کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل شانزدهم : شمارش بدون شمردن

مهرداد عباسپور

سوالاتی از اصل جمع و ضرب و جایگشت

مثال : **با حروف « a ، b ، c ، d ، e ، f ، g » چند کلمه‌ی ۷ حرفی می‌توان ساخت که :**

(الف) قطعه « de » در آن دیده شود ؟ (ب) حروف « a ، b ، c » کنار هم باشند ؟

مثال : **با ارقام « ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ » چند عدد سه رقمی زوج می‌توان ساخت که در آن حتماً « ۳ » به کار رفته باشد ؟ (با تکرار و بی تکرار)**

تکرار مجاز:

کل − (۳ ندارد)

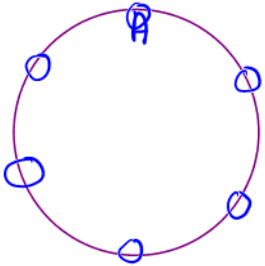
$$\frac{④}{۱,۲,۳,۴} \cdot \frac{⑤}{} \cdot \frac{③}{۰,۲,۴} - \frac{③}{۱,۲,۴} \cdot \frac{④}{} \cdot \frac{③}{۰,۲,۴} = ۶۰ - ۳۶ = \boxed{۲۴}$$

تکرار غیر مجاز:

$$\left(\frac{③}{۱,۲,۳,۴} \times ۳ \times \frac{②}{۲,۴} + \frac{④}{۱,۲,۳,۴} \times ۳ \times \frac{①}{۵}\right) - \left(\frac{②}{۱,۲,۴} \times ② \times \frac{②}{۲,۴} + \frac{③}{۱,۲,۴} \times ② \times \frac{①}{۵}\right)$$

$$= (۱۸+۱۲) - (۸+۶) = \boxed{۱۶}$$

مثال : تعداد روش‌هایی که ۶ نفر دور یک میز گرد می‌توانند بنشینند ؟



A B C D E F

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

۱ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

$1\times 5!$

$1\times(n-1)!$

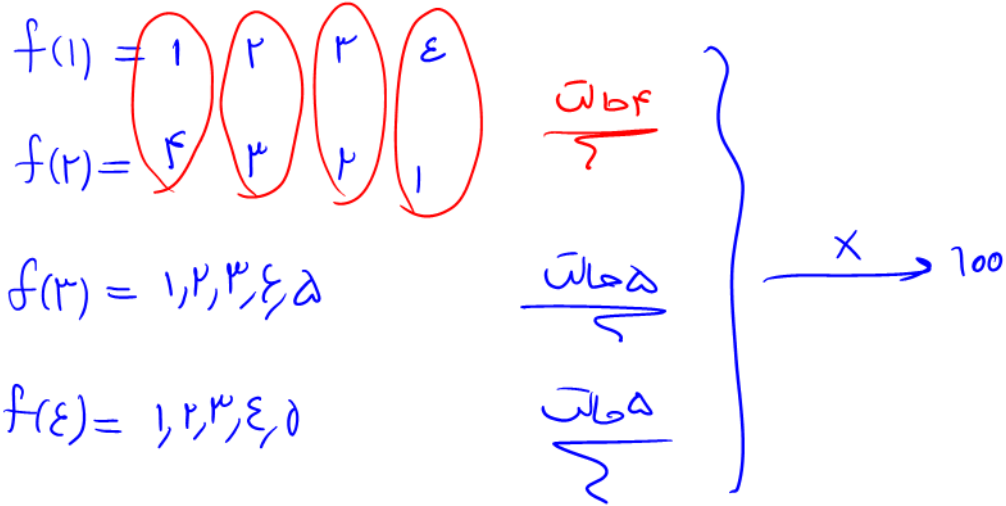
مثال : به چند روش ۷ نفر می‌توانند در یک صف بایستند هر گاه قرار باشد، a جلوتر از b باشد ؟

$$\frac{7!}{2} \times 1$$

مثال : احتمال این که نفر a جلوتر از b و b جلوتر از c باشد.

$$\frac{7!}{3!}$$

مثال : مجموعه‌های $A=\{1,2,3,4\}$ و $B=\{1,2,3,4,5\}$ را در نظر بگیرید. چند تابع f از A به B می‌توان تعریف کرد که $f(1)+f(2)=5$ باشد ؟



جایگشت اشیاء تکراری

فرض کنید n شیء داریم که در بین آنها اشیاء تکراری :

k تا « a » ، m تا « b » ، . . . ، p تا « c » هستند.

در این صورت تعداد جایگشت‌های متمایز این n شیء برابر است با :

$$\frac{n!}{k!\times m!\times \cdots \times p!}$$

(۱) توجه کنید که اگر از همه اشیاء استفاده نشود باید حالت بندی کنیم.

(۲) برای n شیء :

« تعداد جایگشت‌های n تایی » = « تعداد جایگشت‌های $n-1$ تایی »

۷

مثال : تعداد جایگشت‌های n تایی با حروف « a ، a ، a ، b ، c ، d » برای حالت‌های $n=4,5,6$

۴ → $\frac{4!}{3!}$

۵ → $\frac{4!}{3!}$

۶ → aaab, aaac, aaad, aabc, aabd, aacd, abcd → $3\left(\frac{4!}{3!}\right)+3\left(\frac{4!}{2!}\right)+4!$

ترکیب

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با :

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!} \quad ; \quad (0\le r\le n)$$

$$\binom{10}{3}=\frac{10\times 9\times 8}{3!} \qquad \binom{8}{2}=\frac{8\times 7}{2!}$$

$$\binom{14}{10}=\binom{14}{4}=\frac{14\times 13\times 12\times 11}{4!}$$

$$\binom{n}{0}=1 \ , \ \binom{n}{1}=n \ , \ \binom{n}{n}=1 \ , \ \binom{n}{n-1}=n$$

مثال : به چند روش می‌توان از بین ۴ کتاب ریاضی و ۶ کتاب فیزیک، یک بسته با ۵ کتاب شامل دست کم ۳ کتاب ریاضی تشکیل داد ؟

$$\binom{۴}{۳}\binom{۶}{۲} + \binom{۴}{۴}\binom{۶}{۱} = ۴ \times ۱۵ + ۱ \times ۶ = ۶۶$$

مثال : چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز شامل دو رقم فرد و دو رقم زوج می‌توان ساخت ؟

۱ ۳ ۵ ۷ ۹ ۲ ۴ ۶ ۸ ۰

$\binom{5}{2}$ فرد $\binom{4}{2}$ زوج غیرصفر $\times 4!_0 + \binom{5}{2}$ فرد $\binom{4}{1}$ زوج شامل صفر $\binom{1}{1}$ صفر $\times 3 \times 3!_0$

↓

۱ و ۵ و ۴ و ۰

$= 10 \times 6 \times 24 + 10 \times 4 \times 18$

$= 2160$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

اگر A یک مجموعه‌ی n عضوی باشد :

(۱) تعداد کل زیرمجموعه‌های A برابر ۲^n است.

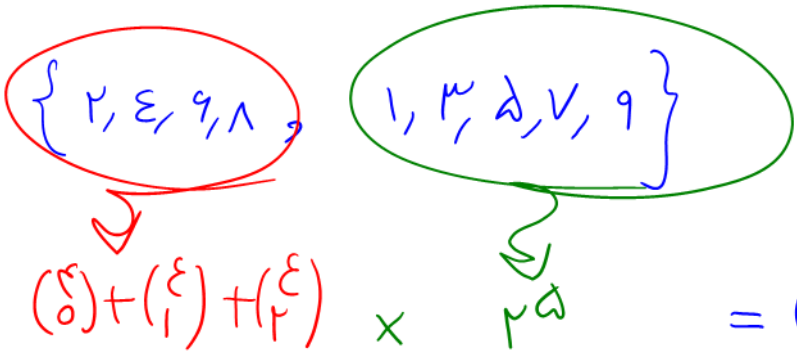
(۲) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی A برابر $\binom{n}{k}$ است.

$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$

تعداد کل زیرمجموعه‌ها $= ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۶$

تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی $= \binom{۶}{۴}$

مثال : مجموعه‌ی $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ چند زیرمجموعه دارد که حداکثر دو عضو زوج داشته باشد ؟



روابط بین ترکیب و جایگشت

$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$	$C(n,r)=\frac{n!}{r!\times(n-r)!}$	$P(n,r)=r!\times C(n,r)$
$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$	$\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$	$\binom{n}{2}=\binom{n}{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}$
$\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$	$\binom{n}{a}=\binom{n}{b} \Rightarrow a=b$ یا $a+b=n$	
$\binom{n}{r}=\binom{n-1}{r-1}+\binom{n-1}{r}$	$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n$	

در ترکیب $\binom{n}{r}$ ، هر چه r به $\frac{n}{2}$ نزدیک‌تر باشد، مقدار بیشتری دارد. مثلاً :

$\binom{5}{0}=1$, $\binom{5}{1}=5$, $\binom{5}{2}=10$, $\binom{5}{3}=10$, $\binom{5}{4}=5$, $\binom{5}{5}=1$

$\binom{6}{0}=1$, $\binom{6}{1}=6$, $\binom{6}{2}=15$, $\binom{6}{3}=20$, $\binom{6}{4}=15$, $\binom{6}{5}=6$, $\binom{6}{6}=1$

$P(n,4) = n(n-1)(n-2)(n-3)$ $\quad C(n,3) = \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

$P(n,a) = C(n,a) \times a!$

$\binom{10}{3} = \binom{10}{7} \rightarrow \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ / $\binom{12}{3} = \binom{12}{k} \rightarrow \begin{cases} k=3 \\ k=12-3=9 \end{cases}$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه ۶ عضوی $= 2^6 = \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$

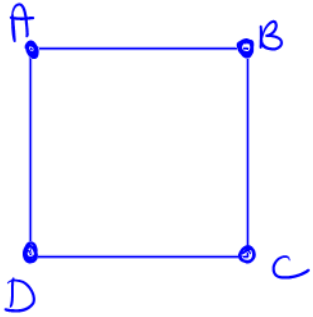
$1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$

$\max \binom{11}{k} = ?$ $\quad \frac{11}{2} = 5/5 \rightarrow \binom{11}{5} = \binom{11}{6}$

$\binom{10}{3} = \binom{9}{3} + \binom{9}{2}$ $\quad \binom{12}{8} + \binom{12}{9} = \binom{13}{9}$

۱- به چند روش می‌توان رئوس مربع $ABCD$ را با سه رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که رئوسی که در یک ضلع مشترک هستند، همرنگ نباشند ؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸



A C B D

(۳) (۱) (۲) (۲)

هم‌رنگ A, C

(۳) (۲) (۱) (۱)

غیرهم‌رنگ A, C

$\longrightarrow$ ۱۲ + ۶ = ۱۸

۲- چند عدد سه رقمی زوج بزرگتر از ۴۰۰ می‌توان با ارقام متمایز « ۰ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ » نوشت ؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۰ ۳) ۴۲ ۴) ۴۸

$$\underset{۴\,۵\,۶}{\textcircled{۳}}\ \underset{}{\textcircled{۴}}\ \underset{۰\,۲}{\textcircled{۲}} + \underset{۴\,۵\,۶}{\textcircled{۴}}\ \underset{}{\textcircled{۴}}\ \underset{۴\,۶}{\textcircled{۲}} = ۲۴ + ۱۶ = ۴۰$$

۳- تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیرتکراری، کدام است ؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

۱) ۹۴۸ ۲) ۹۵۲ ✓ ۳) ۹۶۸ ۴) ۹۷۲

$\underset{x\neq 0}{\overset{(1)}{__}}\ __\ __\ \overset{(1)}{\underset{5}{__}} + \overset{(9)}{__}\ __\ __\ \overset{(1)}{\underset{0}{__}}$

$8\times 7(1+9) = 56\times 17 = 952$

۴- چند عدد سه رقمی وجود دارد که بزرگترین رقم استفاده شده در آن ۵ باشد ؟

۱) ۸۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۰

۰،۱،۲،۳،۴،۵

⑤ × ⑨ × ⑨ − ④ × ⑤ × ⑤ = ۱۸۰ − ۱۰۰ = ۸۰

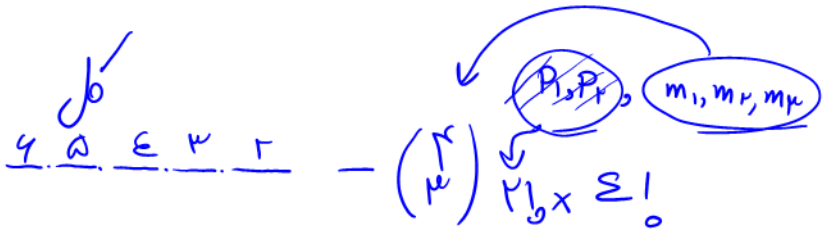
$n \neq 0$ $n \neq 0$

۰،۱،۲،۳،۴

۵- چهار کتاب ریاضی متفاوت و دو کتاب فیزیک متفاوت داریم. به چند طریق می‌توانیم یک ردیف ۵ تایی از این کتاب‌ها ایجاد کنیم به طوری که دو کتاب فیزیک کنار هم نباشند ؟

۱) ۴۸۰ ۲) ۵۲۸ ۳) ۶۰۰ ۴) ۶۲۴

$m_1\ m_2\ m_3\ m_4\quad P_1\ P_2$



$720 - 4 \times 2 \times 24 = 528$

۶- به چند حالت ۴ نفر می‌توانند در یک صف بایستند، هرگاه قرار باشد A جلوتر از B باشد ؟

۱) ۵ ۲) ۱۲ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

$$\frac{۴!}{۲!} = ۱۲$$

۷- با حروف « a ، a ، a ، b ، b ، c » چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت با a شروع شود ؟

۱) ۳۰ ✓ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

a | a, a, b, b, c

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

۸- چند کلمه‌ی ۳ حرفی با حروف « a ، a ، b ، c ، d ، e » می‌توان ساخت ؟

۱) ۶۰ ۲) ۶۴ ۳) ۶۸ ۴) ۷۲

$a, a, \begin{cases} b \\ c \\ d \\ e \end{cases}$ $\quad ۴ \times \frac{۳!}{۲!} = ۱۲$

$\xrightarrow{+} ۷۲$

a, b, c, d, e $\quad ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$

۹- از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی، به چند طریق می توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد؛ به طوری که لااقل دو نفر از آنها دانش‌آموز تجربی باشند ؟

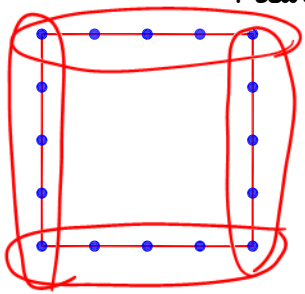
(سراسری ۹۰)

۱) ۲۵ ۲) ۳۰

۳) ۳۵ ۴) ۴۰

$$\binom{5}{2}\binom{3}{1}+\binom{5}{3}=10\times3+10=40$$

۱۰- چند مثلث وجود دارد که رئوس آن از بین نقاط نشان داده شده در شکل باشد ؟



۱) ۵۰۰ ۲) ۵۱۰

۳) ۵۲۰ ۴) ۵۳۰

$$\binom{۱۶}{۳} - \binom{۵}{۳} \times ۴$$

$$\frac{۱۶ \times ۱۵ \times ۱۴}{۶} - ۱۰ \times ۴ = ۵۶۰ - ۴۰ = ۵۲۰$$

۱۱- از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می‌توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد. به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند ؟

(سراسری تجربی خارج ۹۸)

۱) ۱۳۵ ۲) ۲۷۰

۳) ۳۲۰ ۴) ۶۴۰

$$\binom{5}{3}\times\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{4}{1}=10\times4\times4\times4=640$$

۱۲- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به‌طوری که ۲ نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند ؟ (سراسری تجربی ۹۹)

۱) ۸۴ ۲) ۷۲ ۳) ۹۱ ۴) ۹۵

a, b و بقیه ۷ تا

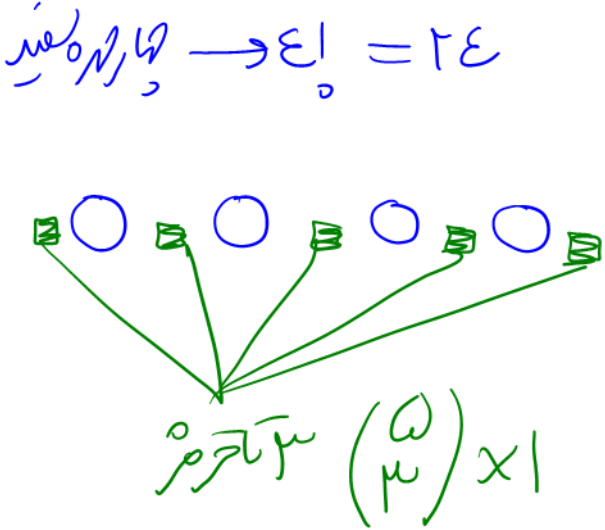
$$\binom{2}{1}\binom{7}{4} + \binom{2}{0}\binom{7}{5} = 2\times\frac{7\times6\times5}{3!} + 1\times\frac{7\times6}{2!}$$

$$\binom{7}{3} \qquad \binom{7}{2}$$

$$= 70 + 21 = 91$$

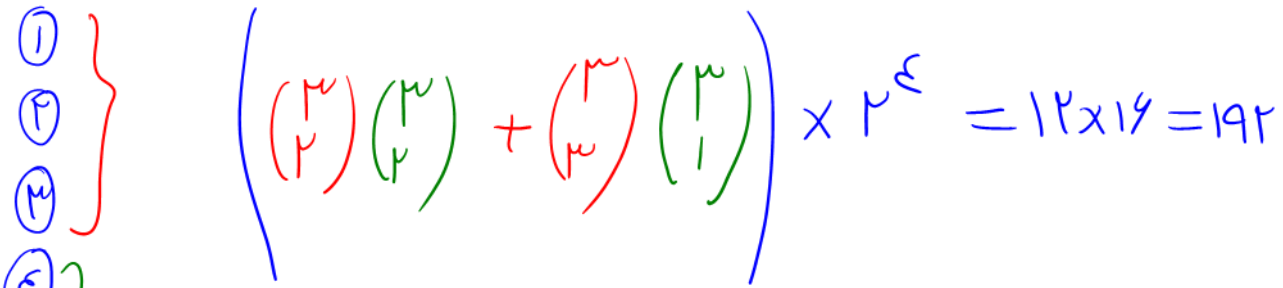
۱۳- چهار مهره سفید متمایز و سه مهره قرمز یکسان داریم. به چند روش می‌توان تمام این مهره‌ها را در یک ردیف قرار دهیم هرگاه قرار باشد هیچ دو مهره‌ی قرمزی کنار هم نباشند ؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۹۶۰ ۴) ۱۴۴۰



۱۴- به چند طریق می‌توان به ۴ سوال از ۶ سوال تستی دو گزینه‌ای « بله ، خیر » پاسخ گفت در صورتی که پاسخ به حداقل ۲ سوال از ۳ سوال اول اجباری باشد ؟

۱) ۱۴۴ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۷۶ ۴) ۱۹۲



۱۵- اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۳ باشد، چند زیر مجموعه از A شامل حداکثر ۲ رقم زوج و حداقل یک رقم فرد است ؟

۱) ۲۳۵۶ ۲) ۲۴۶۸ ۳) ۲۷۹۴ ۴) ۲۸۴۲

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$2^7 - \binom{7}{5}$

$\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2}$

$(2^7 - 1)(1 + 6 + 15) = 127 \times 22 =$

۳۰

۱۶- چند تابع f از مجموعه‌ی $A=\{1,2,3,4\}$ به مجموعه‌ی $B=\{1,2,3,4\}$ وجود دارد که $f(2)\neq f(1)$ و $f(3)\neq 4$ باشد ؟

۱) ۱۴۴ ✓ ۲) ۱۶۲ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۹۲

۴) $f(1)=1,2,3,4$

۳) $f(2)\neq f(1)$

۳) $f(3)=1,2,3$

۴) $f(4)=1,2,3,4$

$\longrightarrow 4\times 3\times 3\times 4=144$

۱۷- مجموعه‌ی A دارای $2k$ زیرمجموعه‌ی دو عضوی و $12k$ زیرمجموعه‌ی سه عضوی است. مقدار k کدام است ؟

۱) ۱۳۸ ۲) ۹۵ ۳) ۶۰ ۴) ۳۳

$$\begin{cases} \binom{n}{2} = 2k \\ \binom{n}{3} = 12k \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{n(n-1)}{2} = 2k \\ \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 12k \end{cases} \quad \begin{cases} n(n-1) = 4k \\ n(n-1)(n-2) = 72k \end{cases} \div$$

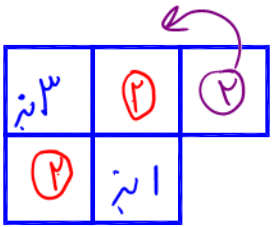
$$n-2 = 18 \longrightarrow n = 20 \longrightarrow 20 \times 19 = 4k \longrightarrow k = 95$$

آزمون :

۱۸- هر یک از مربع‌های شکل روبه‌رو را می‌خواهیم با یکی از سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ‌آمیزی کنیم. این کار به چند صورت امکان‌پذیر است هرگاه قرار باشد هر دو مربعی که در یک ضلع مشترکند رنگ متفاوتی داشته باشند ؟

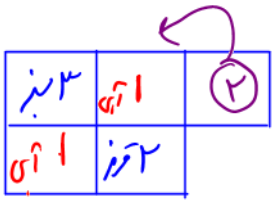
۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ✓

۳) ۴۸ ۴) ۶۰



$۳ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

$+ \rightarrow ۳۶$



$۳ \times ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۱۲$

۱۹- چند عدد زوج چهار رقمی با ارقام « ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ » بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت که در آن از «۴» استفاده شده باشد ؟

۱) ۱۰۸ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۱۴ ✓

$$\text{کل} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 1}{0} + \frac{4 \times 4 \times 3 \times 2}{\text{۲,۴}} \quad (n \neq 0)$$

$$\text{۴تایی} = \frac{4}{} \times \frac{3}{} \times \frac{2}{} \times \frac{1}{0} + \frac{3}{} \times \frac{3}{} \times \frac{2}{} \times \frac{1}{2}$$

$$(90+96) - (24+18) = 186 - 42 = 144$$

۲۰- تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام غیرتکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است ؟

۱) ۱۸۴۸ ✓ ۲) ۱۷۹۲

۳) ۱۷۴۸ ۴) ۱۶۵۸

(سراسری ریاضی خارج ۹۹)

حل ۱- شمارش

$$9\times 9\times 8\times 7 - 8\times 8\times 7\times 6 = 8\times 7\,(81-48)$$

$$= 56\times 33 = 1848$$

۲۱- با ارقام « ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ » چند عدد چهار رقمی با شرط

« رقم صدگان > رقم دهگان > رقم یکان » و بدون رقم تکراری می‌توان ساخت ؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

$۵ \times ۱۰ = ۵۰$

۲۲- تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است ؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۸)

۱) ۵۲ ۲) ۵۴

۳) ۵۶ ۴) ۵۸

۵،۲،۲ → (۳)

۵،۲،۵ → (۳)

۵،۲،۰ → ۲×۲×۱ = (۴)

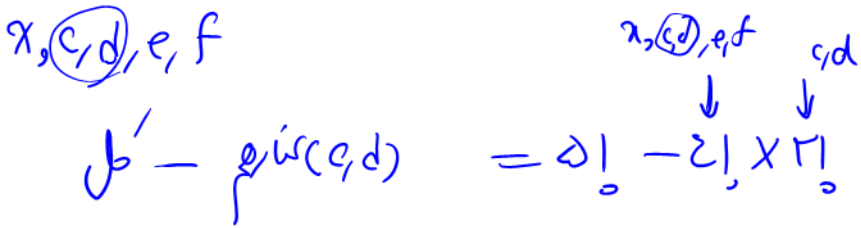
۵،۲، $\binom{۷}{۱}$ → $۳!_{۰} \times \binom{۷}{۱}$ = (۴۲)

عددِ از صد بزرگ

→ ۵۲

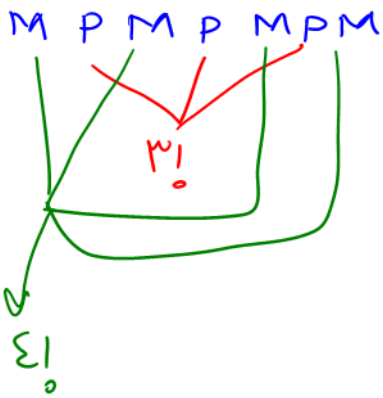
۲۳- در چند تا از جایگشت‌های ساخته شده با حروف « a ، b ، c ، d ، e ، f » قطعه‌ی « ab » وجود دارد و حروف « c ، d » کنار هم نیستند ؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۶ ۳) ۱۹۲ ۴) ۲۱۶



۲۴- چهار کتاب ریاضی متفاوت و سه کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می‌توان یک در میان در یک قفسه چید ؟

۱) ۳۵ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۴۴ ۴) ۲۸۸

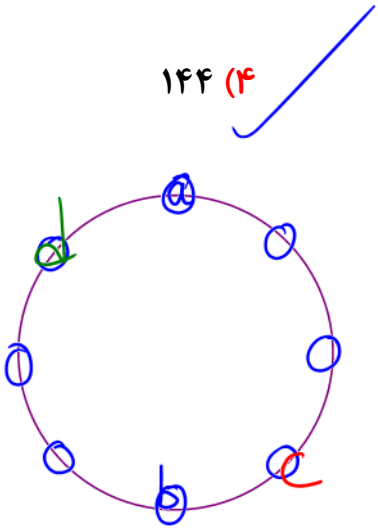


$۳! \times ۴! = ۶ \times ۲۴ = ۱۴۴$

لغت کشیده از تعداد کتاب‌های ریاضی و فیزیک برداریم ۲x هم لازم داشتیم

۲۵- به چند طریق ۸ نفر دور یک میز گرد بنشینند هرگاه قرار باشد a و b روبه‌روی هم و همچنین c و d روبه‌روی هم باشند ؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۲ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۴



a b c d e f g h

↓ ↓ ↓ ↓ ۴!

۱ ۱ ۶ ۱

$۶ \times ۲۴ = ۱۴۴$

۴۰

۲۶- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه « SYSTEM » به طوری که S ها کنار هم نباشند کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۹۲)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰

۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

روش اول - کل حالات = $\frac{6!}{2!}$ - $5!$ = ۳۶۰ - ۱۲۰ = ۲۴۰

$5!$ ← SS YTEM

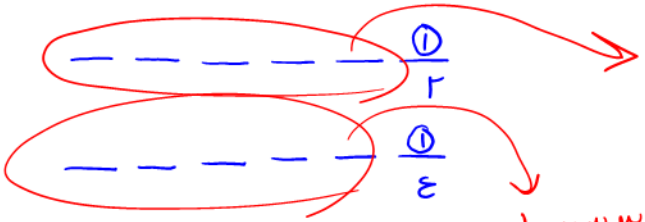
YTEM → $4!$

$\binom{5}{2}$ S

$\rightarrow 4! \times \binom{5}{2} = 24 \times 10 = 240$

۲۷- با ارقام « ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۳ ، ۴ ، ۵ » چند عدد زوج شش رقمی می‌توان نوشت ؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۰۰



تعداد جایگشت‌های n تایی از ارقام :

۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۵

$\frac{6!}{2!} = 120$

۱ ، ۳ ، ۳ ، ۳ ، ۲ ، ۵

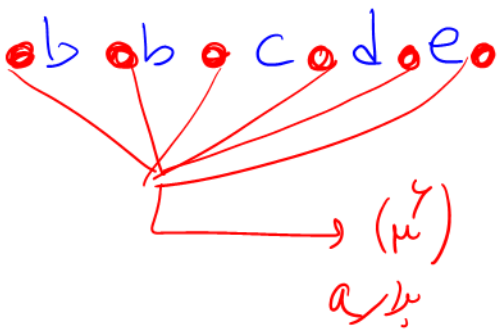
$\frac{6!}{3!} = 120$

$\Rightarrow 120 + 120 = 240$

تعداد جایگشت‌های n تایی = تعداد جایگشت‌های (n-1) تایی × n : اثبات

۲۸- تعداد جایگشت‌های متفاوت از حروف « a ، a ، a ، b ، b ، c ، d ، e » به طوری که هیچ دو حرف a کنار هم نباشند کدام است ؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۱۶۸۰ ۳) ۱۸۰۰ ۴) ۲۴۰۰



$\rightarrow \frac{5!}{2!}$

$$\text{جواب} = \binom{6}{3} \times \frac{5!}{2!} = 20 \times 60 = 1200$$

۲۹- گل‌فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق می‌تواند دسته‌گل‌های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف موجود باشد ؟ (سراسری تجربی ۹۸)

۱) ۱۲۶ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۵۴ ۴) ۱۶۸

$$\binom{8}{4}+\binom{8}{5}+\binom{8}{6}=\binom{8}{4}+\binom{8}{3}+\binom{8}{2}$$

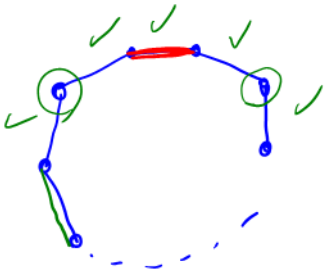
$$=\frac{8\times7\times6\times5}{4!}+\frac{8\times7\times6}{3!}+\frac{8\times7}{2!}$$

$$=70+56+28=154$$

۳۰- یک ۱۲ ضلعی منتظم داریم. چند چهارضلعی وجود دارد که رئوس آن از بین رئوس این ۱۲ ضلعی انتخاب شود و دقیقاً یک ضلع مشترک با آن داشته باشد ؟

جواب ۲۵۲

۱) ۳۳۶ ۲) ۴۳۲ ۳) ۴۹۵ ۴) ۵۴۰



$\binom{12}{1}\left(\binom{8}{2}-7\right)$

$12\times(21)=252$

۳۱- از هر یک از مدارس« A ، B ، C ، D ، E » چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دوبه‌دو غیر هم مدرسه باشند انتخاب کرد ؟

(سراسری ۹۲)

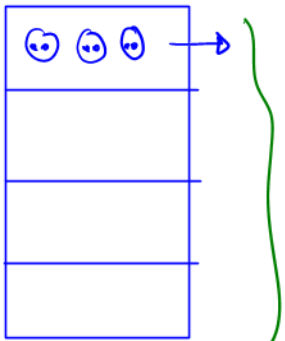
۱) ۱۶۰ ۲) ۳۲۰

۳) ۶۴۰ ۴) ۴۸۰

$$\binom{5}{3}\times\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{4}{1} = 10\times4\times4\times4$$

۳۲- در یک آپارتمان ۴ طبقه، در هر طبقه ۳ واحد آپارتمان و در هر آپارتمان ۲ نفر زندگی می‌کنند. قرار است هر طبقه یک تیم دو نفره‌ی تنیس که اعضای آن از یک خانواده نباشند معرفی کند. اگر بخواهیم یک بازی بین دو تیم از طبقات مختلف برگزار کنیم، به چند روش امکان‌پذیر است ؟

۱) ۵۴ ۲) ۱۰۸ ۳) ۴۳۲ ۴) ۸۶۴



خانواده اول طبقه خانواده دوم

$\binom{3}{2}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}=3\times2\times2=12$

طبقه

$\binom{4}{2}\times\binom{12}{1}\times\binom{12}{1}=6\times12\times12$

$=864$

۳۳- با ارقام « ۱ ، ۲ ، . . . ، ۹ » به چند طریق می‌توان یک عدد پنج رقمی ساخت به طوری که درست ۲ رقم آن زوج باشد ؟ (سراسری ۹۴)

۱) ۶۴۰۰ ۲) ۷۲۰۰ ۳) ۸۴۰۰ ۴) ۹۶۰۰

۱۳۵۷۹ ۲۴۶۸

زوج زوج

$\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۳} \times ۵! = ۶ \times ۱۰ \times ۱۲۰ = ۷۲۰۰$

۳۴- چند مجموعه متفاوت از اعداد طبیعی یک رقمی می‌توان ساخت که هر کدام شامل دست کم سه عدد اول باشند ؟

۱) ۱۲۸ ۲) ۱۳۶ ۳) ۱۴۴ ۴) ۱۶۰

{۱ ۴ ۶ ۸ ۹ ۲ ۳ ۵ ۷}

$۲^۵ \times (۳^۴)+(۴^۴) = ۲^۵ \times \left((۳^۴)+(۴^۴)\right)$

$= ۳۲ \times ۵ = ۱۶۰$

۳۵- چند تابع f از مجموعه‌ی $A=\{۱,۲,۳\}$ به مجموعه‌ی $B=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ وجود دارد که $|f(۱)-f(۲)|=۲$ باشد ؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

$f(۱)=۱$ { ۲ { ۳ } ۳ { ۴ { ۵ }
$f(۱)=۲$ { ۴ { ۵ } ۱ { ۲ { ۳ }

۶ حالت

$f(۲) \rightarrow ۱,۲,\dots,۵$ ۵ حالت

$۶\times۵=۳۰$

۵۰

۳۶- هرگاه $\binom{n+1}{5} = \binom{n}{3} + \binom{n}{4}$ باشد، بیش‌ترین مقدار $\binom{n}{m}$ کدام است ؟

۱) ۳۵ ۲) ۵۶ ۳) ۷۰ ۴) ۱۲۶

$\binom{n+1}{4}$

$\binom{n+1}{4} = \binom{n+1}{5} \rightarrow n+1 = 4+5 \rightarrow n = 8$

$\max\left(\binom{8}{m}\right) = \binom{8}{4} = \frac{8\times7\times6\times5}{4!} = 70$