

کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل پانزدهم : آمار

مهر داد عباسپور

تعاریف :

آمار : مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

علم آمار : مجموعه‌ی روش‌هایی است که در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی انجام

می‌شود. شامل :

- (۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام
- (۲) سازماندهی و نمایش داده‌ها
- (۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها
- (۴) قضاوت و پیش‌بینی مناسب

جامعه (جمعیت) : مجموعه‌ی تمام افراد یا اشیا‌یی که درباره‌ی یک یا چند ویژگی آن تحقیق صورت می‌گیرد.

نمونه : بخشی از از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود.

اندازه یا حجم جامعه (نمونه) : تعداد اعضای جامعه (نمونه)

سرشماری : به دست آوردن آمار همه‌ی اعضای جامعه

انواع متغیرها :

متغیرهای کمی : متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند.

متغیر پیوسته : متغیری که اگر دو مقدار را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند. مثال : وزن افراد

متغیر گسسته : متغیر کمی که پیوسته نباشد. مثال : تعداد فرزندان

متغیرهای کیفی : متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند.

متغیر ترتیبی : متغیری که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد. مثال : مراحل تحصیل

متغیر اسمی : متغیر کیفی که ترتیبی نیست. مثال : گروه خونی

میانگین

(۱) برای اعداد x_1, \dots, x_2, x_n عدد $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ را میانگین می‌نامیم.

(۲) اگر یک داده‌ی آماری حذف یا اضافه شود، هر چه مقدار آن دورتر از میانگین باشد، تأثیر بیشتری بر میانگین می‌گذارد.

به خصوص اگر عدد حذف یا اضافه شده برابر میانگین باشد، میانگین تغییر نمی‌کند.

$$1, 2, 3, 4, 5 \quad \bar{x} = 3$$

$$\text{حذف } 3 \rightarrow 1, 2, 4, 5 \rightarrow \bar{x} = 3$$

$$\text{حذف } 4 \rightarrow 1, 2, 3, 5 \rightarrow \bar{x} = 2.75$$

$$\text{حذف } 5 \rightarrow 1, 2, 3, 4 \rightarrow \bar{x} = 2.5$$

$$\text{اضافه } 3 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 3 \rightarrow \bar{x} = 3$$

(۳) هرگاه دو گروه از داده‌های آماری با میانگین‌های برابر را با هم ترکیب کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند.

هرگاه از داده‌های آماری تعدادی را حذف کنیم که میانگین آنها برابر میانگین داده‌های اصلی باشد، در اثر حذف این داده‌ها میانگین تغییر نمی‌کند.

(۴) همواره، مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است.

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$12, 8, 7, 20 \rightarrow \bar{x} = 7$$

$$(-4) + (-5) + (-2) + 0 + 13 = 0$$

میانہ و چارک‌ها

- (۱) فرض کنید داده‌های آماری را از کوچک به بزرگ مرتب کرده‌ایم. در این صورت :
- اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانہ عدد وسط است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانہ را میانگین دو عدد وسط می‌گیریم. میانہ را با Q_2 نشان می‌دهیم و آن را چارک دوم می‌نامیم.
- (۲) میانہ‌ی داده‌های قبل از Q_2 را چارک اول می‌نامیم و با Q_1 نشان می‌دهیم.
- (۳) میانہ‌ی داده‌های بعد از Q_2 را چارک سوم می‌نامیم و با Q_3 نشان می‌دهیم.
- (۴) این که چارک‌ها، عضوی از داده‌ها هستند یا نیستند، بستگی به باقی‌مانده‌ی تقسیم تعداد آن‌ها بر ۴ دارد.

(۵) میانگین داده‌ها تحت تأثیر داده‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک (داده‌های دور افتاده)، قرار می‌گیرد. در صورتی که میانه‌ی داده‌ها تحت تأثیر داده‌های دور افتاده قرار نمی‌گیرد. بنابراین در صورت وجود داده‌ی دور افتاده از میانه استفاده می‌کنیم.

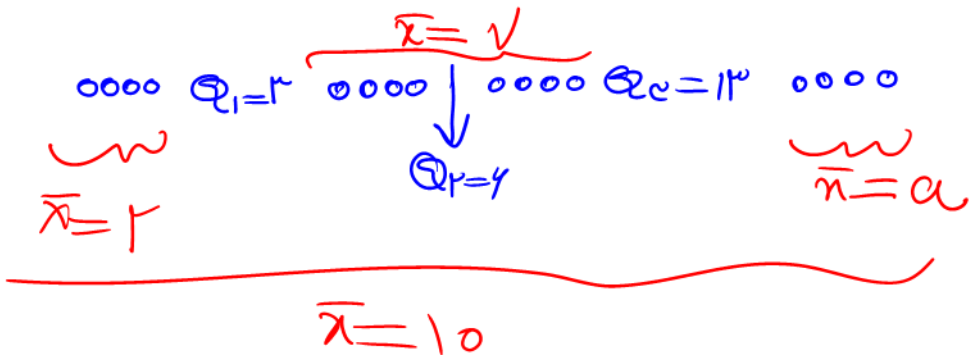
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸
 \downarrow \downarrow \downarrow
 $Q_1 = 2, 3$ $Q_r = 4, 5$ $Q_c = 7, 8$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹
 \downarrow \circledast \downarrow
 $Q_1 = 2, 3$ Q_r $Q_c = 7, 8$

۱ ۲ \circledast ۴ ۵ ۶ ۷ \circledast ۹ ۱۰
 Q_1 \downarrow $Q_r = 6, 7$ Q_c Q_c
 \wedge ۱ ۲ \circledast ۴ ۵ \circledast ۷ ۸ \circledast ۱۰ ۱۱
 Q_1 Q_r Q_c Q_c

مثال : برای ۱۸ داده‌ی آماری که چارک اول، دوم و سوم به ترتیب برابر ۳، ۶ و ۱۳ است، میانگین

داده‌های کمتر از چارک اول برابر ۲، میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم برابر ۷ و میانگین داده‌های بعد از چارک سوم برابر a است. اگر میانگین کل داده‌ها برابر ۱۰ باشد، مقدار a را بیابید.



$$18 \times 10 = 4(2) + 4 + 4 \times 7 + 13 + 6a = 18 \times 10$$

($a = 10$)

واریانس ، انحراف معیار ، ضریب تغییرات

(۱) برای اعداد x_1, x_2, \dots, x_n با میانگین \bar{x} ، عدد زیر را واریانس می نامیم :

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

(۲) جذر واریانس را انحراف معیار می نامیم (σ).

(۳) نسبت انحراف معیار به میانگین ($cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$) را ضریب تغییرات می نامیم.

(۴) واحد انحراف معیار همان واحد داده هاست ولی ضریب تغییرات واحد ندارد و معمولاً به صورت درصد بیان می شود.

(۵) واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات فقط وقتی برابر صفر می‌شوند که داده‌های آماری برابر باشند.

(۶) دامنه‌ی تغییرات : تفاضل بزرگترین و کوچک‌ترین داده‌ها

$$R = \text{Max} - \text{Min}$$

(۷) اشکال دامنه‌ی تغییرات این است که فقط دو داده در آن تأثیر دارند.

(۸) برای مقایسه‌ی پراکندگی داده‌ها در دو جامعه از ضریب تغییرات استفاده می‌کنیم.

میانگین و انحراف معیار جملات دنباله‌ی حسابی

اگر داده‌های آماری x_1, x_2, \dots, x_n که جملات متوالی دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d هستند:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_n}{2}$$

$$\sigma = |d| \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

$$1, 8, 9, 13, 17,$$

$$\bar{x} = 9$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{d^2 - 1}{12}} \times \epsilon = 4\sqrt{2}$$

واریانس ترکیب دو گروه از داده‌ها با میانگین برابر

مثال: ۸ داده‌ی آماری با میانگین ۶ و انحراف معیار ۲ داریم. ۱۲ داده‌ی آماری دیگر با میانگین ۶ و انحراف معیار ۳ مفروض است. واریانس همه‌ی این داده‌ها را بیابید.

$$\begin{cases} n=8 \\ \bar{x}=6 \\ \sigma=2 \end{cases}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 6)^2 + \dots + (x_n - 6)^2}{n}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{y} \\ \sigma^2 &= \frac{1(8) + 12(9)}{1+12} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n=12 \\ \bar{y}=6 \\ \sigma=3 \end{cases}$$

$$\frac{(y_1 - 6)^2 + \dots + (y_{12} - 6)^2}{12} = 9$$

۱۳ $\bar{x} = \bar{y} = 6 \rightarrow$ میانگین فرض مساوی

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1 - 6)^2 + \dots + (x_n - 6)^2 + (y_1 - 6)^2 + \dots + (y_{12} - 6)^2}{20} \\ &= \frac{1 \times 8 + 12 \times 9}{20} \end{aligned}$$

تغییر خطی داده‌ها

اگر از روی داده‌های x_i ; $i=1,2,\dots,n$ ، داده‌های y_i ساخته شوند، آنگاه :

$$y_i = ax_i + b \Rightarrow \bar{y} = a\bar{x} + b , \sigma_y = |a|\sigma_x$$

$$y_i = \mu x_i + V \rightarrow \begin{cases} \bar{y} = \mu \bar{x} + V \\ \sigma_y = \mu \sigma_x \end{cases}$$


۱- نوع متغیرهای تصادفی « شاخص توده‌ی بدن » و « رنگ چشم افراد » به ترتیب کدام است ؟

(۱) کمی پیوسته ، کیفی ترتیبی

(۲) کمی پیوسته ، کیفی اسمی ✓

(۳) کمی گسسته ، کیفی ترتیبی

(۴) کمی گسسته ، کیفی اسمی


$$BMI = \frac{\text{وزن}}{(\text{قد})^2}$$

۲- از داده‌های « ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۰ » یکی از داده‌ها را حذف می‌کنیم تا میانگین کمترین تغییر را داشته باشد. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴/۸ (۳)

۱۴/۶ (۲)

۱۴/۴ (۱)

$$\bar{x} = \frac{14}{6} = \frac{14}{3} = 14 \frac{1}{3}$$

۱۴ حذف $\rightarrow \bar{x} = \frac{14-14}{5} = \frac{0}{5} = 0$

۳- اگر میانگین ۹ عدد « ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷، a » برابر ۱۳ باشد، میانه‌ی آنها کدام

است؟

(سراسری تیرین فارغ ۹۷)

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$\bar{x} = \frac{100 + a}{9} = 13 \rightarrow a = 17$$

۷ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۲۰

۴- برای ۱۹ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های بیشتر از چارک سوم $۱۷/۵$ ، میانگین داده‌های کمتر از چارک اول برابر ۱۱ و میانگین بقیه‌ی داده‌ها برابر $۱۵/۲$ است. میانگین این ۱۹ داده کدام است؟

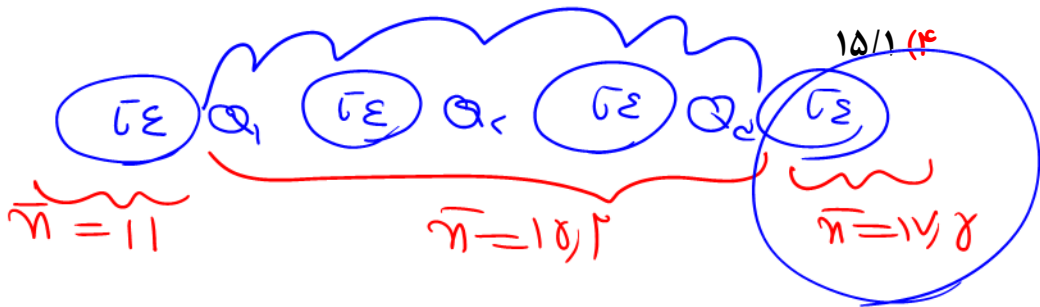
(سراسری ریاضی فارغ ۹۷)

$$۱۴/۸ \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$۱۴/۷ \quad (۱)$$

$$۱۵/۱ \quad (۴)$$

$$۱۴/۹ \quad (۳)$$



$$\bar{X}'_{\text{مجموعه}} = \frac{۴ \times ۱۱ + ۱۱ \times ۱۵,۲ + ۳ \times ۱۷,۸}{۱۹} = \frac{۴۴ + ۱۶۷,۲ + ۵۰}{۱۹} = \frac{۲۶۱,۲}{۱۹}$$

۵- میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. ضریب تغییرات داده‌های بین

چارک اول و سوم کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۸)

۵۹ ، ۳۹ ، ۵۶ ، ۴۶ ، ۵۰ ، ۵۴ ، ۳۷ ، ۴۲ ، ۵۷ ، ۳۲

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۰۹ (۲)

۰/۰۷ (۱)

۳۲ ۳۷ (۳۹) ۴۲ ۴۶ ↓ ۵۰ ۵۴ (۵۶) ۵۷ ۵۹

Q_1

Q_3

$$42, 46, 50, 54 \rightarrow \bar{x} = \frac{192}{4} = 48$$

$$s^2 = \frac{36 + 4 + 4 + 36}{4} = 20 \rightarrow s = 2\sqrt{5}$$

$$CV = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx \frac{2.2}{24} < 0.1$$

۶- ضریب تغییرات ۷ عدد طبیعی متوالی، $\frac{1}{10}$ است. بزرگترین این اعداد کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳) ✓

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

$$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$$

$$\bar{x} = a + 3$$

$$\sigma^2 = \frac{a + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9}{7} = 4$$

$$\sigma = 2$$

$$\rightarrow \frac{2}{a+3} = \frac{1}{10} \rightarrow a = 17$$

۲۰

$$a+6 = 23$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{V^2-1}{12}} \times 1 = 2$$

نصف خردل

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{10} \rightarrow \bar{x} = 20$$

کدرول

$$20 + 3 = 23$$

۷- اگر میانگین داده‌های « d, c, b, a » برابر ۶ و واریانس آنها برابر صفر باشد، میانگین داده‌های

« $c+d, a+b, d, c, b, a$ » کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۱۰ (۱)

$$a=b=c=d=6$$

۱۲, ۱۲, ۶, ۶, ۶, ۶

$$\bar{x} = \frac{6 \times 6}{4} = 9$$

۸- در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟

(سراسری تیربی ۹۸)

(۱) گروه اول

(۲) گروه دوم ✓

(۳) یکسان

(۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$CV_2 < CV_1 \rightarrow$ گروه دوم بهتر

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

۹- یک جامعه با اندازهی ۱۲ و واریانس ۱۲/۶ ، با جامعهی دیگری به اندازهی ۲۴ و واریانس ۷/۲ ، تشکیل جامعهی جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه جدید، کدام است ؟

(سراسری ریاضی ۹۶)

۳/۲ (۴)

۳/۱ (۳)

۳ (۲) ✓

۲/۹ (۱)

$$\bar{x} = \bar{y} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{12 \times 12/6 + 24 \times 7/2}{12 + 24} = \frac{12/4 + 2(7/2)}{3} = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

۱۰- میانگین و انحراف معیار ۷ داده آماری به ترتیب ۴۰ و ۲ می باشد. اگر داده های « ۴۵ ، ۴۱ ، ۳۴ »

$$\bar{y} = 40$$

به آنان افزوده شود، ضریب تغییرات ۱۰ داده جدید چند درصد است؟

$$7/5 \quad (4) \quad \checkmark$$

$$7 \quad (3)$$

$$6/5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

میانگین تغییر نمی کند.

$$\bar{x} = 40 \rightarrow \bar{x} = \bar{y} = 40 \Rightarrow$$

$$\sigma^2 = \frac{V_x^2 + (34-40)^2 + (41-40)^2 + (45-40)^2}{10} = \frac{21 + 36 + 1 + 25}{10} = 9$$

$$\rightarrow CV = \frac{3}{40} = \frac{7.5}{100}$$

$$(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$$

۱۱- اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام

است؟

(سراسری ریاضی ۸۶)

۴۲۰ (۴)

۳۵۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۲۱۰ (۱) ✓

$$y_i = 2x_i - 7$$

$$CV_y = 1.5 \cdot CV_x \rightarrow x_1 + \dots + x_{20} = ?$$

$$\begin{cases} \sigma_y = 1.5 \sigma_x \\ \bar{y} = 2\bar{x} - 7 \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{1.5}{2} \cdot \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \rightarrow \frac{1.5 \cancel{\sigma_x}}{2\bar{x} - 7} = \frac{1.5 \cancel{\sigma_x}}{2\bar{x}}$$

$$\rightarrow 2\bar{x} = 4\bar{x} - 7 \rightarrow \bar{x} = \frac{7}{2} \rightarrow x_1 + \dots + x_{20} = 20\bar{x} = 70$$

$$\sqrt{x}+1, \quad \sigma$$

۱۲- اگر ضریب تغییرات داده‌های « $3x_1+1, 3x_2+1, \dots, 3x_n+1$ » برابر ۰/۰۹ و ضریب تغییرات

داده‌های « $4x_1-2, 4x_2-2, \dots, 4x_n-2$ » برابر ۰/۱۲ باشد، ضریب تغییرات داده‌های

« x_1, x_2, \dots, x_n » برابر کدام است؟ $\sqrt{x}-2, \sigma$

$$0/4 \quad (4)$$

$$0/3 \quad (3)$$

$$0/2 \quad (2)$$

$$0/1 \quad (1)$$

\bar{x}, σ

$$\begin{cases} \frac{\sigma}{\sqrt{x}+1} = 0/09 \\ \frac{\sigma}{\sqrt{x}-2} = 0/12 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt{x}-2}{\sigma} = \frac{9}{12} \rightarrow \frac{\cancel{\sigma}(\sqrt{x}-2)}{\cancel{\sigma}(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \sqrt{x}-2 = \frac{3}{4}(\sqrt{x}+1) \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow \frac{\sigma}{10} = 0/9 \rightarrow \sigma = 0/3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0/3}{3} = 0/1$$

آزمون :

۱۳- نوع متغیرهای تصادفی « وزن افراد » و « مقطع تحصیلی افراد » به ترتیب کدام است ؟

✓ (۱) کمی پیوسته ، کیفی ترتیبی

(۲) کمی پیوسته ، کیفی اسمی

(۳) کمی گسسته ، کیفی ترتیبی

(۴) کمی گسسته ، کیفی اسمی

۱۴- از داده‌های « ۶ ، ۱۱ ، ۸ ، ۵ ، ۹ ، ۷ » یکی از داده‌ها را حذف می‌کنیم. میانگین k واحد کاهش می‌یابد. کمترین مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{15} \text{ (۳)} \checkmark$$

$$\frac{1}{12} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۱)}$$

$$\bar{x} = \frac{44}{4} = \frac{11}{1} = 11$$

$$\text{حذف ۸} \rightarrow \bar{y} = \frac{31}{3} = 10\frac{1}{3}$$

$$\bar{x} - \bar{y} = 11 - 10\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۵- اگر میانگین و میانه‌ی اعداد مثبت « ۱ ، ۷ ، ۳ ، ۵ ، a » برابر باشند، مجموع مقادیر a کدام است ؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

$$\bar{x} = \frac{14+a}{5}$$

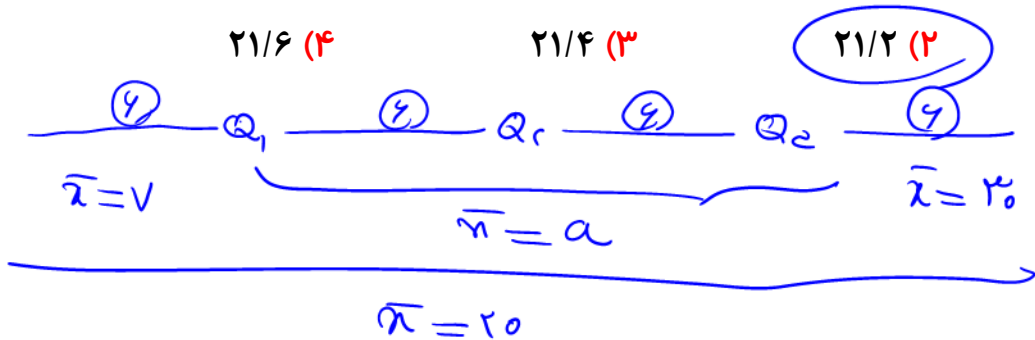
۱ ۳ ۵ ۷

$$a \leq 3 \rightarrow \text{میانه} = 3 = \frac{14+a}{5} \rightarrow a = -1 \quad \times$$

$$3 < a < 5 \rightarrow \text{میانه} = a = \frac{14+a}{5} \rightarrow a = 8 \quad \checkmark$$

$$a \geq 5 \rightarrow \text{میانه} = 5 = \frac{14+a}{5} \rightarrow a = 9 \quad \checkmark$$

۱۶- برای ۲۷ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های قبل از چارک اول برابر ۷، میانگین داده‌های بعد از چارک سوم برابر ۳۰ و میانگین بقیه‌ی داده‌ها برابر a است. اگر میانگین کل داده‌ها برابر ۲۰ باشد، مقدار a کدام است؟



مجموعی (ها) $= 4 \times 7 + 8 \times a + 8 \times 30 = 27 \times 20$

$$14 + 8a + 240 = 110 \rightarrow 8a = 104 \rightarrow a = \frac{104}{8} = 21,2$$

۳۰

۱۷- اگر عدد a میانه‌ی اعداد صحیح و متمایز « ۶ ، ۱۴ ، ۱۳ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ۸ ، ۴ ، ۳ ، a » باشد، مقدار

تقریبی ضریب تغییرات داده‌های بین چارک اول و سوم، چند درصد است؟

۲۴ (۴)

۲۲ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۳ ۴ ۶ ۸ ۹ ۱۰ ۱۲ ۱۳ ۱۴

↓ ↓

۹ ۱۲

$$a = 9$$

$$9, 11, 9, 10, 12 \rightarrow \bar{x} = \frac{48}{5} = 9.6$$

$$s^2 = \frac{9 + 1 + 0 + 1 + 9}{5} = 4 \rightarrow s = 2 \rightarrow CV = \frac{2}{9.6} \approx 0.21$$

۱۸- برای اعداد طبیعی متوالی « ۱۴، ۱۵، ...، ۲۵، ۲۶ » ضریب تغییرات داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

•/۲ (۴)

•/۱۴ (۳)

•/۱۲ (۲)

•/۱ (۱) ✓



$$17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 \rightarrow \bar{x} = 20$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} \quad d = \sqrt{\frac{V^2-1}{12}} \times 1 = 2$$

$$\rightarrow CV = \frac{2}{20} = 10\%$$

۱۹- نمرات مهارت برای کارگر A: « ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶ » و برای کارگر B: « ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵ ».

(سراسری تیرین فارغ ۹۱)

۱۳، ۱۱/۵ « بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

B (۲)

A (۱) ✓

(۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

(۳) یکسان

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_i}{n} = 14$$

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 2$$

$$\rightarrow CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} \approx \frac{1,4}{14} = 0,1$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i}{n} = 14,5$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 3,7 \rightarrow CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} > 0,1$$

۲۰- دو گروه داده‌ی آماری را با هم ترکیب می‌کنیم. گروه اول ۸ داده با میانگین ۱۵ و ضریب تغییرات ۰/۲ و گروه دوم ۱۲ داده با میانگین ۱۵ و ضریب تغییرات ۰/۴ هستند. واریانس این ۲۰ داده‌ی آماری کدام است؟

$$25/4 \text{ (۴)}$$

$$25/2 \text{ (۳)}$$

$$25 \text{ (۲)}$$

$$24/8 \text{ (۱)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_1 = 15 \\ CV_1 = 0.2 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = 0.2 \rightarrow \sigma_1 = 0.2 \times 15 = 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_2 = 15 \\ CV_2 = 0.4 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = 0.4 \rightarrow \sigma_2 = 0.4 \times 15 = 6$$

$$\hat{\sigma}_1 = \bar{x}_r \rightarrow \sigma^2 = \frac{8 \times 9 + 12 \times 36}{8 + 12} = \frac{36 + 432}{20} = 23.4$$

۳۴

۲۱- میانگین ۲۴ داده‌ی آماری برابر ۱۰ و واریانس برابر ۲۱ است. اگر داده‌های «۱۱، ۱۱، ۹، ۹» از

$$\bar{x}_y = 10$$

این گروه حذف شوند، ضریب تغییرات ۲۰ داده‌ی باقی‌مانده چند درصد است؟

$$54 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

$$48 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_y = 10 \rightarrow \sigma^2 = \frac{24 \times 21 - (1+1+1+1)}{20} = 20 \rightarrow \sigma = 4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

۲۲- انحراف معیار ۲۶ داده‌ای آماری برابر ۲ می‌باشد. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از

(سراسری ریاضی فارغ ۸۷)

بین آنان حذف شود، واریانس ۲۵ داده‌ی دیگر کدام است؟

۴/۱۶ (۴)

۴/۱۲ (۳)

۴/۰۸ (۲)

۳/۹۶ (۱)

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{24 \times 4 - (\bar{x} - \bar{x})^2}{28} = \frac{104}{28} = 4,14$$

۲۳- اگر ضریب تغییرات داده‌های « $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{30} - 1$ » دو برابر ضریب تغییرات

داده‌های « $3x_1 + 1, 3x_2 + 1, \dots, 3x_{30} + 1$ » باشد، حاصل $x_1 + x_2 + \dots + x_{30}$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۴۰ (۳)

۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

x_1, \dots, x_{30} ✓

$$CV_1 = 2 CV_2$$

$$\frac{2\sigma}{2\bar{x}-1} = 2x \frac{3\sigma}{3\bar{x}+1}$$

$$\frac{1}{2\bar{x}-1} = \frac{3}{3\bar{x}+1} \rightarrow 3\bar{x}+1 = 6\bar{x}-3 \rightarrow \bar{x} = \frac{4}{3}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{30} = 30 \left(\frac{4}{3} \right) = 40$$

۲۴- بیست داده‌ی آماری داریم. هر یک را سه برابر کرده و حاصل را k واحد اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات داده‌های جدید، نصف ضریب تغییرات داده‌های ابتدایی است. میانگین داده‌های جدید چند برابر میانگین داده‌های اصلی است؟

(۴) بستگی به k دارد.

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۶

$$y_i = 3x_i + k \quad \begin{cases} \bar{y} = 3\bar{x} + k \\ \sigma_y = 3\sigma_x \end{cases} \quad CV_y = \frac{1}{3} CV_x \quad \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = ?$$

$$\frac{\cancel{3\sigma_x}}{3\bar{x} + k} = \frac{1}{3} \times \frac{\cancel{\sigma_x}}{\bar{x}}$$

$$9\bar{x} = 3\bar{x} + k \rightarrow k = 6\bar{x}$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{3\bar{x} + k}{\bar{x}} = \frac{3\bar{x} + 6\bar{x}}{\bar{x}} = 9$$