



کلاس مرور و جمع بندی

(نکته و تست)

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

کنکور ۱۴۰۱

فصل هجدهم : هندسه

مهرداد عباسپور

انواع استدلال

استدلال استقرایی :

در این روش استدلال، با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت، نتیجه‌ای کلی از آن گرفته می‌شود؛ یعنی از جزء به کل می‌رسیم. بدیهی است که استدلال استقرایی یک اثبات قابل قبول ریاضی نیست.

استدلال استنتاجی :

استدلالی است که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه‌ی واقعیت‌هایی که درستی آن را پذیرفته‌ایم، بیان می‌شود.

عکس قضیه :

اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه‌جا کنیم، آنچه حاصل می‌شود، «عکس قضیه» است. عکس یک قضیه می‌تواند درست یا نادرست باشد.

برهان خلف :

در برهان خلف فرض می‌کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه‌ی غیرممکن می‌رسیم و به این ترتیب فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود.



قضیه دو شرطی :

هرگاه یک قضیه و عکس آن درست باشد، آن را یک قضیه دو شرطی می‌نامیم. قضیه‌های دو شرطی را با نماد \Leftrightarrow (که خوانده می‌شود اگر و تنها اگر) بیان کرد.

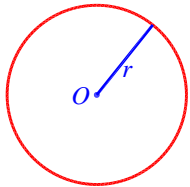
مثال نقض :

به مثالی که نشان دهد یک حکم کلی غلط است، مثال نقض گویند.

ترسیم‌های هندسی

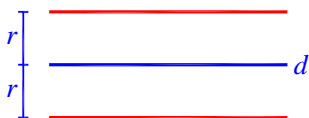
نقاط با فاصله r از نقطه O :

دایره به مرکز O و شعاع r



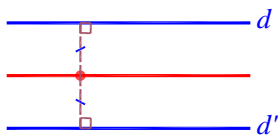
نقاط با فاصله r از خط d :

دو خط به موازات d و به فاصله r از آن



نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله‌اند :

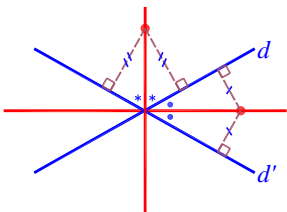
خط به موازات آنها و وسط آنها



نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله‌اند :

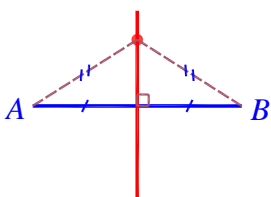
نیمسازهای زاویه‌های بین d و d' .

دقت کنید که این دو نیمساز بر هم عمودند.



نقاطی که از دو سر پاره‌خط AB فاصله‌ی برابر دارند.

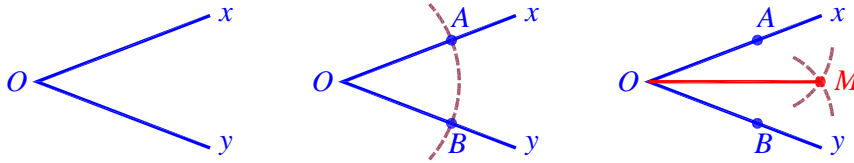
خط عمود منصف AB .





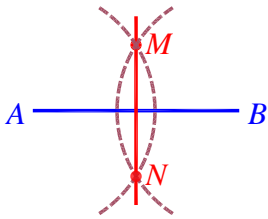
رسم نیمساز

(۱) دایره به مرکز O (۲) دو دایره به شعاع برابر به مرکز A و B (حداقل به اندازه‌ی نصف طول AB)

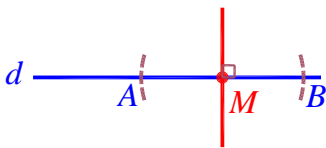


رسم عمود منصف

دو دایره به شعاع برابر (بزرگتر از نصف طول AB) به مرکز A و B .



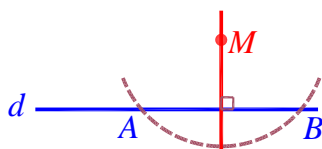
رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای واقع بر آن



(۱) دایره‌ای به مرکز M

(۲) عمود منصف AB

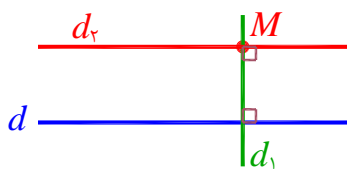
رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن



(۱) دایره‌ای به مرکز M که شعاع آن بیشتر از فاصله‌ی نقطه‌ی

M تا خط d باشد. (۲) عمود منصف AB

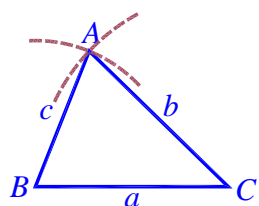
رسم خط موازی با یک خط از نقطه‌ای خارج آن



(۱) خط d_1 گذرا از M و عمود بر d

(۲) خط d_2 گذرا از M و عمود بر d_1

رسم مثلثی با معلوم بودن اندازه‌ی سه ضلع a ، b و c



(۱) رسم پاره خط BC به طول a

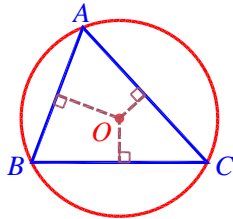
(۲) رسم دو دایره به مرکزهای B و C و شعاعهای c و b

شرط وجود جواب: $|b - c| < a < b + c$

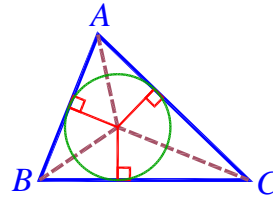


دایره‌ی گذرنده از رئوس مثلث، دایره‌ی درون مثلث و مماس بر

اضلاع

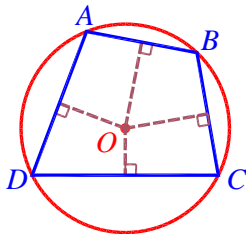


مرکز : محل تلاقی عمود منصف‌ها
 حتماً چنین دایره‌ای وجود دارد.

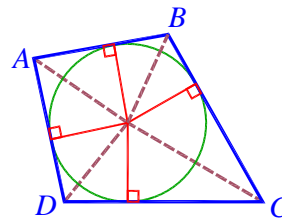


مرکز : محل تلاقی نیمسازها
 حتماً چنین دایره‌ای وجود دارد.

دایره‌های مماس بر اضلاع چندضلعی و گذرنده از رئوس چندضلعی

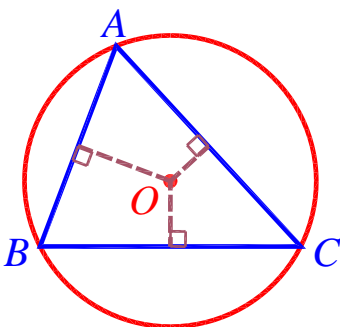


مرکز : محل تلاقی عمود منصف‌ها
 این دایره در صورتی وجود دارد که
 عمود منصف‌ها هم‌مس باشند.

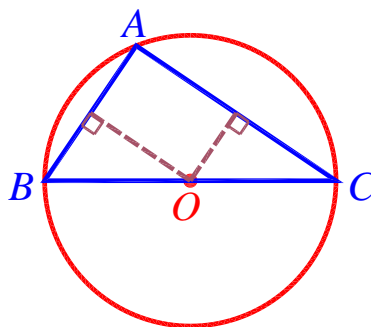


مرکز : محل تلاقی نیمسازها
 این دایره در صورتی وجود دارد که
 هم‌مس باشند.

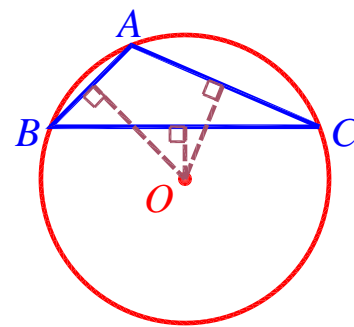
محل قرارگیری مرکز دایره‌ی گذرنده از سه رأس مثلث



مثلثی با زاویه‌های حاده



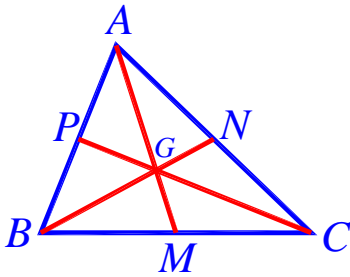
مثلث قائم‌الزاویه



مثلثی با زاویه‌ی منفرجه

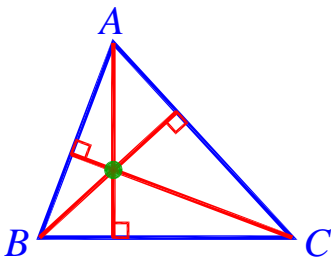


محل تلاقی میان‌های مثلث ، محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث

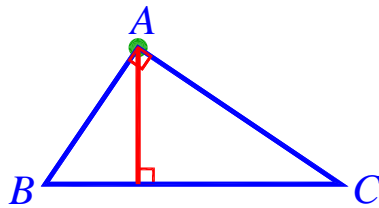


در هر مثلث میان‌ها از یک نقطه‌ی مشترک می‌گذرند که این نقطه را مرکز ثقل مثلث می‌نامیم. این نقطه هر میان‌ه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند.

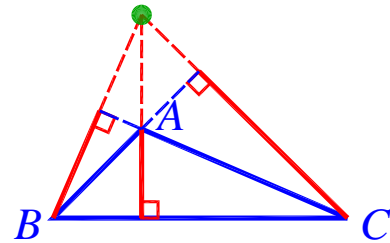
$$AG = \frac{2}{3}AM \quad , \quad AG = 2GM \quad , \quad GM = \frac{1}{3}AM$$



مثلثی با زاویه‌های حاده



مثلث قائم‌الزاویه



مثلثی با زاویه‌ی منفرجه

۱- مستطیل $ABCD$ را در نظر بگیرید و فرض کنید $AB = 3$ و $AD = 4$. نقاطی که از اضلاع AB ، AD و DC به فاصله‌ی مساوی قرار دارند کدام هستند؟

- (۱) چهار نقطه، رئوس یک مستطیل
 (۲) چهار نقطه، رئوس یک لوزی
 (۳) دو نقطه به فاصله‌ی ۳
 (۴) دو نقطه به فاصله‌ی ۴

۲- نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۴ از خط d مفروض است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله‌ی ۶ و از d به فاصله‌ی ۲ باشد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۳- در چهارضلعی $ABCD$ ، نیمسازهای رئوس A ، B و C از نقطه‌ی O می‌گذرند. کدام صحیح نیست؟

- (۱) نیمساز رأس D از O می‌گذرد.
 (۲) نقاط A ، B ، C و D روی یک دایره‌اند.
 (۳) دایره‌ای مماس بر اضلاع چهارضلعی وجود دارد.
 (۴) نقطه‌ی O از همه‌ی اضلاع چهارضلعی به یک فاصله است.



۴- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع

(۳) مستطیل (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۵- حداقل چند بار از پرگار استفاده کنیم تا به کمک خط‌کش و پرگار، در یک زاویه ۶۴° ، زاویه‌ی ۱° ایجاد کنیم؟

(آزمون سنبل)

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

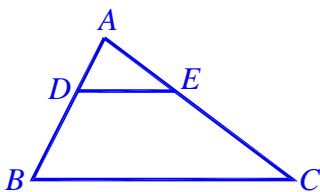
(۱) ۸

نسبت و تناسب

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$	
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$	
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = k \Leftrightarrow \frac{a+c+\dots}{b+d+\dots} = k$	

قضیه تالس

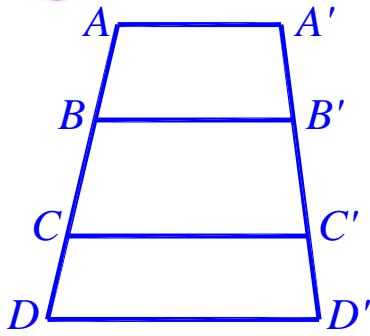
(۱) در مثلث ABC که $DE \parallel BC$ است:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}, \quad \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}, \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

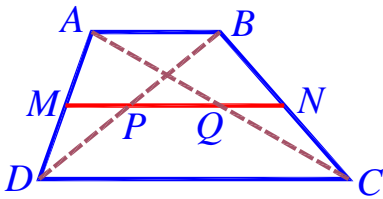
(۲) عکس قضیه تالس صحیح است. یعنی اگر در مثلث ABC هر یک از تساوی‌های فوق

برقرار باشد، آنگاه $DE \parallel BC$.



(۳) اگر دو خط مورب، چند خط موازی را مطابق شکل قطع کنند، روی آن‌ها پاره خط‌های متناسب پدید می‌آید. نمونه‌هایی از این تساوی‌ها را در زیر می‌بینید.
با فرض: $AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$

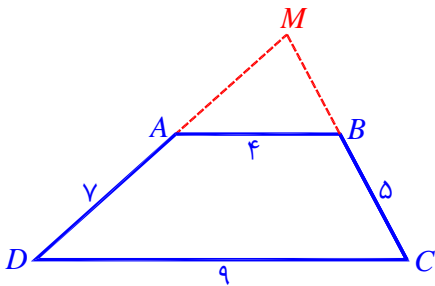
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} \quad , \quad \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \quad , \quad \frac{AC}{CD} = \frac{A'C'}{C'D'}$$



(۴) اگر M و N وسط دو ساق دوزنقه باشند، $AB \parallel MN \parallel CD$ و:
 $MN = \frac{1}{2}(CD + AB)$ ، $PQ = \frac{1}{2}(CD - AB)$

۶- اندازه اضلاع دوزنقه‌ی $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB ،

(سراسری تیربی ۹۹)



کدام است؟

۱۳/۲ (۱)

۱۳/۶ (۲)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۸ (۴)

۷- در مثلثی با اضلاع ۴، ۶ و ۷ یک لوزی چنان قرار گرفته است که یک رأس آن روی ضلع بزرگتر و دو ضلع آن واقع بر دو ضلع دیگر مثلث است. طول ضلع این لوزی کدام است؟

۲/۴ (۴)

۲/۲ (۳)

۲ (۲)

۱/۸ (۱)

۸- در شکل، دو جفت پاره خط موازی اند. $OA = x - 2$ ، $AB = x$ و $BE = 3x$ است. مقدار x

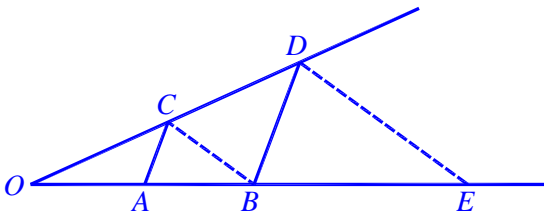
کدام است؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

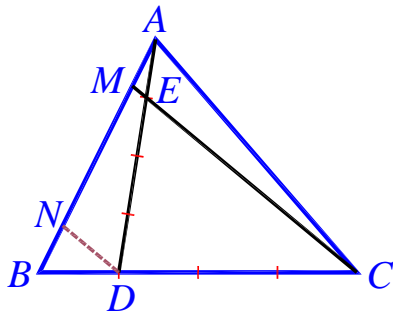
۳ (۳)





۹- در شکل زیر، $AE = \frac{1}{4}AD$ ، $BD = \frac{1}{4}BC$ و $DN \parallel CM$ ، اندازهی AB چند برابر AM است؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۷)



۴/۵ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۰- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$\frac{۳}{۵}$ (۴)

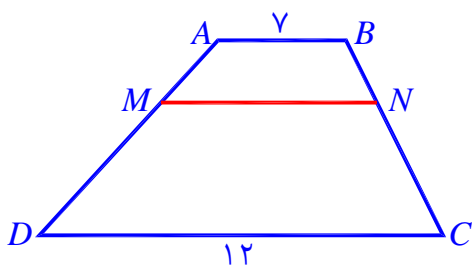
$\frac{۲}{۵}$ (۳)

$\frac{۱}{۳}$ (۲)

$\frac{۱}{۴}$ (۱)

۱۱- در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{۲}{۳}$ است. اندازه‌ی MN ، کدام است؟

(سراسری تهرانی فارغ ۹۹)



۸/۷۵ (۲)

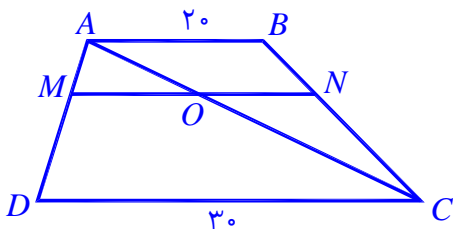
۸ (۱)

۹/۵ (۴)

۹ (۳)

۱۲- در شکل روبه‌رو MN موازی دو قاعده‌ی دوزنقه است. اگر نقطه‌ی O وسط MN باشد،

طول پاره‌خط MN کدام است؟



۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

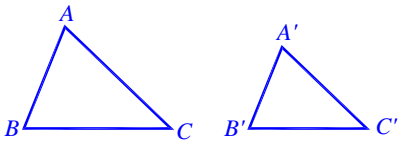
۲۵ (۴)

۲۴ (۳)



تشابه مثلث‌ها

قضیه‌های اصلی تشابه



(۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}') \Rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

(۲) هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه‌ی بین آنها برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{A} = \hat{A}', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}) \Rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

(۳) هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

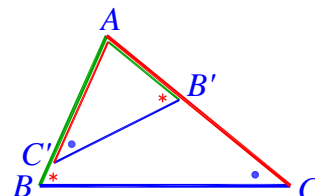
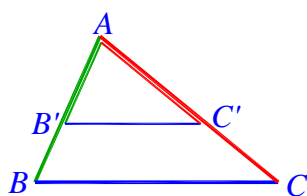
نسبت اجزای متناظر

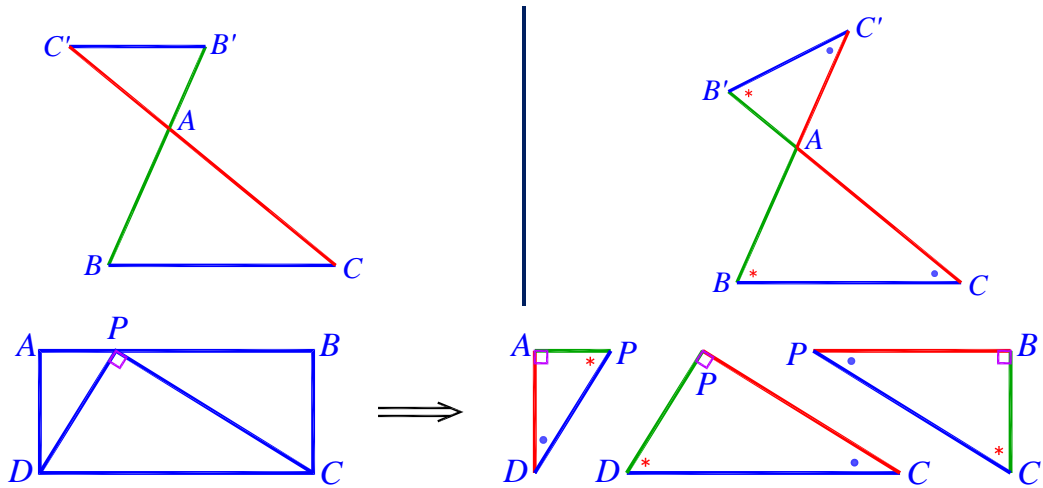
نسبت هر دو جزء طولی متناظر در دو شکل متشابه، با نسبت تشابه برابر است. مثلاً در دو مثلث متشابه، نسبت دو میانه متناظر با یک رأس یا دو نیمساز و یا دو ارتفاع متناظر در دو مثلث دارای نسبتی برابر نسبت تشابه این دو مثلث می‌باشند. همچنین نسبت محیط‌های دو شکل متشابه با نسبت تشابه برابر و نسبت مساحت آنها مجذور نسبت تشابه است. پس در دو مثلث با نسبت تشابه k :

$$\text{نسبت محیط‌ها} = k$$

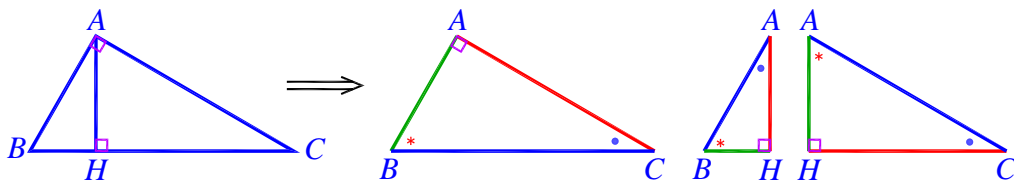
$$\text{نسبت مساحت‌ها} = k^2$$

چند تشابه معروف

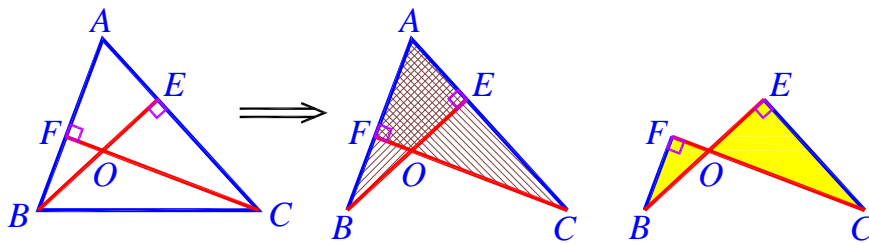




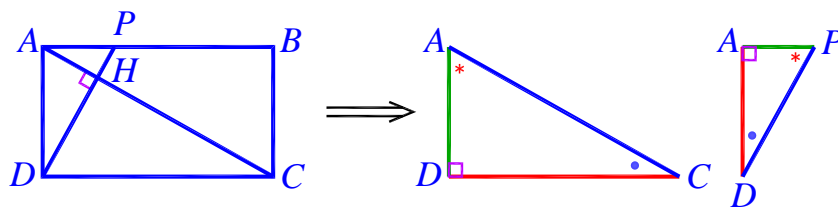
در یک مثلث قائم الزاویه با رسم ارتفاع، سه مثلث متشابه ایجاد می شود.



در هر مثلث با رسم دو ارتفاع، چهار مثلث متشابه ایجاد می شود.



در یک مستطیل با رسم یک قطر و خطی عمود بر آن؛ مطابق شکل، دو مثلث متشابه ایجاد می شود.



۱۳- اندازه‌ی محیط‌های دو مثلث متشابه، به ترتیب ۱۲ و ۸ است. اگر مساحت مثلث

بزرگ‌تر ۶ و یک ضلع مثلث کوچک‌تر ۳ باشد، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر آن کدام است؟

$2\frac{7}{9}$ (۴)

$1\frac{7}{9}$ (۳)

$2\frac{5}{9}$ (۲)

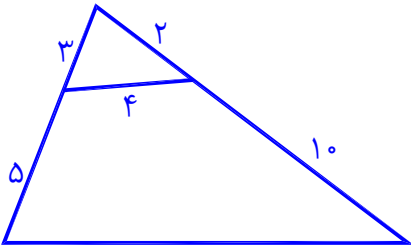
$1\frac{5}{9}$ (۱)



۱۴- در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر چهارضلعی کدام است؟

۱۴ (۲) ۱۲ (۱)

۱۸ (۴) ۱۶ (۳)

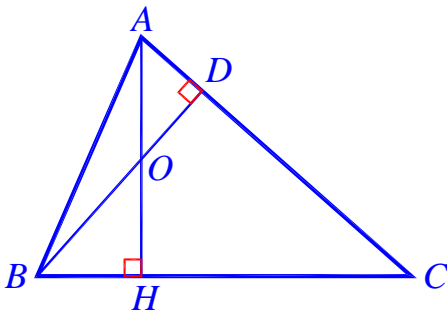


۱۵- در شکل روبه‌رو دو ارتفاع از مثلث ABC در نقطه‌ی O متقاطع‌اند. اگر $AD = 4$ ،

$DO = 3$ و $BO = 9$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۱۵ (۲) ۱۲ (۱)

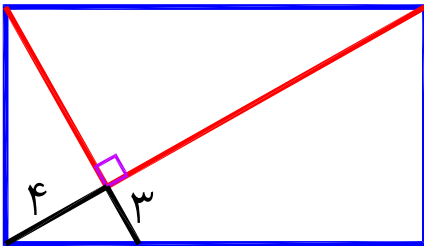
۲۰ (۴) ۱۸ (۳)



۱۶- در شکل روبه‌رو، محیط مستطیل برابر چقدر است؟

$30\frac{8}{9}$ (۲) $30\frac{7}{9}$ (۱)

$31\frac{2}{9}$ (۴) $31\frac{1}{9}$ (۳)

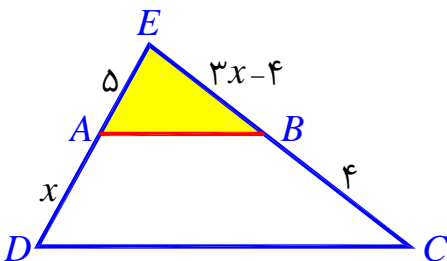


۱۷- در شکل زیر، مساحت دوزنقه $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۹)

$\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۱)

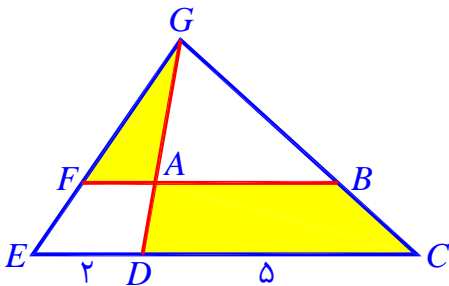
$\frac{36}{25}$ (۴) $\frac{25}{16}$ (۳)





۱۸- در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌های DE و DC به ترتیب، ۲ و ۵ واحد

هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)



۴۰ (۱)

۳۶ (۲)

۳۲ (۳)

۲۴ (۴)

۱۹- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان

رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط،

کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$\sqrt{53}$ (۲)

۷ (۱)

$\sqrt{57}$ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

۲۰- در مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵ یک مربع چنان قرار گرفته است که یک ضلع آن واقع بر

ضلع مثلث بزرگ مثلث است و دو رأس آن روی دو ضلع دیگر مثلث قرار دارند. طول ضلع

این مربع کدام است؟

$\frac{62}{37}$ (۴)

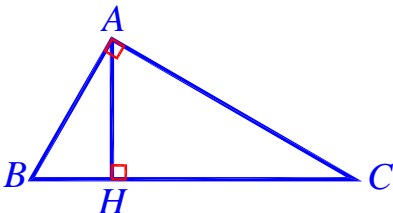
$\frac{60}{37}$ (۳)

$\frac{52}{29}$ (۲)

$\frac{50}{29}$ (۱)

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BA^2 = BH \cdot BC \\ CA^2 = CH \cdot CB \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BA^2 = BH \cdot BC \\ CA^2 = CH \cdot CB \end{array} \right.$$

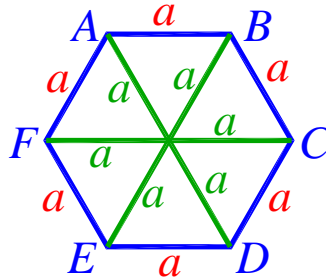
$$AH^2 = BH \cdot CH$$

$$2S = AH \cdot BC = AB \cdot AC$$



شش ضلعی منتظم

با رسم قطرهای بزرگ شش ضلعی منتظم، شش مثلث متساوی الاضلاع پدید می آید.



۲۱- در مثلث قائم الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

(سراسری تهری ۹۸)

۱۰ (۱) ۱۲ (۲)

۱۵ (۳) ۱۸ (۴)

۲۲- در مثلث قائم الزاویه ABC ارتفاع وارد بر وتر AH را رسم می کنیم. با فرض $AB = 4$ و

$CH = 6$ ، نسبت مساحت دو مثلث ACH و ABC کدام است؟

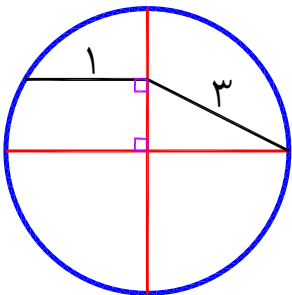
$\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۲۳- در شکل روبه‌رو، دو قطر عمود بر هم در دایره می بینید. شعاع دایره کدام است؟



$\sqrt{3}$ (۱) ۲ (۲)

$\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴)

۲۴- در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده

است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

(سراسری تهری خارج ۹۸)

$\frac{3}{5}$ (۴)

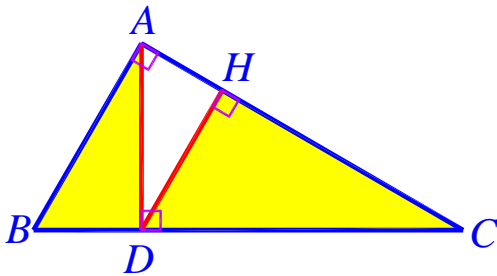
$\frac{7}{15}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{4}{15}$ (۱)

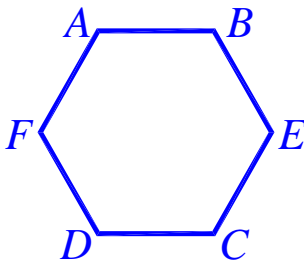


۲۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD ، کدام است؟ (سراسری تهرنی ۹۹)



- (۱) $\frac{3}{7}$
 (۲) $\frac{4}{7}$
 (۳) $\frac{16}{21}$
 (۴) $\frac{8}{9}$

۲۶- در شش ضلعی منتظم شکل روبه‌رو به ضلع ۲، مساحت چهارضلعی $ABCD$ چقدر است؟



- (۱) $1 + 2\sqrt{3}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $4\sqrt{3}$

آزمون :

۲۷- دو نقطه A و B به فاصله‌ی ۱۰ واحد در یک صفحه قرار دارند. دو نقطه‌ی M و N در همین صفحه چنان قرار گرفته‌اند که هر دو به فاصله‌ی ۸ از A و به فاصله‌ی ۶ از B قرار دارند. طول پاره‌خط MN کدام است؟

- (۱) $8/8$
 (۲) $9/2$
 (۳) $9/6$
 (۴) $9/8$

۲۸- مثلث ABC که زاویه‌ی A برابر 70° درجه و B برابر 10° درجه و ارتفاع رأس A ، 8 واحد است را در نظر بگیرید. نقاطی در صفحه‌ی این مثلث وجود دارد که از اضلاع AB و AC هم فاصله باشد و همچنین به فاصله‌ی ۲ واحد از ضلع BC قرار داشته باشد، رئوس کدام چهارضلعی است؟

- (۱) مستطیل
 (۲) متوازی‌الاضلاع غیر مستطیل
 (۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین
 (۴) دوزنقه‌ی غیر متساوی‌الساقین

۲۹- شعاع دایره‌ی گذرنده از رئوس مثلثی با اضلاع ۱۰، ۱۰ و ۱۲ کدام است؟

- (۱) ۶
 (۲) $6/25$
 (۳) $6/5$
 (۴) $6/75$



۳۰- چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و پاره خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

(سراسری ریاضی فارغ ۹۹)

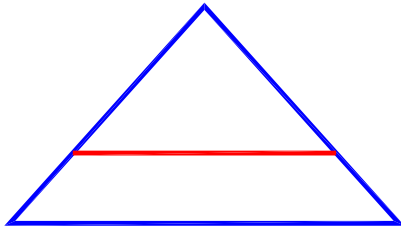
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۱- برای رسم خطی به موازات خط d ، گذرا از نقطه ای غیر واقع بر d به کمک خط کش و پرگار، حداقل چند دایره باید رسم کنیم؟

(آزمون ستمش)

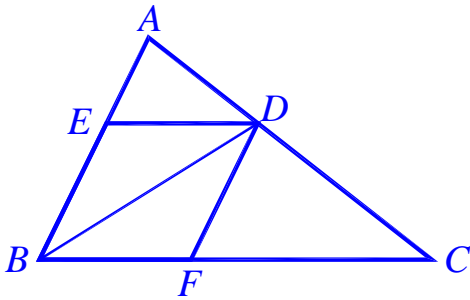
۱ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- در شکل روبه رو طول اضلاع مثلث بزرگ ۳، ۳ و ۴ است. خطی به موازات ضلع بزرگ تر رسم شده است. اگر محیط ذوزنقه برابر محیط مثلث کوچک تر باشد، مساحت ذوزنقه چند درصد مساحت مثلث کوچک تر است؟



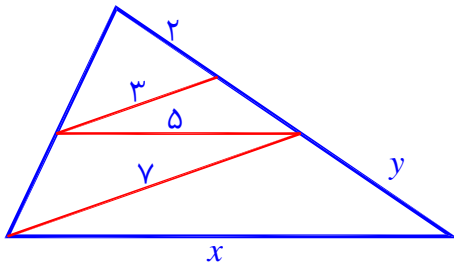
۳۵ (۱) ۴۴ (۲)
۴۸ (۳) ۵۲ (۴)

۳۳- در شکل روبه رو، DE و DF موازی BC و AB هستند. BD نیمساز رأس B از مثلث ABC است. اگر $AB = 4$ ، $AC = 5$ و $BC = 6$ باشد، طول پاره خط AE کدام است؟



۱/۸ (۱) ۲ (۲)
۲/۲ (۳) ۲/۴ (۴)

۳۴- در شکل، دو جفت خط موازی می بینید. $x + y$ چقدر است؟



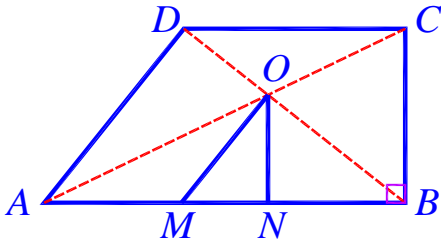
۱۷ $\frac{8}{9}$ (۱) ۱۸ $\frac{1}{9}$ (۲)
۱۷ $\frac{2}{3}$ (۳) ۱۸ $\frac{1}{3}$ (۴)



۳۵- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($B = 90^\circ$).

پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام

است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)



۱ (۱)

۲ (۲)

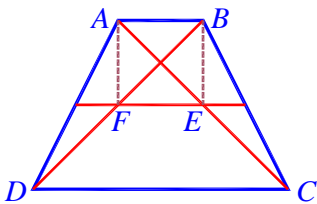
۳ (۳) کوچکتر از ۱

۴ (۴) بزرگتر از ۱ کوچکتر از ۲

۳۶- در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، نسبت قاعده‌ها $\frac{1}{3}$ است. خط واصل به اوساط ساق‌ها، اقطار

دوزنقه را در E و F قطع کرده است. مساحت چهارضلعی $ABEF$ ، چند برابر مساحت

دوزنقه‌ی اولیه است؟ (سراسری ریاضی ۹۷)



$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{16}$ (۳)

۳۷- در دوزنقه‌ی شکل زیر خطوط موازی قاعده، هر ساق را به سه قسمت مساوی تقسیم

کرده‌اند. اگر مساحت دوزنقه‌های سایه زده، یکی ۳ برابر دیگری باشد، نسبت قاعده‌های

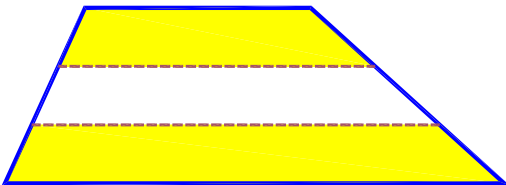
این دوزنقه کدام است؟

۶ (۲)

۷ (۱)

۴ (۴)

۵ (۳)



۳۸- در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه، طول دو قاعده و ساق قائم به ترتیب ۹، ۱۶ و ۱۲ است.

محیط چهارضلعی که رئوس آن وسط اضلاع این دوزنقه باشد کدام است؟

۳۵ (۴)

۳۳ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

۳۹- دو مثلث یکی درون دیگری قرار دارد. اضلاع آنها دو به دو موازی است. مساحت

ناحیه‌ی بین دو مثلث $\frac{16}{9}$ برابر مساحت مثلث کوچک است. اگر محیط مثلث کوچک برابر

۶۰ باشد، محیط مثلث بزرگتر کدام است؟

۱۰۰ (۴)

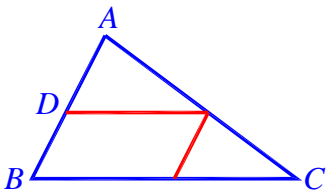
۹۰ (۳)

۸۰ (۲)

۷۵ (۱)

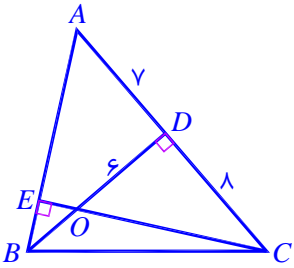


۱۴۰- در شکل، $DA = 4DB$ است. مساحت متوازی الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) ۲۸
(۲) ۳۰
(۳) ۳۲
(۴) ۳۴

۱۴۱- با توجه به شکل روبه‌رو، مساحت چهارضلعی $ADOE$ چقدر است؟

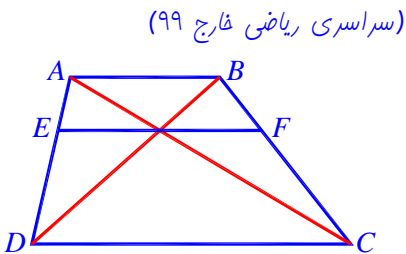


- (۱) ۲۹
(۲) ۳۰
(۳) ۳۱
(۴) ۳۲

۱۴۲- مستطیل $ABCD$ با اضلاع به طول‌های ۲ و ۶ مفروض است. نقطه‌ی Q روی ضلع AB چنان است مثلث CQD قائم‌الزاویه است. نزدیک‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی Q تا رئوس مستطیل کدام است؟

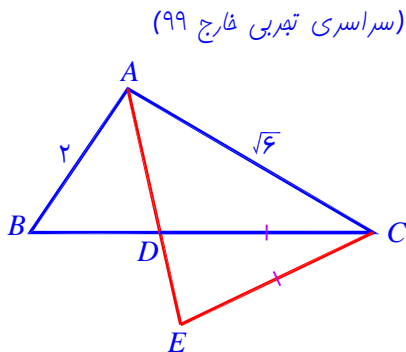
- (۱) $3 - \sqrt{2}$
(۲) $2 - \sqrt{3}$
(۳) $3 - \sqrt{5}$
(۴) $\sqrt{6} - 2$

۱۴۳- در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه‌ی پاره‌خط‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه‌ی پاره‌خط EF ، کدام است؟



- (۱) $\frac{45}{7}$
(۲) $\frac{45}{6}$
(۳) $3\sqrt{5}$
(۴) ۷

۱۴۴- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه‌ی A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ACE و ABD ، کدام است؟

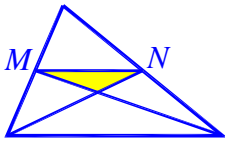


- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



۴۵- در شکل مقابل نقاط M و N وسط دو ضلع است. مساحت بزرگترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث سایه زده است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۹)



۸ (۲) ۶ (۱)

۱۲ (۴) ۹ (۳)

۴۶- مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه است. ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. اگر اندازه‌ی AB و CH به ترتیب ۱۲ و ۷ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

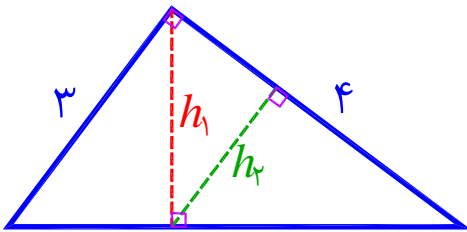
$۴\sqrt{۷}$ (۴) $۵\sqrt{۶}$ (۳) $۸\sqrt{۲}$ (۲) $۶\sqrt{۳}$ (۱)

۴۷- در مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ طول نیمساز وارد بر ضلع بزرگتر، چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟

$\frac{۹}{۵}$ (۴) $\frac{۸}{۵}$ (۳) $\frac{۱۳}{۷}$ (۲) $\frac{۱۲}{۷}$ (۱)

۴۸- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟

(سراسری تهرانی ۹۸)



$\frac{۴}{۵}$ (۲) $\frac{۳}{۵}$ (۱)

$\frac{۳}{۴}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$ (۳)

۴۹- در مستطیلی به طول اضلاع $۲\sqrt{۷}$ و ۶ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. فاصله‌ی این دو خط عمود کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۶)

۲ (۴) $۱/۷۵$ (۳) $۱/۵$ (۲) ۱ (۱)

۵۰- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطر عمود بر ساق است. اگر اندازه‌ی قاعده‌ی بزرگتر و قطر آن به ترتیب ۱۰ و ۸ واحد باشند، اندازه‌ی قاعده‌ی کوچکتر چند واحد است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۱)

$۳/۲$ (۲) $۲/۸$ (۱)

$۴/۲$ (۴) $۳/۶$ (۳)

۵۱- در یک شش ضلعی منتظم، مجموع طول قطرهای کوچک، چند برابر مجموع طول قطرهای بزرگ است؟

$\sqrt{۶}$ (۴) $\sqrt{۳}$ (۳) ۲ (۲) $\sqrt{۲}$ (۱)