



اگر  $A = \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt{6}} \times 12^{\frac{1}{12}}$  باشد، کدام درست است ؟

$A^6 = 3$  (۴)

$A^6 = 2$  (۳)

$A^4 = 3$  (۲)

$A^4 = 2$  (۱)

$$A = \frac{\sqrt[3]{12 \times 12}}{\sqrt{12}} \times (12 \times 12)^{\frac{1}{12}} = \frac{12^{\frac{1}{3}} \times 12^{\frac{1}{3}}}{12^{\frac{1}{2}}} \times 12^{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}}$$

$$A = 12^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times 12^{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6}}$$

$$A = 12^0 \times 12^{\frac{1}{6}} \Rightarrow A = 12^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{12} \Rightarrow \underline{A^6 = 12}$$



اگر  $x + y = 11$  و  $x^3 + y^3 = 407$  باشد، حاصل  $xy$  برابر کدام است؟

۳۳ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

$$3^3 - 3PS = 407 \Rightarrow 11^3 - 3 \times 11 \times P = 407 \xrightarrow{\div 11}$$

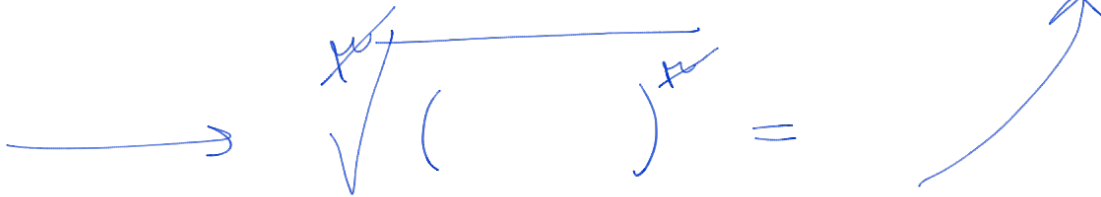
$$11^2 - 3P = 37 \Rightarrow 121 - 37 = 3P \Rightarrow P = 28$$



اگر  $f(x) = \sqrt{\lambda x^3 + \alpha x^2 + \delta \epsilon x + b}$  یک تابع خطی باشد، مقدار مثبت  $a-b$  است؟

۹ (۴)                      ۸ (۳)                      ۷ (۲)                      ۶ (۱)

$Ax + B$



$$(px + k)^m = \lambda n^m + m(\lambda n)^{m-1}k + m(\lambda n)^{m-2}(k^2) + k^m$$

$$9k^2 = \delta \epsilon \rightarrow k = \pm \sqrt{\delta \epsilon}$$

$$(px \pm \sqrt{\delta \epsilon})^m = \lambda n^m \pm m \sqrt{\delta \epsilon} \lambda n^{m-1} + \delta \epsilon \lambda \pm \dots$$

$$\begin{cases} a = m \sqrt{\delta \epsilon} \\ b = \delta \epsilon \end{cases} \rightarrow a - b = 9$$

$$\begin{cases} a = -m \sqrt{\delta \epsilon} \\ b = -\delta \epsilon \end{cases} \rightarrow a - b = -9$$



اگر  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$  باشد، مقدار مثبت  $x - \frac{1}{x}$  کدام است؟

$2\sqrt{3}$  (۴)

$3\sqrt{5}$  (۳)

$5\sqrt{3}$  (۲)

$3\sqrt{5}$  (۱)

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} + 2 \times 1 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 7$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 49$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{-2} \\ \Rightarrow & x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 47 \Rightarrow \left|x - \frac{1}{x}\right| = \sqrt{47} \\ & = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$



اگر  $4a^2 + 2b^2 + 4 = 4b(a+1)$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\underline{4a^2} + 2b^2 + 4 = \underline{4ab} + 4b \Rightarrow$$

$$\underline{4a^2 - 4ab} + \underline{b^2 + b^2 - 4b + 4} = 0$$

$$(2a-b)^2 + (b-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=0 \\ b-2=0 \end{cases} \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$



اگر  $b+3=a-1=2+\sqrt{7}$  باشد، حاصل  $\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{3}{b}}$  کدام است؟

$$2\sqrt{7} \text{ (۴)}$$

$$\sqrt{7} \text{ (۳)}$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$\sqrt{2} \text{ (۱)}$$

$$a-1=2+\sqrt{7} \Rightarrow a=3+\sqrt{7} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{3+\sqrt{7}} = \frac{3-\sqrt{7}}{9-7} = \frac{3-\sqrt{7}}{2} *$$

$$b+3=2+\sqrt{7} \Rightarrow b=\sqrt{7}-1 \Rightarrow \frac{3}{b} = \frac{3}{\sqrt{7}-1} = \frac{3(\sqrt{7}+1)}{7-1} = \frac{\sqrt{7}+1}{2} *$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = \sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2} + \frac{\sqrt{7}+1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$



اگر  $\sqrt{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{9 + \sqrt{6} + \sqrt{4}}} = \sqrt{a}$  باشد، مقدار  $a$  برابر کدام است؟

$$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2^2 \times 2}} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[2]{2^3} \quad \text{①}$$

$$\frac{\sqrt[2]{2^3} + \sqrt[2]{2}}{(\sqrt[2]{2^3})^2 + (\sqrt[2]{2^3})(\sqrt[2]{2}) + (\sqrt[2]{2})^2} \times \frac{\sqrt[2]{2^3} - \sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2^3} - \sqrt[2]{2}} =$$

$$a^2 + ab + b^2 \times (a - b) = a^3 - b^3$$

$$\frac{\sqrt[2]{4} - \sqrt[2]{2}}{(\sqrt[2]{2^3})^2 - (\sqrt[2]{2})^2} = \frac{0}{2 - 2} = \frac{0}{1} = \frac{\sqrt[2]{2^3} - \sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{4} - \sqrt[2]{2}} \leftarrow \oplus$$



اگر  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{13} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{a}$  باشد،  $a$  کدام است؟

۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

$$13 - 4\sqrt{6} \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ 2ab = 4\sqrt{6} \Rightarrow ab = 2\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow (2\sqrt{6} - 1)^2$$

$$2 + \sqrt{6} = \frac{4 + 2\sqrt{6}}{2} = \frac{(\sqrt{6} + 1)^2}{2}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{(2\sqrt{6} - 1)^2} + 2 \sqrt{\frac{(\sqrt{6} + 1)^2}{2}} = \sqrt{2} (2\sqrt{6} - 1) + \cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{\sqrt{6} + 1}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$= (2\sqrt{6} - \sqrt{2}) + (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 3\sqrt{6} = \sqrt{54} \rightarrow a$$





حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{5+\sqrt{21}}-\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$  برابر کدام است؟

$$A = \frac{a - b}{\sqrt{r}} \Rightarrow A^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{r}$$

$$A^2 = \frac{(5+\sqrt{21}) + (5-\sqrt{21}) - 2\sqrt{(5+\sqrt{21})(5-\sqrt{21})}}{2} = \frac{10 - 2\sqrt{25-21}}{2} = \frac{4}{2}$$

$$A^2 = 2$$



اگر  $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2+\sqrt{3}} = n\sqrt{7-4\sqrt{3}}$  ، مقدار  $n$  کدام است ؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۸ (۱)

۱۰

$$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3=1 \Rightarrow (2+\sqrt{3}) = (2-\sqrt{3})^{-1}$$

$$(2-\sqrt{3})^3 = 4+3-6\sqrt{3} = 7-6\sqrt{3}$$

$$2-\sqrt{3} = a \Rightarrow \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a^{-1}} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\Rightarrow a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{n}} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{0}{3} = \frac{2}{n} \Rightarrow \underline{n=1}$$



اگر  $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2$  ، مقدار  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}$  کدام است ؟

۱۱

۲,۵ (۴)

۳ (۳)

۲,۵ (۲)

۱,۵ (۱)

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = a \end{cases} \quad (*)$$

زنج

$$\Rightarrow (\cancel{x+2}) - (\cancel{x-4}) = 2a$$

$$\Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow \underline{a=2}$$



کدام عامل در تجزیه  $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15$  وجود ندارد؟

✓  $x - 5$  (۴)

✓  $x - 3$  (۳)

$x - 2$  (۲) ❌

✓  $x - 1$  (۱)

$$x^2 - 4x = a \Rightarrow a^2 - 2a - 15 = (a - 5)(a + 3)$$

$$(x^2 - 4x - 5) (x^2 - 4x + 3)$$

$$(x - 5)(x + 1) \cdot (x - 1)(x - 3)$$



عبارت  $x^6 + 4x^2 - 5$  بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

$x^4 + x^2 + 5$  (۴)

$x^4 - x^2 + 5$  (۳)

$x^2 + x + 5$  (۲)

$x^2 - x + 5$  (۱)

$$x^4 + 5x^2 - 5 - 1 = (x^4 - 1) + 5x^2 - 6 =$$

$$\downarrow$$

$$(x^2)^2 - 1^2$$

$$(x^2 - 1) (x^2 + 1) + (x^2 - 1) + 5x^2 - 6 =$$

$$(x^2 - 1) (x^2 + 2x + 5)$$



اگر  $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} - \frac{2}{x^2+x-2} = \frac{a}{x^2+3x+2}$  باشد،  $a$  کدام است؟

$-2$  (۴)       $-1$  (۳)       $2$  (۲)       $1$  (۱)

(روش اول)

$$\frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{x(x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x+2)} =$$

$$\frac{(x+1)(x+2) + (x-1)(x+2) - 2x(x+1)}{x(x-1)(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+2x+2 + x^2+x-2 - 2x^2-2x}{x(x-1)(x+1)(x+2)}$$

$$\frac{-x^2+x}{x(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{-x(x-1)}{x(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{-1}{(x+1)(x+2)}$$

$x=2$

(روش دوم) عددگذاری

$$\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{0}{12} \Rightarrow \frac{6+2-6}{12} = \frac{a}{12} \Rightarrow a = -1$$



اعداد  $a = 0,123232323\dots$  و  $b = 0,0100100010000100000100\dots$  به ترتیب چگونه اعدادی هستند؟

- (۱) گویا ، گویا      (۲) گویا ، گنگ      (۳) گنگ ، گویا      (۴) گنگ ، گنگ

$$a = 0,1\overline{23} \in \mathbb{Q}$$

$$b \in \mathbb{Q}'$$



اگر  $a$  عدد گویای غیر صفر و  $b$  عدد گنگ باشد، کدام عدد حتماً گنگ است؟

$a^r + ab + b^r$  (۴)

$a^r b - b$  (۳)

$ab^r + a$  (۲)

$a^r b + a$  (۱)

$a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}'$

۱)  $a^r b + a = x \in \mathbb{Q} \Rightarrow b = \frac{x-a}{a^r} \in \mathbb{Q}$  <sup>شک</sup>  $\Rightarrow x \in \mathbb{Q}'$

۲)  $b = \sqrt{r} \Rightarrow ab^r + a = \sqrt{r}^r + a = r a + a = (r+1)a \in \mathbb{Q}$

۳)  $a = 1 \Rightarrow a^r b - b = b - b = 0 \in \mathbb{Q}$

۴)  $a = r \Rightarrow r + r b + b^r = (b+1)^r + r = \sqrt{r}^r + r = d \in \mathbb{Q}$   
 $\downarrow$   
 $\sqrt{r}-1$





مقدار  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times (2^{\frac{1}{3}}\sqrt{2})^{\frac{2}{5}}$  برابر کدام است؟

۲ (۲)

۲√۲ (۱)

$$\sqrt[3]{\sqrt{2} \times 2} \times (2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}} =$$

$$\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}} \times (2^{\frac{5}{6}})^{\frac{2}{5}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{6}} \times 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{7}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{7}{6}}$$



حاصل عبارت  $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)$  برابر کدام است؟

$8 + 16\sqrt{3}$  (۴)

$16 + 8\sqrt{3}$  (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$\left( (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1) - (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1) \right)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$



اگر  $\frac{x}{x^2+2} = \frac{1}{5}$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کدام است؟

۹۵ (۴)

۹۰ (۳)

۸۵ (۲)

۸۰ (۱)

$$\rightarrow \frac{x^2+2}{x} = 5 \Rightarrow x + \frac{2}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \\ &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 2 \times \left(x - \frac{2}{x}\right) \left(x + \frac{2}{x}\right) \\ &= 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \\ &= 25 - 20 = 5 \end{aligned}$$



اگر  $a$  و  $b$  اعداد گویا و  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} - a\sqrt{6} = b$  باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲ (۲)

۱۸ (۱)

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6} + 6 + 6 + 2\sqrt{6}}{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{12 + 2\sqrt{6}}{18 - 12} = \frac{12 + 2\sqrt{6}}{6} = 2 + \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

$$\left(2 + \frac{1}{3}\sqrt{6}\right) - a\sqrt{6} = b \quad \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{12}{1}$$



مقدار  $(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}+\sqrt{3}) \times (\sqrt{7+4\sqrt{3}})$  برابر کدام است؟

۲√۲ (۴)

√۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(P+\sqrt{Q})^2 = E+R + E\sqrt{Q} = V+E\sqrt{Q}$$

$$\sqrt[4]{(P+\sqrt{Q})^2} \cdot \sqrt[4]{P+\sqrt{Q}} \propto (\sqrt{9}-\sqrt{5}) =$$

$$\sqrt[4]{(P+\sqrt{Q})^3} \times (\sqrt{9}-\sqrt{5}) = \sqrt{P+\sqrt{Q}} \cdot (\sqrt{9}-\sqrt{5})$$

$$\sqrt{(P+\sqrt{Q}) \cdot (\sqrt{9}-\sqrt{5})^2} = \sqrt{(P+\sqrt{Q})(9+5-2\sqrt{9}\cdot\sqrt{5})} =$$

$$1 - E\sqrt{Q}$$

$$\sqrt{(P+\sqrt{Q})} \propto \sqrt{(P-\sqrt{Q})} = \sqrt{E \times (E-Q)} = P$$



اگر  $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) \times (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = a+b\sqrt{2}$  و  $a$  و  $b$  اعداد گویا باشند، حاصل  $a+b$  برابر کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲

$$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 2-1 = 1 \Rightarrow (\sqrt{2}+1) = (\sqrt{2}-1)^{-1}$$

$$(\sqrt{2}-1)^{\sqrt{2}+1} \times \left( (\sqrt{2}-1)^{-1} \right)^{\sqrt{2}-1} =$$

$$(\sqrt{2}-1)^{\sqrt{2}+1} \times (\sqrt{2}-1)^{-\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}-1)^{\sqrt{2}+1 + (-\sqrt{2}+1)}$$

$$= (\sqrt{2}-1)^2 = 2+1-2\sqrt{2} = 3-2\sqrt{2} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}$$



عبارت  $4x^2 - 1 + 2x(x - 1)$  بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است ؟

$2x^2 - 1$  (۴)

$x^2 + 2$  (۳)

$2x + 2$  (۲)

$2x - 1$  (۱)

$$\begin{aligned} \frac{4x^2 - 1}{\text{---}} + \frac{2x^2 - 2x}{\text{---}} &= 2x^2(2x+1) - (2x+1) \\ &= (2x+1)(2x^2-1) \end{aligned}$$



ساده شده‌ی عبارت  $\frac{1}{x+1} \left( \frac{x+4}{x^2+2x} - \frac{x+2}{x^2+x} \right)^{-1}$  کدام است؟

$x$  (۴)       $x-1$  (۳)       $x+2$  (۲)       $x+2$  (۱)

$$\frac{1}{x+1} \left( \frac{x+4}{x(x+2)} - \frac{x+2}{x(x+1)} \right)^{-1}$$

$$\frac{x^2+x+4x+8 - x^2-2x-2x-4}{(x+4)(x+1) - (x+2)(x+1)}$$
$$\frac{x^2+x+4x+8 - x^2-2x-2x-4}{x(x+1)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x+1} \cdot \left( \frac{x}{x(x+1)(x+1)} \right)^{-1} = \frac{1}{x+1} \times (x+1)(x+1) = \boxed{x+1}$$

عوضگزارین :

$$x=1 \rightarrow \frac{1}{1} \times \left( \frac{5}{1} - \frac{3}{1} \right)^{-1} = \frac{1}{1} \times \left( \frac{1}{2} \right)^{-1} = \frac{1}{1} \times 2 = 2$$

$$\boxed{x=1 \quad ; \quad 2 \text{ و } 3}$$





اگر  $\sqrt{13+\sqrt{n}} + \sqrt{13-\sqrt{n}} = 6$  باشد، مجموع ارقام  $n$  کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

توان ۲

$$a + b = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 36$$

$$\underbrace{(13+\sqrt{n})} + \underbrace{(13-\sqrt{n})} + 2\sqrt{\underbrace{(13+\sqrt{n})(13-\sqrt{n})}_{149-(\sqrt{n})^2}} = 36$$

$$26 + 2\sqrt{149-n} = 36 \Rightarrow \sqrt{149-n} = 5 \Rightarrow$$

$$149-n = 25 \Rightarrow n = 124$$



اعداد  $a = \sqrt{0,444\dots}$  و  $b = 1,234111\dots$  به ترتیب چگونه اعدادی هستند؟

گنگ ، گنگ (۴)

گنگ ، گویا (۳)

گویا ، گنگ (۲)

گویا ، گویا (۱)

$$a^2 = 0,444\dots$$

$$\log a^2 = 4,444\dots$$

$$\log a^2 - a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$b = 1,234111\dots \in \mathbb{Q}$$



هرگاه  $(n-1)\sqrt{\frac{r}{n^2}} = (n+1)\sqrt{r}$  باشد،  $n$  برابر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

$$\sqrt[n-1]{\sqrt[n]{\frac{r}{n^2}}} = \sqrt[n-1]{\sqrt[n]{r^{n-1}}} = \sqrt[n]{r}$$

$$\sqrt[n]{r} = \sqrt[n+1]{r^r} \Rightarrow r^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{r}{n+1}} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{r}{n+1}$$

$$n+1 = rn \rightarrow n = 9$$



اگر  $a > b > 0$  و  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$  باشد، آنگاه حاصل  $\sqrt{5} \cdot \frac{a-b}{a+b}$  برابر کدام است؟

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = r \Rightarrow a^2 + b^2 = rab$$

$$r = \sqrt{5} \cdot \frac{a-b}{a+b} \Rightarrow a^2 = a \times \frac{a^2 + b^2 - rab}{a^2 + b^2 + rab} = a \times \frac{rab - rab}{rab + rab}$$

$$r^2 = a \times \frac{ab}{ab} \Rightarrow r^2 = 1 \Rightarrow r = \pm 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a > b \Rightarrow a - b > 0 \\ a < 0, b < 0 \Rightarrow a + b < 0 \end{array} \right. \Rightarrow r < 0 \Rightarrow r = -1$$



اگر  $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$  باشد، مقدار مثبت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  کدام است ؟

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

↓  
توان ۲

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \cdot \frac{1}{x} = 12$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 12 \xrightarrow{+2} x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 14 \Rightarrow$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 14 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \varepsilon$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= 5 - 3PS = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \underbrace{3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)} \\ &= \varepsilon^3 - 3 \times \varepsilon = 4\varepsilon - 12 = 22 \end{aligned}$$



حاصل  $a+1 = \sqrt[3]{2}$  و  $\frac{1}{a} - a^2 = \sqrt[3]{b}$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

$$a = \sqrt[3]{r} - 1$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt[3]{r} - 1} \times \frac{(\sqrt[3]{r})^2 + (\sqrt[3]{r})(1) + (1)^2}{(\sqrt[3]{r})^2 + (\sqrt[3]{r})(1) + (1)^2} = \frac{\sqrt[3]{r^2} + \sqrt[3]{r} + 1}{(\sqrt[3]{r})^3 - 1} = \frac{\sqrt[3]{r^2} + \sqrt[3]{r} + 1}{r - 1} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} - a^2 &= \sqrt[3]{r^2} + \sqrt[3]{r} + 1 - (\sqrt[3]{r} - 1)^2 = (\sqrt[3]{r^2} + \sqrt[3]{r} + 1) - (\sqrt[3]{r^2} - 2\sqrt[3]{r} + 1) \\ &= 3\sqrt[3]{r} = \sqrt[3]{b} \Rightarrow b = 3^3 \times r \Rightarrow b = 30 \end{aligned}$$



حاصل  $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$  برابر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$4 - 4\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ 2ab = 4\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow (2 - \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{4 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} = 2 - \sqrt{2}$$

حدس :  $(\sqrt{c} + 1)^m = (\sqrt{c})^m + m(\sqrt{c})^{m-1}(1) + m(\sqrt{c})(1)^{m-1} + (1)^m$

$$= 9\sqrt{c} + 9 + 3\sqrt{c} + 1 = 10 + 12\sqrt{c}$$

$$\sqrt[m]{10 + 12\sqrt{c}} = \sqrt[m]{(\sqrt{c} + 1)^m} = \sqrt{c} + 1$$

+

۳



اگر  $\sqrt{4x+1} + 2\sqrt{x-1} = 30$  ، معکوس عدد  $\sqrt{x+\frac{1}{4}} - \sqrt{x-1}$  کدام است ؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۲۴ (۱)

$$\sqrt{4x+1} + 2\sqrt{x-1} = 30 \Rightarrow 2\sqrt{x+\frac{1}{2}} + 2\sqrt{x-1} = 30 \xrightarrow{\div 2}$$

$$\sqrt{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{x-1} = a$$

$$\sqrt{x+\frac{1}{2}} + \sqrt{x-1} = 15$$

$$\xrightarrow{x} (x+\frac{1}{2}) - (x-1) = 15a \Rightarrow \frac{3}{2} = 15a \Rightarrow a = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = 10$$





در تجزیه‌ی عبارت  $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab + 2c - 1$  کدام عامل وجود دارد؟

$a - b - c - 1$  (۴)

$a - b - c + 1$  (۳)

$a + b - c + 1$  (۲)

$a + b + c + 1$  (۱)

$$(a^2 + b^2 - 2ab) - (c^2 - 2c + 1)$$

$$(a - b)^2 - (c - 1)^2 = ((a - b) - (c - 1))((a - b) + (c - 1))$$

$$= \underbrace{(a - b - c + 1)} (a - b + c - 1)$$



اگر  $\frac{3}{x^2-x-2} - \frac{2x}{x^2-4} = \frac{f(x)}{x^2+3x+2}$  باشد، مقدار  $f(3)$  کدام است؟  
-۶ (۴)                      -۷ (۳)                      -۸ (۲)                      -۹ (۱)

$$\frac{3}{(x-2)(x+1)} - \frac{2x}{(x-2)(x+2)} = \frac{3(x+2) - 2x(x+1)}{(x-2)(x+2)(x+1)}$$

$$= \frac{3x+6 - 2x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)(x+1)} = \frac{-2x^2 + x + 6}{(x-2)(x+2)(x+1)} = \frac{-(2x^2 - x - 6)}{(x-2)(x+2)(x+1)}$$

$$= \frac{-(x-2)(2x+3)}{(x-2)(x+2)(x+1)} = \frac{-2x-3}{x^2+3x+2}$$

$$f(x) = -2x - 3 \quad \left. \begin{array}{l} n=3 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{5} = \frac{f(3)}{20} \Rightarrow -\frac{9}{10} = \frac{f(3)}{20} \end{array} \right\} \text{روش ۲}$$



حاصل عبارت  $\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$  با کدام برابر است ؟

$2\sqrt{2}-\sqrt{6}$  (۴)

$\sqrt{6}-\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{2}-1$  (۱)

$$\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1)} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$\frac{2(\sqrt{2}-(\sqrt{3}-1)) \times (\sqrt{2}+(\sqrt{3}-1))}{3-(2+1-2\sqrt{2})} = \frac{2((\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-1)^2)}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2-(3+1-2\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = \frac{-2+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}(\sqrt{2}-1)}{\cancel{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}-1$$



اگر بسط اعشاری اعداد مثبت  $a$  و  $b$  هر دو بی پایان و بسط  $a$  متناوب و  $b$  غیر متناوب باشد، بسط اعشاری کدام یک از اعداد زیر حتماً بی پایان و

غیر متناوب است؟

$$a > 0, b > 0$$

$$a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}'$$

$$b^2 - b + a \quad (۴)$$

$$\frac{a}{b} + a \quad (۳)$$

$$\sqrt{a} + b \quad (۲) \times$$

$$a^2 + b^2 \quad (۱) \times$$

کدام همتا گنگ (ست)؟

$$(۱) \quad a=1, b=\sqrt{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 + 2 = 3 \in \mathbb{Q}$$

$$(۲) \quad a=2, b=1-\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{a} + b = \sqrt{2} + (1-\sqrt{2}) = 1 \in \mathbb{Q}$$

$$(۳) \quad \frac{a}{b} + a = \frac{\text{کویا عشیره}}{\text{گنگ}} + \text{کویا} \rightarrow \text{گنگ} + \text{کویا} + \text{گنگ}$$

$$(۴) \quad b^2 - b + a = \underbrace{(b - \frac{1}{2})^2}_{\sqrt{2} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + a = (\sqrt{2})^2 - \frac{1}{4} + a = 2 - \frac{1}{4} + a \in \mathbb{Q}$$



(سراسری ۸۴)

اگر  $\left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2 = 2^A$  باشد، عدد  $A$  کدام است؟

$12\sqrt{2}$  (۴)

$8\sqrt{2}$  (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

$$\left(\frac{(2^2)^{4\sqrt{2}}}{2^{2\sqrt{2}}}\right)^2 = \left(\frac{2^{16\sqrt{2}}}{2^{2\sqrt{2}}}\right)^2 = \left(2^{14\sqrt{2}-2\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= \left(2^{12\sqrt{2}}\right)^2 = 2^{24\sqrt{2}}$$



از دو معادله  $x^3 - y^3 = 3xy(x - y) + 216$  و  $x^3 - y^3 = 504$  ، مقدار  $x + y$  کدام است ؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

$$x^3 - y^3 = 3x^2y - 3xy^2 + 216 \rightarrow x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 216$$

$$\Rightarrow (x - y)^3 = 216 \Rightarrow \underline{x - y = 6}$$

$$x^3 - y^3 = 504 \Rightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 504 \rightarrow$$

$$x^2 + xy + y^2 = 144 \Rightarrow \begin{cases} (x - y)^2 + 3xy = 144 \Rightarrow xy = 14 \\ (x + y)^2 - xy = 144 \end{cases}$$

$$(x + y)^2 - 14 = 144 \Rightarrow (x + y)^2 = 158 \Rightarrow |x + y| = \sqrt{158}$$



اگر  $a^2 + 5b^2 + 4c^2 = 4b(a-c)$  باشد، حاصل  $\frac{a}{c}$  کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

$$a^2 + 5b^2 + 4c^2 = 4ab - 4bc$$

$$a^2 + 5b^2 + 4c^2 - 4ab + 4bc = 0$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 + 4c^2 + 4bc + b^2 = 0$$

$$(a - 2b)^2 + (b + 2c)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = -2c \end{cases}$$

$$a = -4c$$



مقدار  $c$  کدام است؟  
 در اتحاد  $\frac{x^2+3x+5}{x^2-2x-4} = \frac{a}{x-2} + \frac{bx+c}{x^2+2x+2}$

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{a(x^2+2x+2) + (x-2)(bx+c)}{(x-2)(x^2+2x+2)} = \frac{x^2+3x+5}{x^2-2x-4}$$

$$ax^2+2ax+2a + bx^2+cx-2bx-2c = x^2+3x+5$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ 2a-2b+c=3 \\ 2a-2c=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a+2b=2 \\ 2a-2b=11 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 4a=13 \\ 2a-2c=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{13}{4} \xrightarrow{a+b=1} b = -\frac{1}{4} \xrightarrow{2a-2c=5} c = -\frac{1}{2}$$





در تجزیه‌ی  $x^2 + 4$  کدام عامل وجود دارد؟

$x^2 + 2x - 2$  (۴)

$x^2 + 2x + 2$  (۳)

$x^2 - 2x + 4$  (۲)

$x^2 + 2x + 4$  (۱)

$$(x^2)^2 + 2^2 = (x^2 + 2)^2 - 2(x^2)(2) =$$

$$(x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 =$$

$$(x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$$



(سراسری ۸۰)

## مرکز ریاضی پدگار

۴۲

کدام عدد زیر وجود دارد؟

- (۱) ~~X~~ کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از ۱ -
- (۲) ~~X~~ کوچکترین عدد گنگ بزرگتر از ۱ -
- (۳)  بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از ۱ -
- (۴) ~~X~~ بزرگترین عدد گویای کوچکتر از ۱ -

(۱) عدد صحیح کوچکتر از ۱ -  $\rightarrow -2, -3, -4, \dots$



(۳) عدد صحیح کوچکتر از ۱ -  $\rightarrow -2, -3, -4, \dots$        $-2 =$  بزرگترین

(۴) مشابه



(سراسری ۹۳)

حاصل عبارت  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}\sqrt{2}$  ، کدام است ؟

$2\sqrt{2}$  (۴)

$1+\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

$$\sqrt{2}\sqrt{2} = \sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) = \sqrt{4-2\sqrt{2}\sqrt{2}} + \sqrt{4+2\sqrt{2}\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 2-\sqrt{2} + 2+\sqrt{2} = 4$$



(سراسری ۹۳)

اگر حاصل عبارت  $(2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}(2+\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$  به صورت  $\sqrt[3]{A}$  باشد، کدام است ؟

$\sqrt{3}+1$  (۴)      ۲ (۳)       $2\sqrt{3}$  (۲)       $\sqrt{3}-1$  (۱)

$$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3=1 \rightarrow 2+\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^{-1}$$

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times ((2-\sqrt{3})^{-1})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

$$\underbrace{(2-\sqrt{3})^{-\frac{2}{3}}}_{\downarrow}$$

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}} = (2-\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} = (2(2-\sqrt{3}))^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{2-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{\sqrt{3}-1}$$



(سراسری ۹۵)

اگر  $\alpha = \sqrt{3\sqrt{2}-4}$  و  $\beta = \sqrt{3\sqrt{2}+4}$  باشند حاصل عبارت  $\frac{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{7\sqrt{2}}$  کدام است؟

$\frac{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{7\sqrt{2}}$        $\frac{(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{6\sqrt{2}}$        $\frac{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)}{8}$        $\frac{(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{6}$

$$(\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

$$= (\cancel{3\sqrt{2}-4}) + (\cancel{3\sqrt{2}+4}) + \frac{\sqrt{3\sqrt{2}-4} \sqrt{3\sqrt{2}+4}}{\sqrt{18-16}}$$

$$= 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$



(سراسری ۹۵)

حاصل عبارت  $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$  کدام است ؟

(۱)  $6\sqrt{2}$

(۲)  $3\sqrt[3]{22}$

(۳)  $2\sqrt[3]{9}$

(۴) ۶

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{12} \times \sqrt[5]{54} \times \sqrt{\frac{2\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{2 \times 3^4}}} &= \sqrt[4]{2^2 \times 3} \times \sqrt[5]{2 \times 3^3} \times \sqrt{\frac{2 \times 3}{2 \times 3^4}} \\ &= 2^{\frac{2}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}} \\ &= 2^{\frac{2}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}} \times 3^{\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}} \\ &= 2^1 \times 3^1 = 6 \end{aligned}$$



(سراسری ریاضی ۹۸)

اگر  $A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}\sqrt[3]{16}}$  باشد، حاصل  $(2A)^{-\frac{1}{3}}$  کدام است؟

۴۷

۱ (۴)

۰.۷۵ (۳)

۰.۵ (۲)

۰.۲۵ (۱)

$$A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}\sqrt[3]{16}} \times (2^{-1})^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}\sqrt[3]{16}} \times 2^{\frac{1}{3}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}\sqrt[3]{16}} \times 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4} \times 4} \times 2^{\frac{1}{3}} = 1 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$(2A)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{2}$$



اگر  $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}(12)^{-1/5}$  باشد، حاصل  $(1+A^{-1})^{1/4}$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۴۸

$$\sqrt[5]{9\sqrt{3}} = \sqrt[5]{\sqrt{9^2 \times 3}} = \sqrt[5]{(3^2)^2 \cdot 3} = \sqrt[5]{3^5} = \sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{3} \times \frac{1}{12^{1+1/5}} = \sqrt{3} \times \frac{1}{12^1 \times \sqrt[5]{12}} = \frac{\sqrt{3}}{12 \times \sqrt[5]{12}} = \frac{1}{12}$$

$$(1+A^{-1})^{1/4} = (1+12)^{1/4} = \sqrt[4]{13} = 13$$





(سراسری تهریز ۹۹)

حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$  ، کدام است ؟

$$\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (۳)$$

$$-1 + \sqrt{2} \quad (۲)$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (۱)$$

۴۹

$$\frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2}{=} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\cancel{2+3} - \cancel{29})}{\cancel{5-29}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3} - 1} \propto \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\cancel{3-1}} = \sqrt{3} + 1$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$



(مدیراندری تهرین طارح از کشور ۹۹)

حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$  کدام است؟

۱ (۴)

۱+√۳ (۳)

۲√۳ (۲)

۱+۲√۳ (۱)

۵۰

$$\frac{(\sqrt{3})^3 - 1^3}{\cancel{4 + \sqrt{3}}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(\cancel{3 + 1 + \sqrt{3}})}{\cancel{4 + \sqrt{3}}} = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

}  $\rightarrow 1 + 2\sqrt{3}$