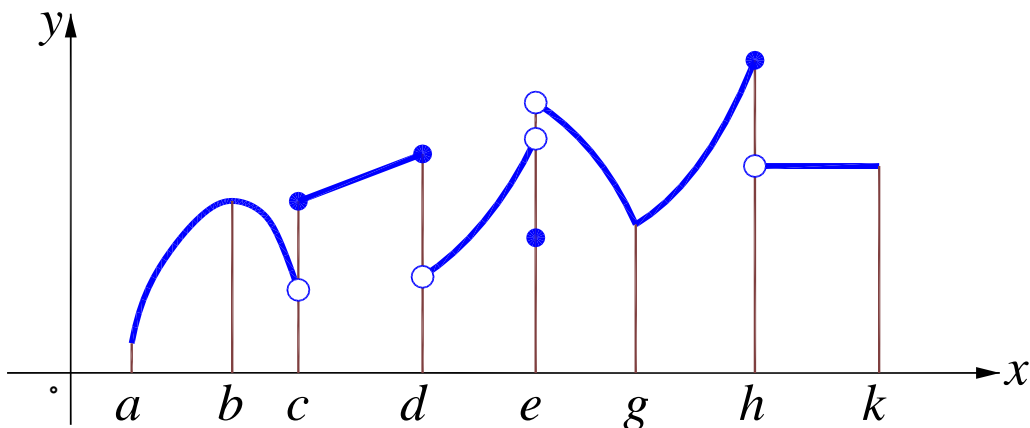
۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



## نقطه‌ی بحرانی

نقطه‌ای در دامنه‌ی تابع، که مشتق برابر صفر یا مشتق ناپذیر باشد.  
اگر دامنه‌ی تابعی بازه‌ی  $[a, b]$  باشد، نقاط  $a$  و  $b$  بحرانی محسوب می‌شوند.

## نقاط اکسترمم و قضیه‌های مربوط به آن



(۱) تعاریف اکسترمم نسبی و مطلق را بلد باشید :

نقطه‌ی  $c$  ماکسیمم نسبی  $f$  : در یک همسایگی  $c$  تابع تعریف شده و  $f(x) \leq f(c)$

نقطه‌ی  $c$  ماکسیمم مطلق  $f$  در مجموعه‌ی  $I$  : برای هر  $x$  در  $I$ ،  $f(x) \leq f(c)$

برای تعریف مینیمم نسبی و مطلق کافیه جهت نامساوی رو عوض کنیم.

(۲) منظور از مقدار اکسترمم عرض آن نقاط است. منظور از نقطه‌ی اکسترمم طول نقطه یا مختصات آن است.

(۳) نقاط انتهایی دامنه اکسترمم نسبی نیستند ولی ممکن است اکسترمم مطلق باشند.

(۴) قضیه : اگر  $c$  یک نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع  $f$  و  $f'(c)$  موجود باشد، آنگاه  $f'(c) = 0$ .

(۵) هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی بحرانی است، ولی هر نقطه‌ی بحرانی لزوماً اکسترمم نسبی نیست.

(۶) هر نقطه‌ی اکسترمم مطلق که تابع در یک همسایگی آن تعریف شده باشد، نقطه‌ی

اکسترمم نسبی نیز هست.

(۷) نقطه‌ی  $c$  هم‌زمان ماکسیمم و مینیمم نسبی است اگر و تنها اگر تابع در یک همسایگی

آن ثابت باشد.



۴- کدام توضیح در مورد نقاط بحرانی تابع  $f(x) = |x+1|\sqrt[3]{x-3}$  صحیح است؟

(۱) دو نقطه‌ی بحرانی با فاصله‌ی ۴

(۲) دو نقطه‌ی بحرانی با فاصله‌ی  $3\sqrt{2}$

(۳) سه نقطه‌ی بحرانی، رئوس مثلثی به مساحت ۶

(۴) سه نقطه‌ی بحرانی، رئوس مثلثی به مساحت ۴

۵- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و مینیمم

نسبی آن کدام است؟ (سراسری تهرانی شارح ۹۸)

۴ (۴)

$3\sqrt{2}$  (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

## یافتن مقادیر اکسترمم مطلق (و تعیین برد) برخی توابع

اگر تابع  $f$  در بازه‌ی  $[a, b]$  پیوسته باشد، حتماً ماکسیمم و مینیمم مطلق دارد. برای پیدا کردن مقادیر آنها، کافی است مقدار تابع را در نقاط بحرانی بازه به دست آورده و مقایسه کنیم.

**مثال:** مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x - \sqrt{2x - x^2}$ ؟

۶- اگر برد تابع  $f(x) = 3\sqrt{x+5} + 4\sqrt{20-x}$  بازه‌ی  $[a, b]$  باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۷- اگر  $f(x) = x^2 - 2x$  و  $g(x) = x^3 - 12x + 5$  باشد، مجموع مقادیر ماکسیمم و مینیمم

$g \circ f$  در بازه‌ی  $[-1, 2]$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

## یافتن نقاط اکسترمم نسبی

(۱) اگر برای تابع  $f$  نقطه‌ی  $c$  بحرانی و پیوسته باشد، با تعیین علامت  $f'$  در اطراف آن وضعیت صعودی یا نزولی بودن تابع و در نتیجه اینکه نقطه ماکسیمم یا مینیمم نسبی است (یا هیچ کدام) معلوم می‌شود.

**مثال:** نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^2|x-3|$  را بیابید.

(۲) اگر مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $c$  صفر باشد، با تعیین علامت  $f''$  در اطراف آن وضعیت

تقعر منحنی و در نتیجه اینکه نقطه ماکسیمم یا مینیمم نسبی است (یا هیچ کدام) معلوم

می‌شود.



**مثال :** نقطه‌ای به طول ۱، چه نقطه‌ای برای تابع  $f(x) = x^2 - x^4 + 2x$  است ؟

(۳) هرگاه مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $c$  صفر باشد :

(الف) اگر  $f'$  در  $c$  تغییر علامت دهد، این نقطه اکسترمم نسبی  $f$  است.

(ب) اگر  $f'$  در  $c$  تغییر علامت ندهد، این نقطه، اکسترمم نسبی  $f$  نیست.

**مثال :** در تابع  $f$ ، داریم  $f'(x) = (x-1)^2(x-6)$ ، نقاط اکسترمم  $f$  ؟

(۴) اگر مقدار تابع  $f$  در نقطه‌ی  $c$  برابر صفر باشد و در این نقطه تغییر علامت ندهد،

این نقطه اکسترمم نسبی  $f$  است.

**مثال :** در تابع  $f(x) = \frac{|x-1|}{x^2+1}$  نقطه‌ی  $x=1$  ؟

(۵) وقتی در تابع  $f$  که مشتق پذیر است، صورت سوال خبر می‌دهد که نقطه

$M(a,b)$ ، نقطه‌ی اکسترمم است، در این صورت :

$$f(a) = b, \quad f'(a) = 0$$

ضمناً اگر  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  باشد، به جای  $f'(a) = 0$  کافی است نقطه‌ی  $M(a,b)$  در هوییتال

تابع قرار دهیم. یعنی :

$$f(a) = b, \quad \frac{g(a)}{h(a)} = b \quad (h(a) \neq 0)$$

**مثال :** در تابع  $f(x) = \frac{ax}{x^2+b}$  مختصات نقطه‌ی ماکسیمم نسبی  $A(1,2)$  باشد، مقادیر  $a$  و

$b$  را بیابید.

(۶) اگر در تابع  $f$  که مشتق پذیر است، عرض اکسترمم نسبی  $k$  باشد، در این صورت

خط  $y = k$  بر تابع مماس است و بنابراین از قطع دادن آن با تابع معادله‌ای با ریشه‌ی

مضاعف حاصل می‌شود.

**مثال :** در تابع  $f(x) = \frac{x+a}{x^2+1}$  عرض نقطه‌ی مینیمم نسبی  $-2$  است. مقدار  $a$  را بیابید.

۸- نوع نقطه‌ی اکسترمم تابع  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$  و فاصله‌ی آن تا مبدأ مختصات کدام است ؟

(۱) ماکسیمم،  $\sqrt{2}$  (۲) مینیمم،  $\sqrt{2}$  (۳) ماکسیمم،  $\sqrt{5}$  (۴) مینیمم،  $\sqrt{5}$

۹- اگر  $f'(x) = x^3 - 3x + 2$  باشد،  $x=1$  و  $x=-2$  برای تابع  $f$  به ترتیب چه نقطه‌ای است ؟

(۱) مینیمم نسبی، ماکسیمم نسبی (۲) ماکسیمم نسبی، مینیمم نسبی

(۳) اکسترمم نیست، مینیمم نسبی (۴) اکسترمم نیست، ماکسیمم نسبی



۱۰- اگر  $(4, 12)$  مختصات نقطه‌ی اکستریم تابع  $f(x) = a\sqrt{x} + bx$  باشد، مقدار  $b$  و نوع اکستریم کدام است؟

(۱)  $-6$ ، ماکسیم (۲)  $-6$ ، مینیم (۳)  $-3$ ، ماکسیم (۴)  $-3$ ، مینیم

۱۱- مجموع طول‌های نقاط ماکسیم و مینیم نسبی تابع  $y = mx^3 - 3x^2 - 12x$  برابر ۱ است. عرض نقطه‌ی مینیم نسبی کدام است؟

(۱)  $-20$  (۲)  $-7$  (۳)  $7$  (۴)  $20$

۱۲- اگر  $A(1, -2)$  نقطه‌ی اکستریم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x + ax^2 + 1}{bx + 1}$  باشد، مقدار  $a$  برابر کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۳- مقدار ماکسیم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$  کدام است؟

(۱)  $-1 + \sqrt{5}$  (۲)  $1 + \sqrt{5}$  (۳)  $-1 + \sqrt{3}$  (۴)  $1 + \sqrt{3}$   
(سراسری تهری فارچ ۹۹)

## بهینه سازی

### نکته :

اگر  $x$  و  $y$  مثبت و  $x + y = k$  باشد، عبارت  $x^n y^m$  وقتی ماکسیم است که  $\frac{x}{n} = \frac{y}{m}$

**مثال :** اگر  $x$  و  $y$  مثبت و  $2x^2 + y^3 = 10$  باشد، بیشترین مقدار  $xy^6$

۱۴- کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقطه  $A(5, 0)$  از نقاط منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{2x + 7}$ ، کدام است؟

(۱)  $4$  (۲)  $4/5$  (۳)  $5$  (۴)  $3\sqrt{2}$   
(سراسری تهری فارچ ۹۹)

۱۵- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم

آن بر روی منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{12 - x}$ ، در ناحیه‌ی اول واقع شود، کدام است؟

(۱)  $8\sqrt{2}$  (۲)  $8\sqrt{3}$  (۳)  $16$  (۴)  $18$   
(سراسری تهری ۹۸)



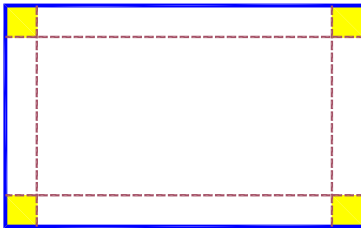
۱۶- بیشترین مساحت از زمینی را که می توان توسط یک طناب به طول ۸۸ متر و به شکل مستطیلی که یک طرف آن رودخانه است محصور نمود چند مترمربع است ؟

(سراسری ۹۱)

۹۵۸ (۱)      ۹۶۸ (۲)

۹۷۸ (۳)      ۹۸۸ (۴)

۱۷- می خواهیم از یک مقوای مستطیلی  $۱۲ \times ۲۴$  با بریدن چهار مربع به ضلع  $x$  از چهار گوشه ی آن و تا کردن از خط چین ها، یک جعبه در باز بسازیم. برای کدام  $x$  حجم جعبه ماکسیمم است ؟



$۲\sqrt{۳}$  (۲)       $۲\sqrt{۲}$  (۱)

$۶ - ۲\sqrt{۳}$  (۴)       $۴ - \sqrt{۲}$  (۳)

۱۸- یک صفحه ی مستطیل شکل، شامل یک متن با مساحت ۷۲ است. اگر حاشیه های بالایی و پایینی برابر ۲ و حاشیه های کناری برابر ۱ باشند، در صورتی که مساحت صفحه مینیمم باشد، محیط آن چقدر است ؟

۴۴ (۱)      ۴۶ (۲)      ۴۸ (۳)      ۵۰ (۴)

۱۹- از بین مثلث های قائم الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد ؟ (سراسری تیربی ۹۹)

$\frac{۲}{۱}$  (۱)       $\frac{\sqrt{۳}}{۱}$  (۲)       $\frac{۳}{۲}$  (۳)       $\frac{\sqrt{۲}}{۱}$  (۴)

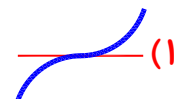
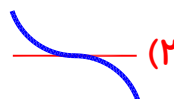
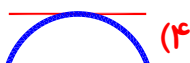
۲۰- در نقطه ای با کدام طول روی نیمساز ربع اول، مجموع فواصل از نقاط  $A(۱,۳)$  و  $B(۸,۱۱)$  می نیمم می شود ؟

۶ (۱)      ۵ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

ویژه رشته ریاضی

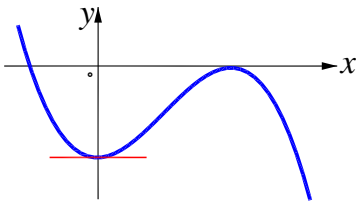
### مسئله های نموداری

۲۱- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 3x - 1}$  در یک همسایگی نقطه ای به طول  $x = ۱$  واقع بر آن به کدام صورت است ؟





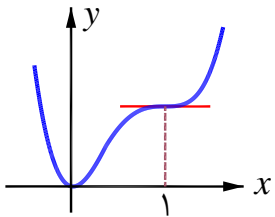
۲۲- شکل مقابل نمودار تابع  $y = ax^3 + x^2 + bx - 3$  است. مقدار  $a$  برابر کدام است؟



- (۱)  $-\frac{1}{9}$   
 (۲)  $-\frac{2}{9}$   
 (۳)  $-\frac{1}{3}$   
 (۴)  $-\frac{2}{3}$

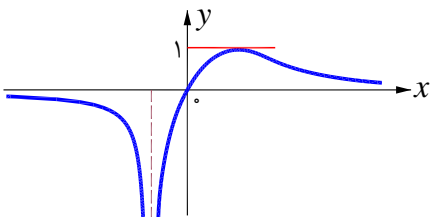
۲۳- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$  است.  $a$  کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)



- (۱)  $-8$   
 (۲)  $-7$   
 (۳)  $-5$   
 (۴)  $-4$

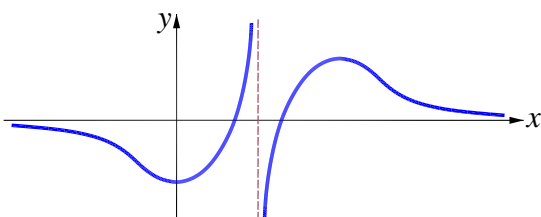
۲۴- شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax}{x^2 + bx + 4}$  است. مقدار  $a + b$  کدام است؟



- (۱)  $8$   
 (۲)  $2$   
 (۳)  $12$   
 (۴)  $4$

۲۵- اگر  $f$  تابع پیوسته و نمودار تابع مشتق آن شکل روبه‌رو باشد، تعداد نقاط ماکسیمم و

مینیمم نسبی  $f$  به ترتیب کدام است؟



- (۱)  $1$  و  $1$   
 (۲)  $2$  و  $2$   
 (۳)  $1$  و  $2$   
 (۴)  $1$  و  $2$

## تقر منحنی و نقاط عطف

ویژه رشته ریاضی

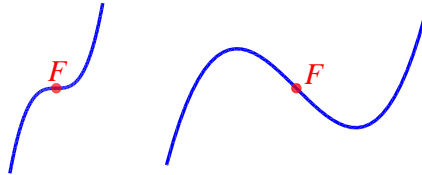
چند نقطه عطف معروف :

ویژه رشته ریاضی



## توابع درجه سوم

(الف) این تابع، همواره یک نقطه‌ی عطف دارد که مرکز تقارن آن است.  
 (ب) نمودار تابع به یکی از شکل‌های زیر است. (از رسم حالت‌هایی که با تقارن به دست می‌آید صرف‌نظر شده است.)



(پ) در حالتی که نمودار تابع ماکسیمم و می‌نیمم نسبی دارد، مرکز تقارن تابع که همان نقطه‌ی عطف است وسط نقاط ماکسیمم و می‌نیمم قرار دارد.

ویژه رشته ریاضی

## تابع هموگرافیک

به تابع غیر خطی  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، تابع هموگرافیک می‌گوییم.

(الف) در حالت  $c = 0$  یا  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ، این تابع خطی است. مثلاً تابع  $f(x) = \frac{6x+12}{3x+6}$

$$f(x) = \frac{6x+12}{3x+6} = \frac{6(x+2)}{3(x+2)} \Rightarrow f(x) = 2; (x \neq -2)$$

(ب) تابع هموگرافیک یک مجانب قائم و یک مجانب افقی دارد.

محل تلاقی مجانب‌ها مرکز تقارن است.

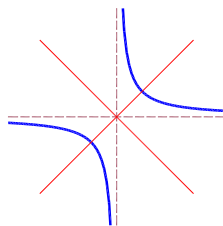
دو خطی که از مرکز تقارن این تابع می‌گذرند و شیب‌های ۱ و -۱ دارند، محورهای

تقارن این تابع هستند.

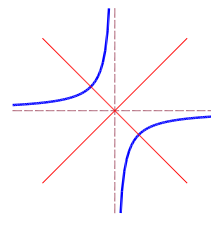
ویژه رشته ریاضی

(پ) نمودار تابع هموگرافیک همراه با مجانب‌ها و محورهای تقارن آن در شکل‌های

زیر رسم شده‌اند:



$$f'(x) < 0 \Rightarrow ad - bc < 0$$



$$f'(x) > 0 \Rightarrow ad - bc > 0$$





۲۶- در بازه  $(a, b)$ ، منحنی  $f(x) = \frac{-1}{x^2 + 48}$  صعودی با تقعر رو به بالاست. بیشترین

مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\infty$       (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

ویژه رشته ریاضی

۲۷- فاصله‌ی نقاط عطف منحنی  $y = x|x^2 - 3x|$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{5}$

ویژه رشته ریاضی

۲۸- خط راستی بر نمودار تابع  $y = x^3 - 2x^2 + 3x$  مماس شده و از آن عبور می‌کند. شیب

(سراسری ریاضی ۹۷)

این خط، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

ویژه رشته ریاضی

۲۹- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ ، به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ،

(سراسری تیربی ۹۷)

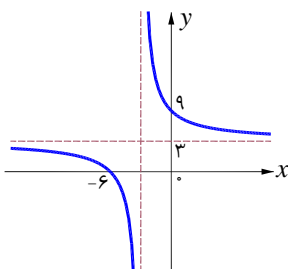
معادله‌ی  $f(x) = m$  فقط دارای یک ریشه‌ی حقیقی است؟

(۱)  $m > 7$  یا  $m < 2$       (۲)  $m > 6$  یا  $m < 3$

(۳)  $m > 7$  یا  $m < 3$       (۴)  $m > 6$  یا  $m < 2$

ویژه رشته ریاضی

۳۰- در تابع هموگرافیک شکل زیر، مقدار  $f(1)$  برابر کدام است؟



(۱) ۸      (۲)  $7/5$

(۳) ۷      (۴)  $6/5$

ویژه رشته ریاضی

آزمون :

۳۱- تابع  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-4}$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً صعودی است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام

است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$       (۲)  $2\sqrt{5}$       (۳)  $\sqrt{5} + 1$       (۴)  $\sqrt{5} - 1$



۳۲- اگر برای هر  $m$  از بازه  $(a, b)$  تابع  $f(x) = mx^2 + (m + 12)x$  در بازه  $(-\infty, 1]$  اکیداً صعودی باشد، بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x\sqrt{x} + bx & x > 1 \\ 3x + a & x \leq 1 \end{cases}$  یکنوای اکید باشد، اگر  $b$  کمترین مقدار ممکن

باشد، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۴- تابع  $f(x) = x^2|x - 12|$ ;  $x > 0$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً نزولی است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۵- مساحت چند ضلعی که رئوس آن نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \sqrt{5-x} + \sqrt{x-1}$  باشند، چقدر است؟

- ۱ (۱)  $2(\sqrt{2}-1)$       ۲ (۲)  $4(\sqrt{2}-1)$       ۳ (۳)  $2(\sqrt{3}-1)$       ۴ (۴)  $4(\sqrt{3}-1)$

۳۶- در تابع  $y = x|x - 2| - 2x$  فاصله‌ی نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی (در صورت وجود) کدام است؟

- ۱ (۱)  $4\sqrt{2}$       ۲ (۲) ۵

۳ (۳)  $2\sqrt{5}$       ۴ (۴) این تابع فقط یک اکسترمم نسبی دارد.

۳۷- اگر مجموع مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = a(x + \frac{4}{x})^2$  در بازه  $[1, 4]$

برابر ۸۲ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۶      ۲ (۲) ۲      ۳ (۳) ۳      ۴ (۴) ۷

۳۸- کدام توضیح در مورد نقاط اکسترمم تابع  $f(x) = x + 1 + \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$  صحیح است؟

- ۱ (۱) مینیمم مطلق برابر ۱      ۲ (۲) مینیمم مطلق برابر  $1 - \sqrt[3]{2}$

- ۳ (۳) ماکسیمم مطلق برابر ۴      ۴ (۴) ماکسیمم مطلق برابر ۶

۳۹- فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه

اول کدام است؟

(سراسری تهرانی ۹۹)

- ۱ (۱) ۱      ۲ (۲)  $\sqrt{2}$       ۳ (۳) ۲      ۴ (۴)  $2\sqrt{2}$



۱۴۰- فاصله‌ی نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{|4x-4|}{x^2}$  چقدر است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۴۱- دو نقطه به طول‌های ۲ و ۱- نقاط بحرانی تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 12x$  هستند. عرض نقطه‌ی ماکسیمم نسبی کدام است؟

- (۱) -۱۱      (۲) ۱۱      (۳) -۲۰      (۴) ۲۰

۱۴۲- به ازای کدام مقادیر  $a$ ، تابع  $f(x) = x + \frac{a}{x+1}$ ، اکسترمم نسبی ندارد؟

- (۱) هر مقدار  $a$       (۲)  $a \leq 0$       (۳)  $a \geq 0$       (۴) هیچ مقدار  $a$

۱۴۳- اگر  $f'(x) = x + |x-1| - |x+1|$  باشد، کدام گزینه، تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f$  را درست توضیح می‌دهد؟

(۱) فقط یک نقطه‌ی مینیمم نسبی      (۲) فقط یک نقطه‌ی ماکسیمم نسبی

(۳) دو نقطه‌ی مینیمم نسبی و یک نقطه‌ی ماکسیمم نسبی

(۴) یک نقطه‌ی مینیمم نسبی و دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی

۱۴۴- اگر  $A(1,1)$  یکی از نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2+a}{bx+2}$  باشد، طول نقطه‌ی

اکسترمم نسبی دیگر آن کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) -۳      (۴) -۴

۱۴۵- عرض نزدیک‌ترین نقطه‌ی روی منحنی  $y = x^2 - 8x + 1$  از نقطه‌ی  $A(4,3)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$       (۲) ۲      (۳) ۳      (۴)  $\frac{7}{2}$

۱۴۶- بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو

رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟ (سراسری تهرنی فارغ ۹۸)

- (۱) ۱۸      (۲) ۲۴      (۳) ۲۷      (۴) ۳۶

۱۴۷- می‌خواهیم یک زمین مستطیل شکل به مساحت ۳۰۰ متر مربع را دیوارکشی کنیم.

هزینه‌ی هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۳ میلیون تومان و هزینه‌ی هر متر دیوارهای شرقی و غربی ۴ میلیون تومان است. اگر ابعاد این زمین را چنان در نظر بگیریم که هزینه‌ی دیوارکشی مینیمم شود، محیط آن برابر چقدر است؟

- (۱) ۷۰      (۲) ۷۴      (۳) ۷۶      (۴) ۸۰



۴۸- هزینه سوخت یک قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت ۷ کیلومتر بر ساعت برابر  $۷^2$  تومان است. همچنین سایر هزینه‌ها برای هر ساعت صرف نظر از سرعت قطار، برابر ۵۰۰۰۰ تومان است. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلومتر، کمترین مقدار ممکن گردد؟

- ۴۰ (۱)      ۵۰ (۲)      ۵۵ (۳)      ۶۰ (۴)

۴۹- محیط هر دو قاعده‌ی استوانه‌ای روی سطح کره‌ای به شعاع ۶ واقع‌اند. اگر حجم استوانه ماکسیمم باشد، ارتفاع استوانه کدام است؟

- ۸ (۱)       $۶\sqrt{۲}$  (۲)       $۴\sqrt{۳}$  (۳)       $۲\sqrt{۶}$  (۴)

۵۰- دو نقطه‌ی  $A(1,5)$  و  $B(1,14)$  و نقطه‌ی  $M$  روی خط  $y=2$  مفروض‌اند. اگر زاویه‌ی  $\angle AMB$  ماکسیمم شود، طول نقطه‌ی  $M$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

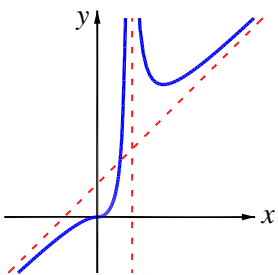
ویژه رشته ریاضی

۵۱- کدام شکل، بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+4}$  است؟



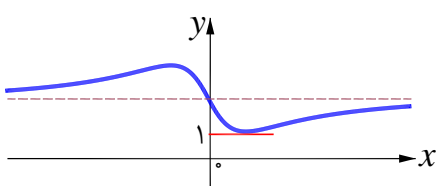
۵۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = \frac{x^3 + ax^2}{x^2 + bx + 1}$  است. مقدار مینیمم نسبی تابع، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۷)



- ۴/۵ (۱)      ۶ (۲)  
 $۶/۲۵$  (۳)       $۶/۷۵$  (۴)

۵۳- شکل مقابل نمودار تابع  $y = \frac{ax^2 + bx + 6}{x^2 + 2}$  است. مقدار  $b$  کدام است؟

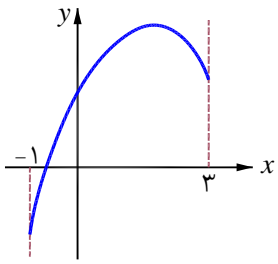


- $۲\sqrt{۲}$  (۱)       $-۲\sqrt{۲}$  (۲)  
 $۴\sqrt{۲}$  (۳)       $-۴\sqrt{۲}$  (۴)



۵۴- شکل زیر، نمودار تابع  $y = x + \sqrt{-x^2 + ax + b}$  است، مقدار ماکسیمم مطلق تابع

(سراسری ریاضی خارج ۹۷)

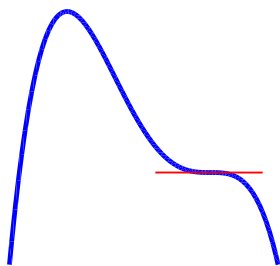


کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{3}$       (۲)  $2\sqrt{3}$   
 (۳)  $1 + 2\sqrt{2}$       (۴) ۴

۵۵- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است، مقادیر اکستریم نسبی تابع مشتق  $f'$  از راست به چپ

چگونه است؟



- (۱) مینیمم مثبت ، ماکسیمم مثبت  
 (۲) مینیمم منفی ، ماکسیمم منفی  
 (۳) مینیمم صفر ، ماکسیمم مثبت  
 (۴) مینیمم منفی ، ماکسیمم صفر

ویژه رشته ریاضی

۵۶- برای هر  $m$  از بازه  $(a, b)$ ، تقعر منحنی  $y = x^4 + mx^3 + (m+2)x^2$  همواره رو به

بالا است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{16}{3}$       (۲) ۵      (۳)  $\frac{14}{3}$       (۴)  $\frac{13}{3}$

ویژه رشته ریاضی

۵۷- فاصله دو نقطه عطف نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 3}$ ، کدام است؟ (سراسری تهری دافل ۹۹)

- (۱)  $\sqrt{3}$       (۲) ۲      (۳)  $\sqrt{5}$       (۴) ۳

ویژه رشته ریاضی

۵۸- نمودار تابع  $y = x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}$ ، در کدام بازه نزولی و تقعر آن رو به پایین است؟

(سراسری تهری ۹۷)

- (۱)  $(-2, 1)$       (۲)  $(0, 1)$   
 (۳)  $(-2, 0)$       (۴)  $(-\infty, -2)$

ویژه رشته ریاضی



۵۹- خط گذرنده از نقاط ماکسیمم و مینیمم تابع  $y = 6x^2 - x^3 + x + 1$  ، نمودار منحنی این تابع را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱۶ (۴)

۱۷ (۳)

۱۸ (۲)

۱۹ (۱)

ویژه رشته ریاضی

۶۰- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12x$  ، به ازای کدام مقادیر  $m$  خط به

(سراسری تهرین فارغ ۹۷)

معادله‌ی  $y = m$  مفروض فقط در دو نقطه مشترک است؟

$-\frac{16}{3}$  ، ۲۷ (۴)

$-\frac{16}{3}$  ، ۲۴ (۳)

$-\frac{44}{3}$  ، ۲۴ (۲)

$-\frac{44}{3}$  ، ۲۷ (۱)

ویژه رشته ریاضی