



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل هفدهم : احتمال

مهر داد عباسپور

تعاریف :

پدیده تصادفی : پدیده یا آزمایشی که نتیجه‌ی آن را نتوان قبل از انجام، به طور قطع پیش‌بینی کرد.

فضای نمونه‌ای : مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی. معمولاً با S نشان می‌دهیم.

پیشامد تصادفی : هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای S را یک پیشامد تصادفی در S می‌نامند.

رخداد یک پیشامد : منظور از رخ دادن پیشامد این است که نتیجه‌ی آزمایش تصادفی عضوی از پیشامد باشد.

فرض کنید A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S هستند :

اجتماع دو پیشامد : پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.



اشتراک دو پیشامد : پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که هر دو پیشامد A و B رخ دهند.

تفاضل دو پیشامد : پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد ولی B رخ ندهد.

متمم یک پیشامد : پیشامد $A' = S - A$ (یا A^c) وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد.

پیشامدهای ناسازگار : دو پیشامد A و B را ناسازگار گوئیم هرگاه A و B با هم رخ ندهند.

$$A \cap B = \emptyset$$

قضیه‌های احتمال :

فرض کنید A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S هستند و P یک تابع احتمال در این فضای نمونه، در این صورت :

(۱) احتمال وقوع هر پیشامد عددی در بازه‌ی $[0, 1]$ است.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

(۲) احتمال رخداد متمم یک پیشامد :

$$P(A') = 1 - P(A)$$

(۳) احتمال رخداد اجتماع دو پیشامد :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

(۴) احتمال رخداد تفاضل دو پیشامد :

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

(۵) پیشامد زیر مجموعه :

$$A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

(۶) برای پیشامدهای دوبه‌دو ناسازگار A_1, A_2, \dots, A_n :

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$



احتمال شرطی :

فضای نمونه‌ای S و پیشامدهای A و B را در نظر بگیرید. اگر مطلع شویم پیشامد B رخ داده است، احتمال وقوع پیشامد A برابر است با :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

تعریف و قضیه‌های دو پیشامد مستقل :

دو پیشامد A و B مستقل اند هرگاه وقوع یا عدم وقوع هر یک بر احتمال وقوع یا عدم وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.

برای دو پیشامد مستقل A و B :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

برای دو پیشامد مستقل A و B :

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{و} \quad P(A'|B) = P(A') \quad \text{و} \quad \dots$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad \text{و} \quad P(A' \cap B) = P(A')P(B) \quad \text{و} \quad \dots$$

احتمال در فضای نمونه هم‌شانس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

پرتاب سکه

در پرتاب n سکه، احتمال k مرتبه رو آمدن برابر است با :

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

قانون احتمال کل

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

مثال : دو ظرف داریم. ظرف (۱) شامل « ۳ مهره سفید ، ۲ مهره سیاه » ، ظرف (۲) شامل

« ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه » است. یکی از این دو ظرف را به تصادف انتخاب کرده و

مهره‌ای از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد مهره‌ی بیرون آمده سفید باشد ؟



۱- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = 0.4$ ، $P(B|A) = 0.25$ و $P(B) = 0.3$ باشد، $P(B|A')$ کدام است؟
(سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل، $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{1}{P(B)}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 9\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده زوج یا مضرب ۳ باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۴- دو تاس سالم را پرتاب می‌کنیم، می‌دانیم مجموع دو عدد رو شده، کمتر از ۱۰ است. با کدام احتمال مجموع این دو عدد، برابر ۷ است؟
(سراسری تهرنی خارج ۹۹)

- (۱) 0.2 (۲) 0.24 (۳) 0.25 (۴) 0.3

۵- در پرتاب ۳ تاس احتمال متوالی بودن اعداد رو شده کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{54}$ (۴) $\frac{1}{72}$

۶- در یک خانواده‌ی ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ یا ۳ فرزند پسر دارد؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۷- سه سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه لااقل یکی از پیشامدهای سکه فقط یک «رو» یا عدد تاس زوج باشد، کدام است؟
(سراسری ریاضی خارج ۹۷)

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{11}{16}$

۸- با ارقام «۱، ۳، ۵، ۷، ۹» و بدون تکرار، یک عدد ۴ رقمی کمتر از ۵۰۰۰ می‌سازیم. چقدر احتمال دارد عدد حاصل مضرب ۵ باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$



۹- با حروف کلمه‌ی «*START*» یک کلمه‌ی ۴ حرفی می‌سازیم. چند درصد احتمال دارد در این کلمه دو حرف متوالی یکسان نداشته باشیم؟

- ۶۵ (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۰- در کیسه‌ای ۲ مهره‌ی قرمز، ۳ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید موجود است. از این کیسه سه مهره به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه دست کم دو مهره هم‌رنگ باشند، تقریباً چند درصد است؟

- ۷۱ (۱) ۷۳ (۲) ۷۵ (۳) ۷۷ (۴)

۱۱- از بین ۵ دانش‌آموز رشته‌ی تجربی، ۴ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی و ۳ دانش‌آموز رشته‌ی هنر، ۴ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد از هر سه رشته در گروه انتخاب شده باشند؟

- $\frac{6}{11}$ (۱) $\frac{5}{11}$ (۲) $\frac{13}{22}$ (۳) $\frac{9}{22}$ (۴)

۱۲- از بین ۵ مهره سیاه متفاوت و ۶ مهره قرمز متفاوت، ۴ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم تعداد مهره‌های هم‌رنگ برابر نیست. چقدر احتمال دارد تعداد مهره‌های سیاه بیشتر باشد؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{5}{11}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{13}{36}$ (۴)

۱۳- رادین و پویا در مسابقه‌ای شرکت کرده‌اند که هر کس دو سکه می‌اندازد و اگر هر دو سکه رو باشد، برنده است. چقدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو نفر برنده باشد؟

- $\frac{7}{16}$ (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{11}{16}$ (۳) $\frac{13}{16}$ (۴)

۱۴- مهران و نادر در امتحان رانندگی شرکت کرده‌اند. احتمال قبولی آنها به ترتیب ۸۰ و ۷۰ درصد است. چند درصد احتمال دارد حداقل یکی از دو نفر در این امتحان قبول شوند؟

- ۹۰ (۱) ۹۲ (۲) ۹۴ (۳) ۹۶ (۴)

۱۵- در پرتاب یک سکه و یک تاس دو پیشامد A : «مضرب ۳ بودن عدد تاس» و B مستقل‌اند. تعداد اعضای پیشامد B کدام می‌تواند باشد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)



۱۶- بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته‌ی ریاضی، ۷ بسته‌ی تجربی و ۶ بسته‌ی علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته‌ی این دروس به ترتیب $۰/۷$ ، $۰/۸$ و $۰/۹$ است. با کدام احتمال بهروز برنده می‌شود؟

(سراسری تجربی فارغ ۹۸)

$$\frac{29}{36} \text{ (۲)} \quad \frac{25}{36} \text{ (۱)}$$

$$\frac{31}{36} \text{ (۴)} \quad \frac{30}{36} \text{ (۳)}$$

۱۷- در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است. به تصادف یک مهره از ظرف بدون رؤیت خارج شده است. از ۶ مهره‌ی باقی‌مانده یک مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\frac{4}{7} \text{ (۴)} \quad \frac{16}{35} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{12}{35} \text{ (۱)}$$

۱۸- در ظرف ۱: «۳ مهره سفید و ۲ مهره قرمز» و در ظرف ۲: «۴ مهره سفید و ۲ مهره قرمز» وجود دارد. از ظرف ۱ مهره‌ای به تصادف خارج کرده و در ظرف ۲ قرار می‌دهیم. سپس از ظرف ۲، دو مهره بیرون می‌آوریم. احتمال هم‌رنگ بودن این دو مهره کدام است؟

$$\frac{18}{35} \text{ (۴)} \quad \frac{17}{35} \text{ (۳)} \quad \frac{11}{21} \text{ (۲)} \quad \frac{10}{21} \text{ (۱)}$$

آزمون:

۱۹- اگر $P(A|B') = ۰/۶$ ، $P(A' \cup B) = ۰/۷$ و $P(B|A) = \frac{1}{3}$ باشد، $P(B-A)$ برابر کدام است؟

$$۰/۳۵ \text{ (۱)} \quad ۰/۴ \text{ (۲)} \quad ۰/۴۵ \text{ (۳)} \quad ۰/۵ \text{ (۴)}$$

۲۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A \cup B) = ۰/۵۸$ و $P((A \cap B) | A) = ۰/۳$ باشند، احتمال اینکه A رخ بدهد و B رخ ندهد، کدام است؟

$$۰/۲۴ \text{ (۱)} \quad ۰/۲۸ \text{ (۲)} \quad ۰/۳۲ \text{ (۳)} \quad ۰/۴۲ \text{ (۴)}$$

۲۱- احتمال این‌که روز تولد سه نفر در روزهای مختلف هفته باشد، کدام است؟

(سراسری ۸۴)

$$\frac{23}{35} \text{ (۲)} \quad \frac{24}{35} \text{ (۱)}$$

$$\frac{31}{49} \text{ (۴)} \quad \frac{30}{49} \text{ (۳)}$$



۲۲- در پرتاب دو تاس عددهای رو شده یکی مضرب دیگری است. احتمال اینکه اعداد رو شده دو تاس متفاوت باشند کدام است؟

$$\frac{4}{7} \text{ (۱)} \quad \frac{8}{11} \text{ (۲)} \quad \frac{10}{13} \text{ (۳)} \quad \frac{13}{19} \text{ (۴)}$$

۲۳- سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟ (سراسری تهرینی ۹۹)

$$\frac{5}{72} \text{ (۱)} \quad \frac{7}{108} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{108} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{59} \text{ (۴)}$$

۲۴- مینا و سینا خواهر و برادر در یک خانواده‌ی ۶ فرزندی هستند. چقدر احتمال دارد تعداد دخترها و پسرها در این خانواده برابر باشد؟

$$\frac{10}{32} \text{ (۱)} \quad \frac{9}{32} \text{ (۲)} \quad \frac{10}{31} \text{ (۳)} \quad \frac{9}{31} \text{ (۴)}$$

۲۵- یک سکه را ۶ بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم تعداد «رو»ها بیشتر از تعداد «پشت»ها باشد، چقدر احتمال دارد تعداد «رو»ها زوج باشد؟

$$\frac{8}{11} \text{ (۱)} \quad \frac{9}{11} \text{ (۲)} \quad \frac{8}{21} \text{ (۳)} \quad \frac{9}{21} \text{ (۴)}$$

۲۶- در خانواده‌ای با ۵ فرزند، چقدر احتمال دارد هیچ دو فرزند متوالی از نظر سنی، دختر نباشند؟ (هیچ دو فرزندی دو قلو نیستند.)

$$\frac{1}{4} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{16} \text{ (۲)} \quad \frac{9}{32} \text{ (۳)} \quad \frac{13}{32} \text{ (۴)}$$

۲۷- احتمال آن که دقیقاً دو نفر از سه نفر در یک روز هفته متولد شده باشند چقدر است؟

$$\frac{17}{49} \text{ (۱)} \quad \frac{18}{49} \text{ (۲)} \quad \frac{19}{49} \text{ (۳)} \quad \frac{20}{49} \text{ (۴)}$$

۲۸- اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ به وجود آید، احتمال اینکه این عدد زوج باشد، کدام است؟ (سراسری ۱۵)

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{8} \text{ (۴)}$$

۲۹- پنج کتاب زبان فارسی و سه کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟ (سراسری تهرینی ۹۹)

$$\frac{1}{14} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{21} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{28} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{56} \text{ (۴)}$$



۳۰- از میان ۶ زوج متأهل، ۷ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه در گروه انتخاب شده، دقیقاً دو زوج انتخاب شده باشند کدام است؟

$$\frac{17}{33} \text{ (۱)} \quad \frac{6}{11} \text{ (۲)} \quad \frac{19}{33} \text{ (۳)} \quad \frac{20}{33} \text{ (۴)}$$

۳۱- از بین ۵ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۴ دانش‌آموز رشته تجربی دو تیم دو نفره‌ی تنیس تشکیل می‌دهیم تا با هم بازی کنند. چقدر احتمال دارد، در یک تیم هر دو نفر رشته تجربی، در تیم دیگر هر دو نفر رشته ریاضی باشند؟

$$\frac{5}{84} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{42} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{63} \text{ (۳)} \quad \frac{10}{63} \text{ (۴)}$$

۳۲- امیر و بهروز هر کدام به ترتیب با احتمال $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{3}$ در یک مسابقه‌ی علمی شرکت می‌کنند. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت بهروز برابر $\frac{1}{5}$ است. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت نکردن بهروز کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۱)

$$\frac{9}{14} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{11}{14} \text{ (۳)} \quad \frac{6}{7} \text{ (۴)}$$

۳۳- در پرتاب دو سکه و دو تاس چقدر احتمال دارد هر دو سکه رو یا مجموع دو تاس عدد ۷ باشد؟

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{12} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۳)} \quad \frac{7}{24} \text{ (۴)}$$

۳۴- سه نفر مشغول رمزگشایی یک پیام هستند. احتمال موفقیت آن‌ها به ترتیب $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، موفق می‌شود؟

(سراسری ریاضی ۹۷)

$$\frac{19}{24} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{6} \text{ (۲)} \quad \frac{11}{12} \text{ (۳)} \quad \frac{23}{24} \text{ (۴)}$$

۳۵- در پرتاب یک تاس، پیشامدهای «زوج بودن برآمد تاس» و «بزرگتر از k بودن برآمد تاس» مستقل‌اند. k کدام است؟

$$۲ \text{ و } ۴ \text{ (۱)} \quad ۲ \text{ (۲)} \quad ۴ \text{ (۳)} \quad \text{نشدنی (۴)}$$

۳۶- ظرف A شامل ۵ مهره با شماره‌های یک‌رقمی فرد و ظرف B دارای ۴ مهره با شماره‌های یک‌رقمی زوج غیرصفر است. از هر ظرف یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال حاصل ضرب آن‌ها از ۱۰ بیشتر است؟

(سراسری ریاضی ۹۷)

$$0/6 \text{ (۱)} \quad 0/65 \text{ (۲)} \quad 0/7 \text{ (۳)} \quad 0/75 \text{ (۴)}$$



۳۷- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اول ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه‌ی اول ۵ لامپ و از جعبه‌ی دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه‌ی جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید معیوب است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$$\frac{11}{48} \quad (2) \qquad \frac{5}{24} \quad (1)$$
$$\frac{7}{24} \quad (4) \qquad \frac{13}{48} \quad (3)$$

۳۸- سه ظرف داریم، در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$$\frac{13}{18} \quad (4) \qquad \frac{25}{36} \quad (3) \qquad \frac{11}{18} \quad (2) \qquad \frac{1}{3} \quad (1)$$